

**VISOKOŠOLSKA  
FIZIKA  
2. DEL**

**ELEKTRIKA  
ATOMIKA  
Rudolf Kladnik**



Državna založba Slovenije  
Ljubljana 1991

**Visokošolska fizika**  
**2. del**

**ELEKTRIKA IN ATOMIKA**

Učbenik je napisal prof. dr. Rudolf Kladnik.

Rokopis je strokovno pregledal prof. dr. Mitja Kregar,  
jezikovno pa Mija Longyka, prof.

53 / KLADNIK R. :  
visokošolska ... / 2

N 38893 | 19. 12. 91

CIP – katalogizacija v knjigi  
Narodna in univerzitetna knjižnica

53(075.8)

KLADNIK, Rudolf

Visokošolska fizika / Rudolf Kladnik. – [1. natis].  
– Ljubljana : Državna založba Slovenije, 1985-

Del 2 : Elektronika in atomika / [ilustracije Cenka Kova-  
čič]. – 1. izd. – 1991 (Ljubljana : Delo)

8483584

20477440

Po mnenju Republiškega sekretariata za kulturo št. 415-8/91 z dne 19. 04. 1991 je knjiga oproščena temeljnega in posebnega davka od prometa proizvodov.

## PREDGOVOR

Pričujoči II. del Visokošolske fizike zajema električne in atomske pojave. Za električne pojave je bolj ali manj razčiščeno, da je najprimerneje začeti z elektrostatiko in nato nadaljevati z električnim tokom, čeprav nekateri zapriseženi fenomenologi še vztrajno uvajajo električne količine z električnim tokom. Tudi pri uvajanju magnetnih pojavov se v sedanjem času vedno bolj zahteva, da fenomenologija odstopi začetno mesto razumskemu konceptu. Doslej smo dosledno uvajali magnetne pojave fenomenološko kot povsem samostojne pojave in jih šele kasneje povezovali z električnimi pojavi. Teoretsko pa je primerneje, da jih že na samem začetku vpeljemo kot del električnih pojavov. To sicer zahteva uporabo osnovnih konceptov relativistične mehanike, zato se zdi, da je na tej stopnji prezahtevno. Toda relativistična mehanika bo slejkoprej morala vstopiti v samo mehaniko, morali bomo temeljito revidirati celoten koncept pouka fizike s samega začetka. Ni nobenega dvoma, da relativistična uvedba magnetnih količin lepo pojasnjuje marsikatero zagonetke, ki drugače ostanejo človeku dolgo prikrite. Kdor pa zaradi težavnosti ali zaradi pomanjkanja časa ne more ali ne želi uvesti magnetnih količin, kot je v tem učbeniku predlagano, lahko to mirno preskoči in uporabi dosednji oz. srednješolski način.

12

Poglavje o atomskih pojavih je od vseh najslabše obdelano. Razlog temu je predvsem moje arhaično poznavanje atomike, saj zadnjih 20 let nisem aktivno poučeval tega področja, ki pa je v tem času zelo napredovalo. Da je to poglavje kljub temu znosno, je velika zasluga recenzenta prof. dr. M. Kregarja, ki je vztrajno zahteval popravke in modernizacijo snovi. Ravno na tem področju in tudi za poglavje o magnetnih pojavih želim posebej poudariti njegove zasluge. Zahvaljujem se tudi prof. dr. D. Jamniku, ki je pregledal poglavji o električnih in magnetnih pojavih in me opozoril na marsikatero pomanjkljivost.

Rokopis je jezikovno pregledala lektorica prof. M. Longyka. Za njene vestne in poglobljene pripombe, ob katerih sem se sam precej naučil, iskrena hvala in priznanje. Slikovne ilustracije je kot v vseh učbenikih doslej tehnično vestno izdelala ga. C. Kovačič, tako da so lepo in koristno dopolnilo učbeniku.

Za vestno in angažirano organizacijsko delo pri tehnični izvedbi tega učbenika se lepo zahvaljujem predvsem urednici fizikalnih učbenikov DZS prof. Z. Kos, likovni urednici akademski slikarki M. Prelog ter ČGP Delo.

# VSEBINA

<b>I. ELEKTRIČNO POLJE</b> .....	8	<b>III. MAGNETNO POLJE</b> .....	78
Električni naboj .....	8	Magnetna sila kot relativistični popravek električne sile .....	79
Coulombov zakon .....	10	Električno polje gibajočega se električnega delca .....	79
Jakost električnega polja .....	12	Magnetna sila med gibajočima se električnima delcema .....	80
Električno polje v okolici velike, enakomerno naelektrene plošče .....	14	Magnetno polje tokovnih vodnikov .....	83
Električno polje v okolici naelektrene kroglaste lupine .....	16	Biot-Savartov zakon .....	84
Električni pretok .....	17	Jakost magnetnega polja .....	86
Snov v električnem polju .....	19	Magnetna napetost .....	86
Električna polarizacija .....	20	Gibanje električnih delcev v magnetnem polju .....	88
Dielektričnost .....	22	Magnetna sila na gibajoči se električni delec .....	88
Piezoelektričnost .....	23	Masni spektrometer .....	90
Sila na električne dipole v nehomogenem električnem polju .....	24	Hallov pojav .....	90
Električni potencial in napetost .....	24	Magnetna sila na tokovni vodnik .....	90
Električna napetost .....	26	Magnetna sila med vzporednima vodnikoma .....	92
Električna potencialna energija, potencial Vir napetosti, Van de Graafov generator .....	26	Navor magnetnih sil .....	94
Kondenzator .....	28	Magnetni moment .....	96
Vezava kondenzatorjev .....	30	Magnetna potencialna energija .....	98
Energija električnega polja .....	32	Magnetna sila v nehomogenem magnetnem polju .....	98
Energija električnega polja v snovi .....	33	Snov v magnetnem polju .....	99
Osnovni električni naboj, elektronvolt .....	34	Permeabilnost .....	100
	35	Magnetizacija in Amperovi tokovi .....	100
		Diamagnetizem .....	102
<b>II. ELEKTRIČNI TOK</b> .....	38	Paramagnetizem .....	103
Ohmov zakon in električna upornost .....	39	Feromagnetizem .....	104
Zaporedna vezava upornikov .....	40	Antiferomagnetizem in feromagnetizem .....	108
Vzporedna vezava upornikov .....	40	Magnetostrikcija .....	110
Specifična upornost .....	42	Magnetni pretok .....	110
Uporovni mostiček .....	44	Magnetna upornost .....	112
Uporovne mreže .....	44		
Gonilna napetost in notranja upornost napetostnega vira .....	46	<b>IV. INDUKCIJA IN IZMENIČNI TOK</b> .....	116
Moč in delo pri prevajanju električnega toka Polnjenje in praznjenje kondenzatorja .....	46	Inducirano električno polje .....	116
Zagasta napetost .....	48	Indukcija pri gibanju izvorov magnetnega polja .....	117
Tok v električnem polju – poljski tok .....	50	Indukcija pri premikanju prevodnika v stacionarnem magnetnem polju .....	118
Električni tok v kovinah .....	51	Inducirana napetost v zaključeni zanki .....	119
Specifična upornost kovin .....	51	Faradayev zakon indukcije .....	120
Termoelektrični tok, Peltierjev pojav .....	52	Inducirani tok in Lenzovo pravilo .....	121
Električni tok v raztopinah elektrolitov .....	54	Sunek inducirane napetosti .....	123
Elektroliti .....	54	Induktivnost .....	125
Elektroliza .....	56	Lastna induktivnost tuljave .....	125
Elektrodna napetost .....	57	Medsebojna induktivnost .....	126
Galvanski člen .....	58	Tok v tuljavi .....	128
Elektrolitska korozija .....	59	Energija magnetnega polja .....	129
Akumulator .....	60	Izmenična napetost .....	130
Električni tok v plinih .....	61	Izmenični tok .....	132
Ionizacija in rekombinacija .....	62	Moč izmenične napetosti .....	138
Tokovna karakteristika plina .....	62	Električni nihajni krog .....	139
Samostojni tok .....	64	Dušeno nihanje električnega nihajnega kroga .....	141
Električni tok v vakuumu .....	68	Nedušeno nihanje električnega nihajnega kroga .....	141
Fotoelektrična emisija – fotocelica .....	68	Visokofrekvenčni tok .....	142
Termična emisija elektronov .....	69	Transformator .....	143
Elektronke .....	70		
Katodna cev .....	72		
Električni tok v polvodnikih .....	74		
Polvodniki tipa n in p .....	74		
Polvodniška dioda .....	75		
Tranzistor .....	76		

Trifazna napetost .....	145	<b>VIII. ATOMSKO JEDRO IN JEDRSKE REAKCIJE</b> .....	214
Vrtilno magnetno polje .....	147	Izotopi .....	215
<b>V. RELATIVNOSTNA MEHANIKA</b> .....	148	Sestava atomskega jedra .....	216
Relativistična masa .....	148	Nukleoni .....	216
Hitrost svetlobe .....	149	Masni defekt atomskega jedra, vezalna energija .....	217
Čas in prostor .....	150	Tabela izotopov – stabilna in nestabilna jedra .....	218
Lorentzove transformacije .....	151	Jedrske sile .....	219
Relativistična dilatacija časa .....	153	Model jedrske kaplje .....	220
Paradoks dvojčkov .....	153	Radioaktivnost .....	220
Relativistična kontrakcija dolžine .....	153	Razpolovni čas .....	221
Relativistična transformacija hitrosti .....	154	Aktivnost .....	222
Masa in energija .....	154	Verižni radioaktivni razpad .....	224
Lastna energija snovi .....	156	Naravna radioaktivnost .....	224
Relativistična kinetična energija .....	156	Razpad gama .....	225
Relativistična gibalna količina .....	157	Razpad alfa .....	226
Zveza med gibalno količino in celotno energijo .....	157	Razpad beta .....	226
Relativistična transformacija gibalne količine .....	158	Radioaktivne družine .....	227
Relativistična transformacija sil .....	158	Radioaktivno ravnovesje .....	228
Relativistični Dopplerjev pojav za svetlobo .....	159	Pospeševalniki .....	228
Splošna relativnostna teorija .....	160	Linearni pospeševalniki .....	228
<b>VI. KVANTNA IN VALOVNA MEHANIKA</b> .....	162	Ciklotron .....	229
Kvant .....	164	Betatron .....	230
Fotoelektrični pojav .....	164	Sinhrotron .....	231
Fotocelica .....	164	Jedrske reakcije .....	232
Izstopno delo elektronov .....	165	Vmesno jedro .....	232
Foton .....	166	Reakcijska energija .....	234
Gibalna količina fotona .....	167	Umetna radioaktivnost .....	234
Radiacijski (svetlobni) tlak .....	168	Pozitron .....	235
Comptonovo sipanje .....	168	Zajetje K .....	236
Valovni in korpuskularni značaj svetlobe (dualizem svetlobe) .....	169	Jedrske reakcije z nevtroni .....	236
Snovno valovanje .....	171	Jedrska cepitev .....	237
De Brogliejeva valovna dolžina .....	172	Jedrski reaktor .....	239
Hitrost snovnega valovanja .....	173	Jedrska verižna reakcija .....	239
Valovna funkcija .....	174	Termični reaktor .....	242
Valovni paket – skupinska hitrost .....	175	Uporaba jedrskega reaktorja .....	242
Načelo nedoločljivosti .....	176	Prehod radioaktivnega sevanja skozi snov. Dozimetrija .....	244
<b>VII. ZGRADBA ATOMA</b> .....	180	Doseg žarkov gama .....	244
Modeli zgradbe atoma .....	180	Doseg žarkov alfa .....	245
Planetarni model atoma .....	181	Doseg žarkov beta .....	245
Svetlobni spekter vodikovih atomov .....	182	Doseg nevtronov .....	246
Bohrov model atoma .....	182	Dozimetrija .....	246
Energijska stanja elektronov v nevodikovih atomih .....	184	Detekcija radioaktivnega sevanja .....	247
Kvantna števila .....	186	Fotografska emulzija .....	247
Valovni model atoma .....	187	Meglična in mehurčna celica .....	247
Paulijevo izključitveno načelo .....	189	Plinski števci .....	248
Elektronska slika periodnega sistema elementov .....	189	Scintilacijski števec .....	248
Emisijski spekter – spontana emisija sevanja .....	192	Polvodniški detektor .....	249
Emisijski spektri .....	193	Nevtronski detektorji .....	250
Absorpcijski spekter .....	196	Uporaba radioaktivnih izotopov .....	250
Luminiscenca .....	197	Določanje starosti vzorcev .....	250
Fluorescenca .....	198	Uporaba v industriji .....	251
Fosforescenca .....	199	Uporaba v agronomiji in biologiji .....	251
Stimulirana emisija sevanja .....	200	Uporaba v medicini .....	251
Laser .....	202	Termonuklearne reakcije .....	251
Maser .....	204	Antimaterija .....	252
Rentgenski žarki (žarki X) .....	204	Antielektron – pozitron .....	253
Zavorno in karakteristično rentgensko sevanje .....	204	Antiproton in antinevtron .....	253
Uklon rentgenskih žarkov .....	206	Anihilacija delca in antidelca .....	254
Absorpcija rentgenskih žarkov .....	208	Nukleonsko število .....	254
Energijski pasovi elektronov v trdnih snoveh .....	208	Kozmični žarki .....	255
Energijski pasovi kovin .....	210	Osnovni delci .....	255
Energijski pasovi polvodnikov .....	211	Spin delcev – fermioni in bozoni .....	256
		Leptoni .....	256
		Barioni .....	256
		Mezoni .....	256
		Kvarki .....	258
		<b>TABELE SNOVNIH PARAMETROV</b> .....	260
		<b>STVARNO KAZALO</b> .....	266

KCIJE 214  
..... 215  
..... 216  
..... 216  
ezalna 217  
abilna 218  
..... 219  
..... 220  
..... 220  
..... 221  
..... 222  
..... 224  
..... 224  
..... 225  
..... 226  
..... 226  
..... 227  
..... 228  
..... 228  
..... 228  
..... 229  
..... 230  
..... 231  
..... 232  
..... 232  
..... 234  
..... 234  
..... 235  
..... 236  
..... 236  
..... 237  
..... 239  
..... 239  
..... 242  
..... 242  
snov. 244  
..... 244  
..... 245  
..... 245  
..... 246  
..... 246  
..... 247  
..... 247  
..... 247  
..... 248  
..... 248  
..... 249  
..... 250  
..... 250  
..... 250  
..... 251  
..... 251  
..... 251  
..... 251  
..... 252  
..... 253  
..... 253  
..... 254  
..... 254  
..... 255  
..... 255  
..... 256  
..... 256  
..... 256  
..... 256  
..... 258  
..... 260  
..... 266

34  
32  
13

Električno polje je lastnost prostora, da učinkuje z električno silo na naelektrena telesa. Razprostira se v okolici naelektrenih teles. Pravimo, da naelektrena telesa ustvarjajo v okolici električno polje. Če položimo kamorkoli v električno polje naelektreno telo, deluje nanj električna sila. To silo povzročajo naelektrena telesa, ki električno polje ustvarjajo.

Električno polje ima podobne značilnosti kot gravitacijsko polje (gl. I. del, str. 94): je potencialno polje, njegova jakost pada s kvadratom razdalje (torej polje učinkuje tudi na daljavo), nazorno ga predstavimo s silnicami. Zaradi mase, ki jo ima telo, je v njegovi okolici gravitacijsko polje, zaradi naelektrenosti (zaradi električnega naboja telesa) pa električno polje. Kakor je Newtonov gravitacijski zakon (I, 2.8) osnova gravitacijske sile oz. gravitacijskega polja, tako je osnova električne sile oz. električnega polja Coulombov zakon.

## Električni naboj

S fizikalno količino električni naboj ( $e$ ) izrazimo lastnost snovi, zaradi katere učinkuje električna sila. Kakor je masa sedež gravitacijske sile, je električni naboj sedež električne sile. Ne vemo, kaj električni naboj prav za prav je. Razprava o tem vprašanju nas pripelje globoko v notranjo zgradbo snovi in osnovnih delcev. Na naši stopnji se moramo zadovoljiti s tem, da naboj vpeljemo in ga merimo s pomočjo električne sile, ki je njegova posledica.

Glede na to, da je električna sila ali privlačna ali odbojna, obstajata dve vrsti električnega naboja, imenujemo ju **pozitivni naboj** ( $+e$ ) in **negativni naboj** ( $-e$ ). Pokaže se, da je električna sila med telesi z **istoimenskim nabojem odbojna**, med telesi z **raznoimenskim nabojem pa privlačna**. Vpeljava pojmov pozitivni in negativni naboj (namesto dveh povsem različnih izrazov) je upravičena zato, ker lahko naboje algebraično seštevamo ali odštevamo. Snov, ki vsebuje **enako veliko pozitivnega kot negativnega naboja je električno nevtralna**, ne privlačuje ali odbija drugih naelektrenih teles z električno silo (kot da ne bi imela električnega naboja). Če pozitivni naboj v snovi prevladuje nad negativnim, je snov naelektrena pozitivno (kaže navzven pozitivni naboj). Negativno naelektrena snov pa vsebuje več negativnega kot pozitivnega naboja.

Vsaka snov vsebuje električne naboje. Vendar sta pozitivni in negativni naboj v snovi večinoma uravnovešena, tako da je snov navzven električno nevtralna. Če s kakšnim procesom to ravnovesje porušimo, tako da naboj z enim predznakom prevlada nad drugim, se snov naelektrira in učinkuje navzven z električno silo na druga podobna telesa.

Da ugotovimo, kje in kako so v električno nevtralni snovi shranjeni pozitivni in negativni elek-

# I. ELEKTRIČNO POLJE

trični na  
koške.  
snovi še  
**atomi** s  
bojnim  
naboj lo

Raznov  
je **elekt**  
**sestavlj**  
**elemen**  
**trični na**  
**Osnovni**  
Poznam  
**tivni os**  
potemt  
nabojev  
Spremi  
minjati  
električ  
(nezvez  
majhen  
običajn  
naboja  
zvezno  
električ  
električ

V atom  
v najm  
zunan  
**negati**  
naboji  
v majh  
**Vsak p**  
 $e_0$ ). El  
enako  
v jedr  
spomi  
so elek

Atom  
tako, c  
tronov  
tivni ic  
(anion

Glede  
na pre  
vodna  
**buje**  
kajo s  
**tor** pa  
na da  
snov.

Najbo  
bujajo  
oni k  
prost  
prost  
če im  
privla  
onov.  
zarac  
prost

da učinkuje  
sa. Razpro-  
Pravimo, da  
i električno  
trično polje  
čna sila. To  
i električno

osti kot gra-  
potencialno  
om razdalje  
nazorno ga  
e, ki jo ima  
oolje, zaradi  
boja telesa)  
v gravitacij-  
ske sile oz.  
a električne  
v zakon.

(e) izrazimo  
e električna  
iske sile, je  
e. Ne vemo,  
e. Razprava  
o v notranjo  
naši stopnji  
oj vpeljemo  
e sile, ki je

privlačna ali  
ega naboja,  
n **negativni**  
na sila med  
**oobjna**, med  
**a privlačna**.  
ativni naboj  
ov) je upra-  
aično sešte-  
buje **enako**  
**naboja** je  
odbija dru-  
o (kot da ne  
itivni naboj  
n, je snov  
n pozitivni  
pa vsebuje  
oja.

Vendar sta  
i večinoma  
n električno  
ravnovesje  
nakom pre-  
in učinkuje  
podobna te-

trično nev-  
ativni elek-

trični naboji, drobimo snov na vedno manjše koščke. Spoznamo, da so tudi zelo majhni koščki snovi še vedno električno nevtralni. Tako so tudi **atomi** snovi **električno nevtralni**. Šele z medsebojnim učinkovanjem atomov lahko pozitivni naboj ločimo od negativnega.

Raznovrstni električni pojavi nas prepričujejo, da je **električni naboj** (tako pozitivni kot negativni) **sestavljen iz enakih deležev**, t. i. **osnovnih ali elementarnih nabojev** ( $e_0$ ). Pravimo, da je **električni naboj kvantiziran** (da ima zrnato strukturo). **Osnovni naboj** ( $e_0$ ) je **kvant električnega naboja**. Poznamo **pozitivni osnovni naboj** ( $+e_0$ ) in **negativni osnovni naboj** ( $-e_0$ ). Poljubno naboj  $e$  lahko potemtakem izrazimo s celim številom osnovnih nabojev:  $e = Ne_0$ , kjer je  $N$  poljubno celo število. Spreminjati električni naboj, se torej pravi, spreminjati število osnovnih nabojev. Vidimo, da se električni naboj lahko spreminja le v stopnjah  $e_0$  (nezvezno). Toda ker je osnovni naboj  $e_0$  zelo majhen (gl. str. 35), število osnovnih nabojev pa običajno zelo veliko, je spreminjanje električnega naboja v makroskopskem pogledu praktično zvezno. Ni čudno zato, da se prvi raziskovalci električnih pojavov niso zavedali zrnate sestave električnega naboja.

V atomu so negativni osnovni naboji shranjeni v najmanjših delcih – **elektronih**, ki sestavljajo zunanji plašč atoma. **Vsak elektron ima enak negativni osnovni naboj** ( $-e_0$ ). Pozitivni osnovni naboji pa so naloženi v **protonih**, ki se drenjajo v majhnem **atomske jedru** v središču atoma. **Vsak proton ima enak pozitivni osnovni naboj** ( $+e_0$ ). Električno nevtralni atom vsebuje v plašču enako veliko negativnih elektronov, kot ima v jedru pozitivnih protonov. (Iz srednje šole se spominjamo, da so v jedru tudi delci **nevtroni**, ki so električno nevtralni.)

Atom se naelektri (ali **ionizira**, spremeni v ion) tako, da prejme oziroma odda enega ali več elektronov. Če elektrone odda, se spremeni v pozitivni ion (**kation**); če jih prejme, pa v negativni ion (**anion**).

Glede na električno prevodnost razdelimo snovi na **prevodnike** in **neprevodnike (izolatorje)**. Prevodna snov je zgrajena iz atomov tako, da **vsebuje gibljive električne delce**, ki se lahko premikajo skozi, npr. proste elektrone ali ione. **Izolator** pa je snov, v kateri so električni delci vezani na dana mesta in se ne morejo premikati skozi snov.

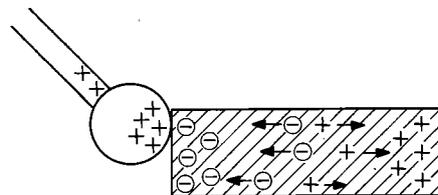
Najboljši prevodniki elektrike so **kovine**. Te vsebujejo **proste elektrone**, ki se prelivajo med kationi kovinske kristalne mreže (I, str. 128). Oblak prostih elektronov je znotraj kovine bolj ali manj prost, vendar lahko elektroni zapustijo kovino le, če imajo dovolj energije, da premagajo električni privlak kristalne mreže pozitivnih kovinskih kationov. Gibanje prostih elektronov v kovini je zaradi pogostih trkov povsem neurejeno in oblak prostih elektronov je enakomerno porazdeljen po

celotni notranjosti kovine. Vidimo, da se prosti elektroni v kovini obnašajo kot plinske molekule.

Poleg kovin so dobri prevodniki elektrike tudi **raztopine elektrolitov**, npr. kisline, baze in soli. Molekule elektrolita se v topilu (npr. vodi) razcepijo na pozitivne in negativne ione. Sproščeni ioni so v raztopini gibljivi in omogočajo dobro električno prevodnost. Raztopine elektrolitov so običajno slabši prevodniki kot kovine, saj se ioni zaradi večje mase težje premikajo kot prosti elektroni, razen tega jih zadržujejo viskozne vezi molekul topila.

**Plini** so zgrajeni iz električno nevtrálnih molekul, zato so navadno slabi prevodniki elektrike. V izjemnih primerih, npr. ob močni razelektritvi (strelji) ali pri močnem obsevanju s kozmičnimi, rentgenskimi ali drugimi radioaktivnimi žarki, pa nastane v plinu mnogo ionov, ki občutno povečajo njegovo električno prevodnost.

Kovinsko kroglico naelektrimo s pozitivnim nabojem tako, da ji odtegnemo več prostih elektronov. Čim več elektronov ji odvzamemo, tem večji je njen pozitivni naboj. Če se s takšno kroglico dotaknemo kovinske palice (slika 1.1), pritegne kroglica z električno silo proste elektrone iz kovine in jih nekaj tudi posrka. Zaradi tega se pozitivni naboj kroglice zmanjša, palica pa se naelektri pozitivno. Za kolikor se zmanjša pozitivni naboj kroglice, toliko pozitivnega naboja prejme palica. Rezultat je torej tak, kot da nekaj pozitivnega naboja steče s kroglice na palico. Smer pretakanja pozitivnega naboja je nasprotna smeri premikanja negativnih elektronov.



slika 1.1

## Coulombov zakon

Električni naboj definiramo in merimo s pomočjo električne sile med naelektrenimi telesi. Električno silo npr. izmerimo s torzijsko tehtnico, podobno kot merimo gravitacijsko silo med telesi (gl. I, str. 32). Shema meritve je na sliki (1.2). Enaki kovinski kroglici sta pritrjeni na konceh vodoravne prečke (iz izolatorja), ki visi na tanki žički. Eno kroglico naelektrimo z izbranim nabojem (npr.  $e_1$ ). Kroglici približamo (na oddaljenost  $r$ ) enako naelektreno kroglico. Zaradi električne odbojne sile med naelektrenima kroglicama se žička s prečko zasuka. Zasuk izmerimo s pomočjo svetlobnega žarka, ki se odbija od zrcalca na žički; je merilo za velikost električne sile med naelektrenima kroglicama. Naboj kroglice na prečki zmanjšamo na polovico (npr. tako, da se te kroglice dotaknemo z enako veliko a električno nevtralno kroglico). Opazimo, da se merjena električna sila zmanjša za polovico prvotne vrednosti. Torej je električna sila premo sorazmerna z nabojem kroglice. Seveda mora potem tudi veljati, da je električna sila premo sorazmerna tudi z nabojem druge kroglice, kar zlahka preverimo. Če pa obema kroglicama hkrati zmanjšamo naboj na polovico, se električna sila med njima zmanjša na četrtino. Sledi, da je **električna sila med naelektrenima telesoma premo sorazmerna s produktom nabojev obeh teles**. Ugotovimo tudi, da se električna sila spreminja **obratno sorazmerno s kvadratom razdalje** med naelektrenima telesoma. Te eksperimentalne izkušnje so strnjene v znanem **Coulombovem zakonu**: Telesi z nabojema  $e_1$  in  $e_2$ , razmaknjeni za  $r$ , se odbijata ali privlačujeta z električno silo:

$$F = \text{konst. } e_1 e_2 / r^2$$

(Vidimo, da je Coulombov zakon po obliki povsem analogen Newtonovemu gravitacijskemu zakonu, gl. I. 2.8; namesto mase imamo tu električni naboj telesa).

Vrednost sorazmernostne konstante v Coulombovem zakonu je odvisna od izbire merske enote naboja. Prvotno so določili enoto naboja (t.i. **elektrostatično enoto naboja, ese**) s pomočjo Coulombovega zakona, tako da je bila sorazmernostna konstanta enaka 1. Vendar so meritve električne sile med mirujočimi naboji zaradi pomanjkljive izolacije (merjeni naboj se med meritvijo spreminja) dokaj nenatančne. Primernejše so meritve električne sile med gibajočimi se naboji, to je sile med električnimi tokovi. Zato je v mednarodnem sistemu merskih enot (SI) izbran kot osnovna električna količina **električni tok** ( $I$ ), ki je kvocient pretečenega naboja ( $e$ ) in časovnega intervala ( $t$ ), v katerem naboj preteče:  $I = e/t$ . Merska enota električnega toka je **ampere** (A). Kako je ta definiran in kako ga merimo, bomo obravnavali kasneje (str. 57 in 94). S pomočjo toka vpeljana merska enota naboja se imenuje **coulomb** (C); definirana je kot produkt enote toka (A) in enote časa (s) (iz enačbe  $e = It$ ):

$$1\text{C} = 1\text{A} \cdot 1\text{s} = 1\text{As (amperekunda)}$$

**Coulomb je naboj, ki pri stalnem toku 1 A steče v 1 s skozi prerez vodnika. Namesto oznake C pogosto uporabljamo kar As.**

Naboj  $1\text{C} = 1\text{As}$  je razmeroma velik naboj, je npr. kar  $3 \cdot 10^9$  krat večji od stare elektrostatične enote naboja:  $1\text{C} = 3 \cdot 10^9$  ese. Z drgnjenjem naelektrimo telo kvečjemu z nabojem do  $0,1\mu\text{C}$ . Z močno strelo steče v zemljo naboj do  $10\text{As}$ .

Coulombov zakon redkokdaj uporabljamo v zgornji obliki. Večinoma delamo z enačbami, ki jih izpeljemo iz njega. Ker se v teh enačbah pogosto pojavlja faktor  $4\pi$ , pišemo sorazmernostno konstanto v Coulombovem zakonu v obliki: konst. =  $1/(4\pi\epsilon_0)$ , kjer je  $\epsilon_0$  nova konstanta, ti. **influenčna konstanta**. Njeno vrednost izmerimo (s poskusom na sliki 1.2) in dobimo:

$$\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{C}^2/(\text{Nm}^2)$$

Z influenčno konstanto dobimo končno obliko Coulombovega zakona, v kakršni ga najpogosteje uporabljamo:

$$F = e_1 e_2 / (4\pi\epsilon_0 r^2) \quad (1.1)$$

Podobno kot Newtonov gravitacijski zakon tudi **Coulombov zakon neposredno velja za točkasta telesa** (katerih velikost je majhna v primerjavi z njihovo medsebojno oddaljenostjo). Zakon lahko uporabljamo tudi za kroglasta telesa s simetrično razporejenim nabojem. V teh primerih je  $r$  razdalja med središči teles; električna sila učinkuje vzdolž veznice obeh središč (slika 1.3). Če prvo telo privlačuje (ali odbija) drugo telo s silo  $F$ , privlačuje (ali odbija) drugo telo prvo z nasprotno enako silo  $-F$  (po Newtonovem zakonu o medsebojnem učinkovanju teles, I. str. 31). Sili sta privlačni, če sta naboja teles raznoimenska, in odbojni, če sta istoimenska.

### Primeri:

1. Enaki kovinski kroglici različno naelektrimo, prvo z nabojem  $e_1 = 2,5\mu\text{C}$ , drugo z  $e_2 = -1,5\mu\text{C}$ . S kolikšno električno silo ( $F_1$ ) se kroglici privlačujeta, če sta razmaknjeni za  $r = 10\text{cm}$ ? Kroglici staknemo in ju nato spet razmaknemo na oddaljenost  $r$ . Kolikšna in kakšna je nova sila ( $F_2$ ) med njima?

$$F_1 = e_1 e_2 / (4\pi\epsilon_0 r^2) = 3,4\text{N}$$

Ko kroglici staknemo, se nekaj naboja nevtralizira in ostane naboj  $e = e_1 - e_2 = +1,0\mu\text{C}$ , ki si ga kroglici razdelita. Nova električna sila med kroglicama je odbojna in znaša:

$$F_2 = (e/2)^2 / (4\pi\epsilon_0 r^2) = 0,22\text{N}$$

2. Enaki naelektreni enako do električne. Kolik je n pata kot 2

Na vsako navzdol, vrvico po tanta teh je naspro

$$\text{tg } \varphi =$$

kjer je d

$$e^2 = 16$$

ali

$$e = 0,6$$

Zgodi se več drug vektorja dišča veka na naboju

$$F_1 = (e$$

Pri istom ima enak na naboju F na naboju mičnih si

$$F = F_1$$

$F_e$

da)  
ku.1A steče  
sto oznake

naboj, je npr.  
atične enote  
jem naelek-  
do  $0,1 \mu\text{C}$ .  
do  $10 \text{As}$ .

jamo v zgor-  
bami, ki jih  
pah pogosto  
nostno kon-  
blikli: konst.  
influenčna  
o (s posku-

nčno obliko  
ga najpogo-

(1.1)

i zakon tudi  
za točkasta  
v primerjavi  
tjo). Zakon  
tašta telesa  
V teh prime-  
ektrična sila  
č (slika 1.3).  
drugo telo  
go telo prvo  
Newtonovem  
teles, I. str.  
teles razno-  
ska.

naelektrimo,  
 $e_2 = -1,5 \mu\text{C}$ .  
lici privlaču-  
cm? Kroglici  
mo na odda-  
sila ( $F_2$ ) med

voja nevtrali-  
 $-1,0 \mu\text{C}$ , ki si  
na sila med

2. Enaki kroglici (vsaka ima maso  $m = 10 \text{g}$ ) sta naelektreni z enakim nabojem ( $e$ ) in visita na enako dolgih vrvcih (dolžina  $b = 40 \text{cm}$ ). Zaradi električne odbojne sile se kroglici razmakneta. Kolik je naboj kroglic, če vrvice v ravnovesju oklepata kot  $2\varphi = 22^\circ$  (slika 1.4)?

Na vsako kroglico učinkujejo tri sile: teža  $mg$  navzdol, električna sila  $F_e$  vodoravno in sila  $F_v$  vrvice poševno navzgor. V ravnovesju je rezultanta teh sil nič (rezultanta teže in električne sile je nasprotno enaka sili vrvice), zato velja:

$$\text{tg}\varphi = F_e/mg \quad \text{ali} \quad F_e = mg \text{tg}\varphi = e^2/(4\pi\epsilon_0 d^2)$$

kjer je  $d = 2b \sin\varphi$ . Sledi:

$$e^2 = 16\pi\epsilon_0 b^2 \sin^2\varphi mg \text{tg}\varphi = 4,0 \cdot 10^{-13} \text{C}^2$$

ali

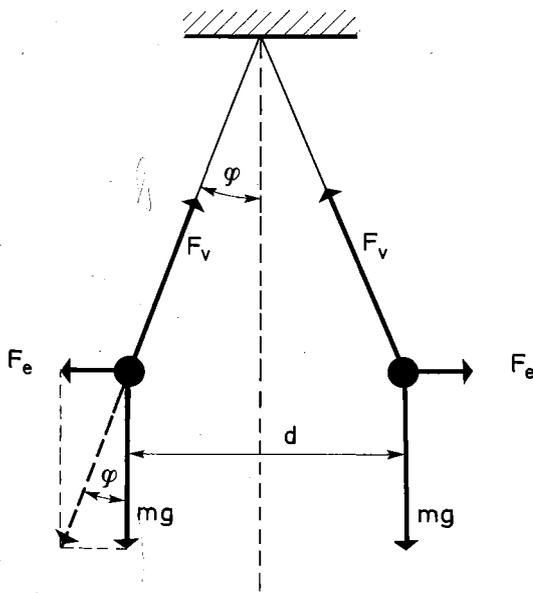
$$e = 0,63 \cdot 10^{-6} \text{C} = 0,63 \mu\text{C} = 0,63 \mu\text{As}$$

Zgodi se, da na izbrani naboj  $e$  učinkuje hkrati več drugih nabojev, npr. naboj  $e_1$  iz izhodišča vektorja  $\mathbf{r}_1$ , ki vodi do naboja  $e$ , naboj  $e_2$  iz izhodišča vektorja  $\mathbf{r}_2$  itd. (slika 1.5). Naboj  $e_1$  učinkuje na naboj  $e$  s silo:

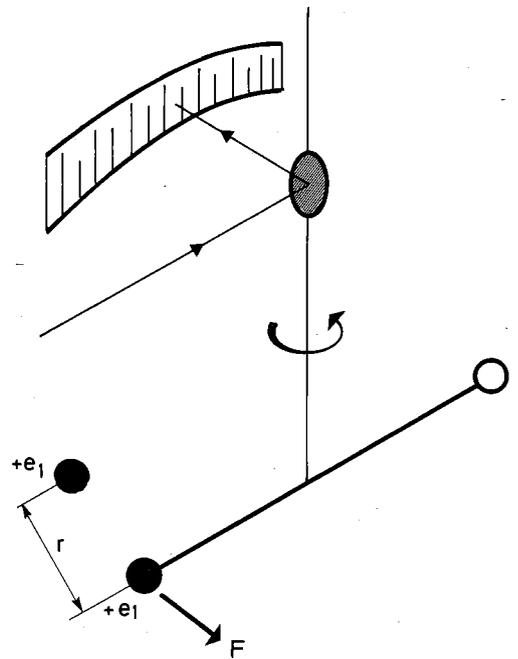
$$\mathbf{F}_1 = (e_1 e / 4\pi\epsilon_0 r_1^2) (\mathbf{r}_1 / r_1)$$

Pri istoimenskih nabojih  $e$  in  $e_1$  je sila  $\mathbf{F}_1$  odbojna, ima enako smer kot vektor  $\mathbf{r}_1$ . Naboj  $e_2$  učinkuje na naboj  $e$  s silo  $\mathbf{F}_2$  itd. Celotna električna sila  $\mathbf{F}$  na naboj  $e$  je vektorska vsota (rezultanta) posamičnih sil:

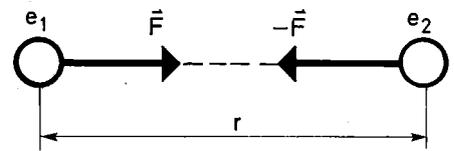
$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots = \sum \mathbf{F}_i = \sum (e_i e / 4\pi\epsilon_0 r_i^2) \mathbf{r}_i \quad (1.2)$$



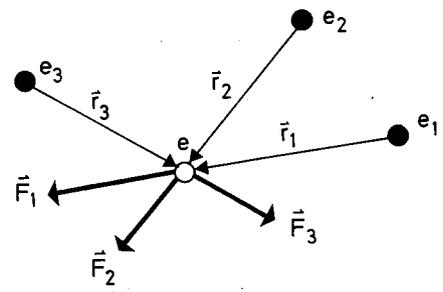
slika 1.4



slika 1.2



slika 1.3



slika 1.5

**Primer:**

Štirje enaki naboji ( $e = 1,5 \mu\text{C}$ ) so razvrščeni po ogliščih kvadrata s stranico  $a = 40 \text{ cm}$  (slika 1.6). Kolikšna električna sila ( $F$ ) učinkuje na vsakega od njih?

Naboji se odbijajo, sila  $F$  na vsakega od njih je usmerjena diagonalno proč od središča kvadrata. Na izbrani naboj učinkuje diagonalno ležeči naboj s silo  $F_1 = e^2/(8\pi\epsilon_0 a^2) = 0,25 \text{ N}$  v smeri diagonale, bližnja naboja pa s silo  $F_2 = e^2/(4\pi\epsilon_0 a^2) = F_1$  v smeri stranic. Rezultanta teh sil je:

$$F = F_1 + 2F_2 \cos \alpha = F_1 (1 + 4\sqrt{2}) = 0,97 \text{ N}$$

**Jakost električnega polja**

Električno silo  $F$ , s katero okolišni naboji učinkujejo na izbrani naboj  $e$ , lahko predstavimo tudi kot silo električnega polja na izbrani naboj. To silo izrazimo kot produkt naboja  $e$  (na katerega polje učinkuje) in jakosti  $E$  polja:

$$F = eE \quad (1.3)$$

**Jakost električnega polja je kvocient električne sile in naboja, na katerega polje učinkuje. Smer jakosti je smer električne sile na pozitivni naboj.** Smer sile na negativni naboj je nasprotna smeri vektorja  $E$ . Merska enota jakosti električnega polja je N/C ali V/m (gl. str. 26). Jakost električnega polja določimo za vsako točko prostora, tako da lahko električno polje smatramo kot lastnost prostora.

Električno polje ponazorimo s **silnicami**. Te so črte, katerih tangente kažejo smer jakosti električnega polja ( $E$ ), to je smer električne sile na pozitivni naboj. Pozitivni naboji se pospešujejo v smeri silnic, negativni pa proti smeri silnic. V polju narišemo toliko silnic, kolikor je potrebno za razumevanje dogajanja v polju. **Silnice izhajajo iz pozitivnih nabojev in ponikujejo v negativnih nabojih.**

Če se naboji (ki ustvarjajo električno polje) spremenijo (npr. če se premaknejo ali če dodamo nove naboje), se električno polje spremeni, spremeni se jakost polja oziroma potek silnic.

Recimo, da v dano točko polja položimo naboj  $e$ . Nanj deluje polje s silo  $eE$  (gl. 1.3), kjer je  $E$  jakost polja ostalih nabojev, kakršno je bilo v tej točki polja, preden smo tja postavili naboj  $e$ .

Jakost  $E$  v dani točki  $P$  polja zaradi točkastih nabojev  $e_1, e_2, \dots$ , ki so razporejeni v okolici,

izračunamo iz enačb (1.2, 3). Velja **princip superpozicije**: električna polja posameznih nabojev se vektorsko seštevajo. Jakost celotnega polja ( $E$ ) je:

$$E = (1/4\pi\epsilon_0) \sum e_i r_i / r_i^3 \quad (1.4)$$

Tu so  $r_i$  krajevni vektorji, ki vodijo od posamičnih nabojev  $e_i$  do točke  $P$ , v kateri iščemo jakost  $E$  polja (glej sliko 1.5, naboj je v točki  $P$ ).

Če ustvarja polje en sam naboj  $e_1$ , so silnice radialni žarki (slika 1.7), usmerjeni navzven za pozitiven  $e_1$ , in navznoter za negativen  $e_1$ , jakost polja se zmanjšuje s kvadratom oddaljenosti ( $r$ ) od naboja:

$$E = e_1 / (4\pi\epsilon_0 r^2) \quad (1.5)$$

Takšno polje je **kroglasto (sferično) simetrično**.

Na sliki (1.8) je skiciran potek silnic v okolici dveh enakih pozitivnih nabojev. Na sredini veznice nabojev je  $E = 0$ ; v simetralni ravnini so silnice ravne. Na oddaljenostih, ki so velike v primerjavi z razmikom nabojev, so silnice kroglasto simetrične, kot v okolici točkastega naboja  $2e_1$ .

Posebno je električno polje dveh enakih, a raznoimenskih nabojev, to je **polje električnega dipola**. Recimo, da je dipol sestavljen iz nabojev  $e_1$  in  $e_2 = -e_1$ , ki sta razmaknjena za  $d$ . Potek silnic v okolici dipola je na sliki (1.9).

Jakost polja  $E$  v okolici dipola lahko približno izračunamo za velike oddaljenosti ( $r \gg d$ ). Naboj  $e_1$  povzroča v točki  $P$  jakost  $E_1 = e_1 / (4\pi\epsilon_0 r_1^2) = (e_1 / 4\pi\epsilon_0) (r - d \cos \theta / 2)^{-2} \approx (e_1 / 4\pi\epsilon_0 r^2) (1 + \cos \theta d / r)$ , naboj  $-e_1$  pa jakost  $E_2 = e_1 / (4\pi\epsilon_0 r_2^2) = (e_1 / 4\pi\epsilon_0 r^2) (1 - \cos \theta d / r)$ . Vektorja  $E_1$  in  $E_2$  razstavimo na projekciji v smeri polmera  $r$  in pravokotno na to smer. Dobimo:

$$E_{\parallel} = (E_1 - E_2) \cos \alpha \quad \text{ter} \quad E_{\perp} = (E_1 + E_2) \sin \alpha$$

slika 1.10

Ker za  $r \gg d$  velja  $\cos \alpha \approx 1$  in  $\sin \alpha \approx (d/2r) \sin \theta$ , dobimo:

$$E_{\parallel} \approx 2e_1 \cos \theta d / (4\pi\epsilon_0 r^3) \quad \text{ter} \quad E_{\perp} \approx e_1 d \sin \theta / (4\pi\epsilon_0 r^3)$$

Produkt naboja  $e_1$  in razdalje  $d$  med nabojema dipola se imenuje **moment električnega dipola** ( $p_e$ ):

$$p_e = e_1 d \quad (\text{Cm}) \quad (1.6)$$

$$E_{\parallel} \approx 2p_e \cos \theta / (4\pi\epsilon_0 r^3) \quad \text{ter} \quad E_{\perp} \approx p_e \sin \theta / (4\pi\epsilon_0 r^3) \quad (1.7)$$

**Jakost električnega polja dipola je premo sorazmerna z momentom dipola; v veliki oddaljenosti**

**pojema**  
pojema  
kjer se  
(1.5). Se  
naboja z  
traliziran  
torialni  
kotna na  
kejša pa



ncip super-  
nabojev se  
ga polja ( $E$ )

(1.4)

posamičnih  
emo jakost  
i P).

so silnice  
navzven za  
en  $e_1$ ; jakost  
aljenosti ( $r$ )

(1.5)

simetrično.

okolici dveh  
lini veznice  
ni so silnice  
v primerjavi  
glasto sime-  
ja  $2e_1$ .

kih, a razno-  
električnega  
n. iz nabojev  
za  $d$ . Potek

ko približno  
 $\gg d$ . Naboj  
 $(4\pi\epsilon_0 r_1^2) = (e_1/$   
 $(e_1/4\pi\epsilon_0 r_2^2)$   
 $= e_1/(4\pi\epsilon_0 r^2)$   
ja  $E_1$  in  $E_2$   
olmera  $r$  in

$+ E_2) \sin \alpha$   
slika 1.10

$(d/2r) \sin \Theta,$

$\sin \Theta/(4\pi\epsilon_0 r^3)$

d naboje  
nega dipola

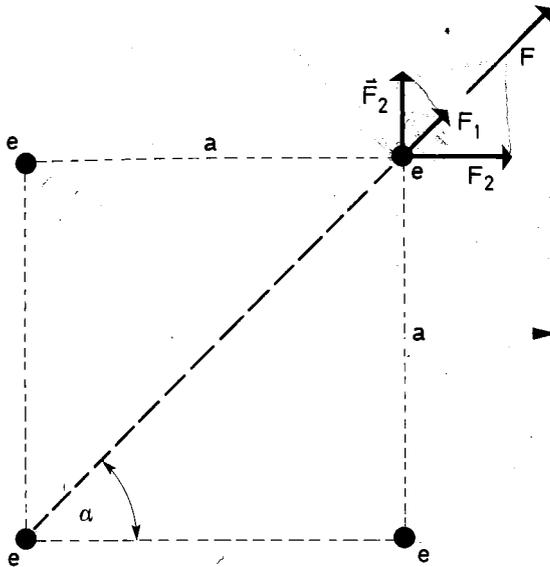
(1.6)

$\sin \Theta/(4\pi\epsilon_0 r^3)$

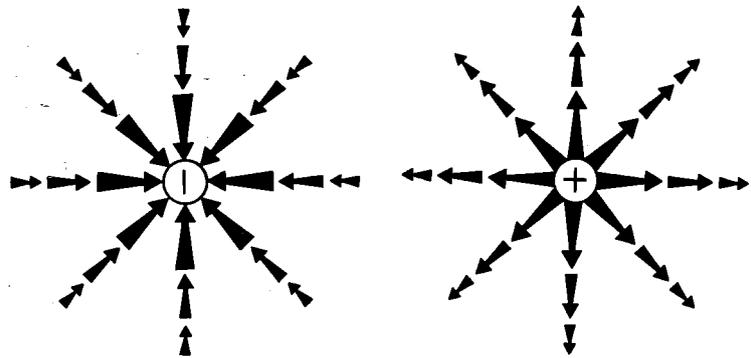
(1.7)

remo soraz-  
oddaljenosti

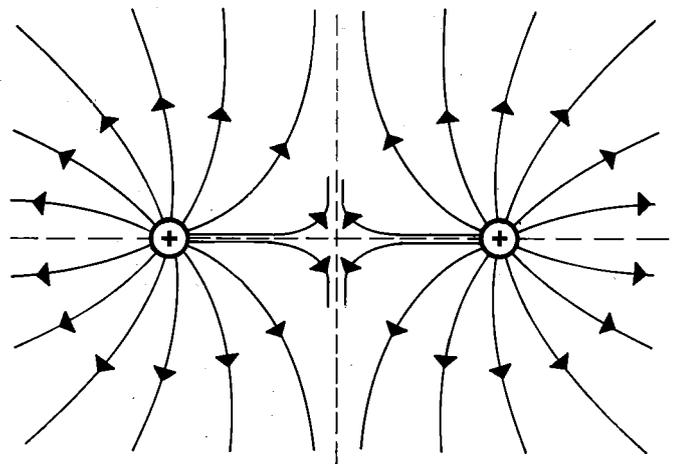
**pojema s kubom oddaljenosti od dipola.** Torej  
pojema močnejše kot pri enem točkastem naboju,  
kjer se zmanjšuje le s kvadratom oddaljenosti  
(1.5). Seveda, saj sta enako velika raznoimenska  
naboja z velike oddaljenosti skoraj povsem ne-  
utralizirana. Polje dipola je najmočnejše v t.i. ekva-  
torialni ravnini (simetrijski ravnini, ki je pravo-  
kotna na smer dipola, to je za  $\Theta = 90^\circ$ ), najšib-  
kejše pa v smeri dipola ( $\Theta = 0$ ).



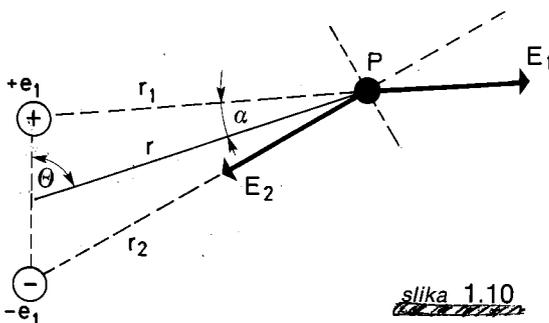
slika 1.6



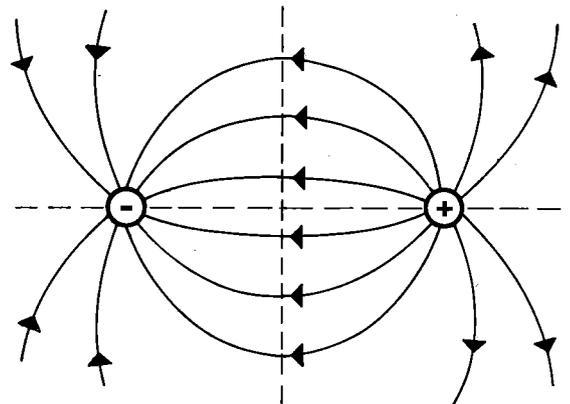
slika 1.7



slika 1.8



slika 1.10



slika 1.9

Za točkaste naboje, katerih lega v prostoru je znana, računamo jakost polja v splošnem z enačbo (1.4). Večkrat pa so naboji razporejeni po prostoru zelo na gosto (skoraj zvezno). Tedaj celoten naboj v računu razdelimo na diferencialne elemente  $de$ , ki jih obravnavamo kot točkaste naboje. En tak naboj iz prostorninskega elementa  $dV$  na konici krajevnega vektorja  $r$  (slika 1.11) povzroča v točki P jakost  $d\mathbf{E} = (de/4\pi\epsilon_0 r^3)\mathbf{r}$ . Jakost  $\mathbf{E}$  polja vseh zvezno porazdeljenih nabojev je vektorska vsota (integral) prispevkov posamičnih diferencialnih nabojev:

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = (1/4\pi\epsilon_0) \int (\mathbf{r}/r^3) de \quad (1.8)$$

Če je naboj zvezno porazdeljen po prostoru, vpletimo njegovo **prostorsko gostoto**  $\rho$ , ki je kvocient diferencialnega naboja  $de$  in prostorninskega elementa  $dV$ :

$$\rho = de/dV \quad \text{ali} \quad de = \rho dV \quad (1.9)$$

Novo izraženi  $de$  vstavimo v integral (1.8) in integriramo po prostoru, v katerem je naboj.

Pogosto je električni naboj zvezno porazdeljen po dani ploskvi; dana je njegova **ploskovna gostota**:

$$\sigma = de/dS \quad (\text{C/m}^2)$$

Tu je  $de$  naboj na ploskovnem elementu  $dS$  in v enačbi (1.8) integriramo po naelektreni ploskvi.

### Električno polje v okolici velike, enakomerno naelektrene plošče

Plošča je naelektrena z gostoto naboja  $\sigma$ . Ker so naboji enakomerno razporejeni po plošči in je ta neskončno velika, se vzdolž plošče jakost polja ne spreminja, odvisna je kvečjemu od oddaljenosti od nje. Iščemo jakost  $E$  električnega polja na pravokotni razdalji  $y$  od plošče. Iz simetrijskih razlogov je ugodno, če naboje v mislih razdelimo na koaksialne kolobarje s središčem v vznožišču točke P (slika 1.12, glej tudi podoben postopek računanja gravitacijske sile, l. sl. 2.8, str. 33). S slike je razvidno, da je jakost  $dE$  polja, ki jo povzroča diferencialni naboj  $de$  z enega diferencialnega kolobarja (s polmerom  $x$  in širino  $dx$ ), pravokotna na ploščo ter znaša:

$$dE = \cos\alpha \, de / (4\pi\epsilon_0 r^2)$$

kjer je  $de = \sigma dS = \sigma 2\pi x dx$ . Integriramo po kotu  $\alpha$ . Velja:  $x = y \tan\alpha$ ,  $dx = (y/\cos^2\alpha) d\alpha$  ter  $r = y/\cos\alpha$ , tako da je:

$$dE = (\sigma/2\epsilon_0) \sin\alpha \, d\alpha$$

Prispevki vseh kolobarjev ( $x$  gre od 0 do neskončnosti oziroma  $\alpha$  od 0 do  $\pi/2$ ) dajo celotno jakost  $E$ :

$$E = \int dE = (\sigma/2\epsilon_0) \int_0^{\pi/2} \sin\alpha \, d\alpha$$

$$E = \sigma/2\epsilon_0$$

(1.10)

Torej je **jakost električnega polja v okolici velike, enakomerno naelektrene plošče neodvisna od razdalje  $y$ ; v neposredni bližini plošče je polje enako močno kot v veliki oddaljenosti od nje. Silnice so ravne, vzporedne in pravokotne na ploščo**; usmerjene proč od plošče, če je naboj pozitiven, in k plošči, če je negativen. Polje z ravnimi in vzporednimi silnicami je **homogeno**. Jakost homogenega polja je na vsakem mestu enaka (slika 1.13).

Pri dveh (velikih) vzporednih ploščah, ki sta enako močno naelektreni, le da ena pozitivno (ploskovna gostota naboja  $+\sigma$ ), druga pa negativno ( $-\sigma$ ), je električno polje le v prostoru med ploščama, v njuni okolici pa polja ni. Vsaka od plošč ustvarja v svoji okolici homogeno električno polje z enako veliko jakostjo  $\sigma/2\epsilon_0$ . Na zunanji strani si polji posamičnih plošč nasprotujeta in se povsem izničita, v prostoru med ploščama pa se seštevata (slika 1.14). Med ploščama je polje homogeno; silnice so ravne, vzporedne in potekajo od pozitivne plošče k negativni. Jakost polja je:

$$E = \sigma/2\epsilon_0 + \sigma/2\epsilon_0 = \sigma/\epsilon_0 \quad (1.11)$$

Takšni kombinaciji naelektrenih plošč pravimo **ploščni kondenzator**. Seveda dejanski kondenzator nima neskončno velikih plošč. Ob robu plošč polje zato ni homogeno in v okolici ne izgine povsem. Nehomogenost polja ob robu ter polje v okolici pa lahko zanemarimo, če je razmik med ploščama majhen v primerjavi s prečno velikostjo plošč.

### Primeri:

1. Naelektrena kroglica z maso  $m = 10$  g visi na neprevodni vrvi, katere drugi konec je pritrjen k navpični naelektreni plošči (slika 1.15). Ploskovna gostota naboja je  $\sigma = 1,2 \mu\text{C/m}^2$ . Za kolik kot ( $\varphi$ ) je vrstica odklonjena od stene, če ima kroglica naboj  $e = 2,0 \mu\text{C}$ ?

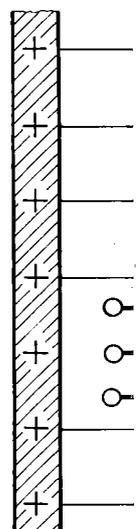
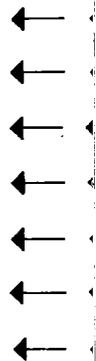
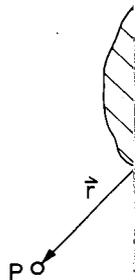
Računamo podobno kot pri primeru na strani 11, le električna sila je zdaj izražena drugače:  $F_e = eE = e\sigma/2\epsilon_0$ .

$$\tan\varphi = F_e/mg = e\sigma/(2\epsilon_0 mg) = 1,38 \quad \text{ter} \quad \varphi = 54^\circ$$

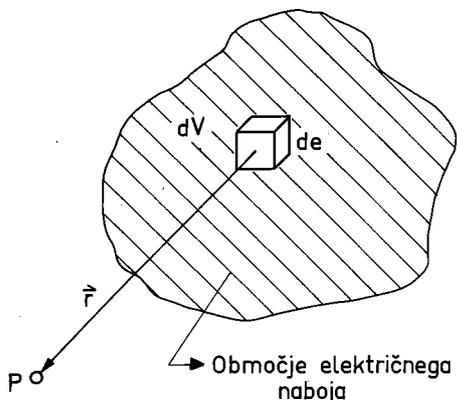
2. V prostor med vodoravni plošči ploščnega kondenzatorja napršimo več naelektrenih oljnih kapljic. Kolik je naboj ( $e$ ) kapljice, ki lebdi v prostoru; masa kapljice je  $m = 1$  mg. Zgornja plošča je naelektrena negativno, spodnja pa pozitivno; gostota naboja je  $\sigma = 2 \mu\text{C/m}^2$  (slika 1.16). Kaj se zgodi z lebdečo kapljico, če naboja plošč zamenjamo?

Kapljica lebdi, če je električna sila nasprotno enaka teži kapljice.

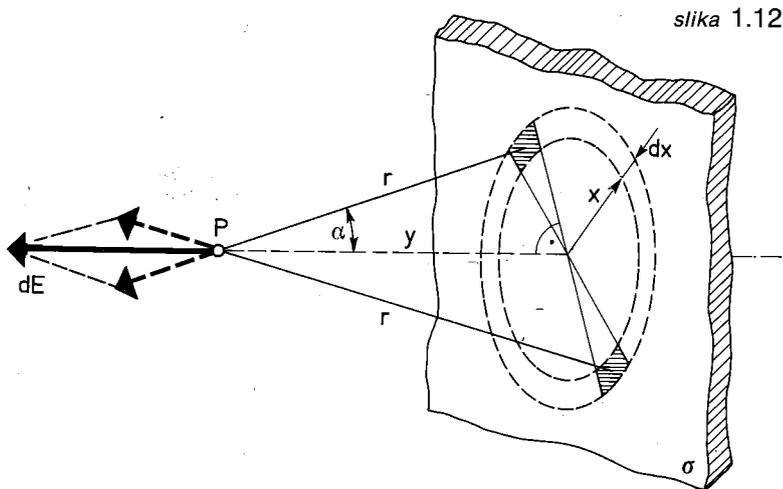
$$mg = eE = e\sigma/\epsilon_0 \quad \text{ali} \\ e = mg\epsilon_0/\sigma = 4,3 \cdot 10^{-11} \text{ C} = 43 \text{ pC}$$



koliki velike, odvisna od, če je polje, od nje, v kotne na, če je naboj, Polje z rav-, homogeno, kakem mestu



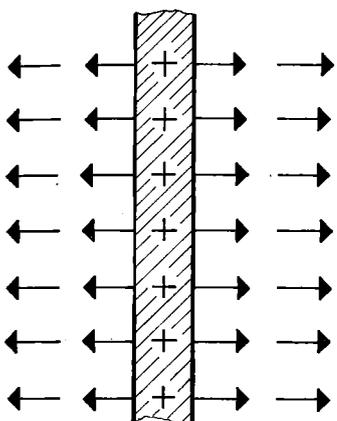
slika 1.11



slika 1.12

čah, ki sta, pozitivno, pa nega, prostoru med, i. Vsaka od, ogeno elek-, o  $\sigma/2\epsilon_0$ . Na, č nasprotu-, u med plošč-, d ploščama, zporedne in, tivni. Jakost

(1.11)



slika 1.13

šč pravimo, i kondenza-, o robu plošč-, ci ne izgine, bu ter polje, razmik med, o velikostjo

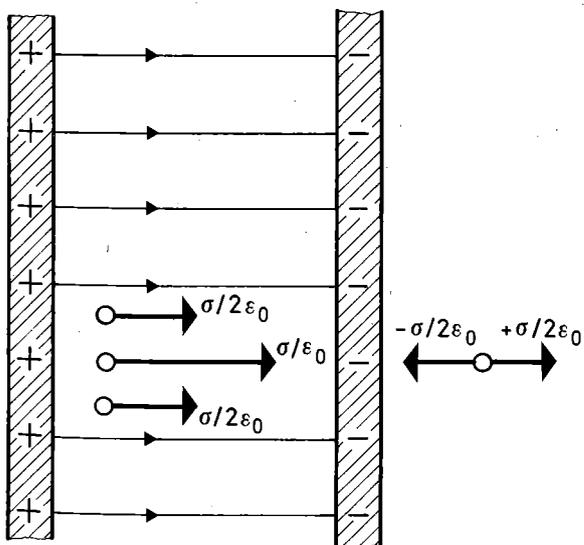
10 g visi na, c je pritrjen, 1.15). Plo-, m<sup>2</sup>. Za kolik, ene, če ima

na strani 11, ače:  $F_e = eE$

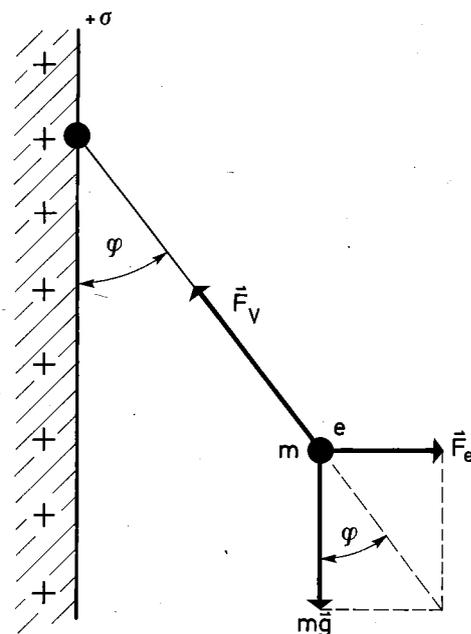
ter  $\varphi = 54^\circ$

šnega kon-, n oljnih kap-, i v prostoru;, a plošča je, a pozitivno;, 1.16). Kaj se, plošč zame-

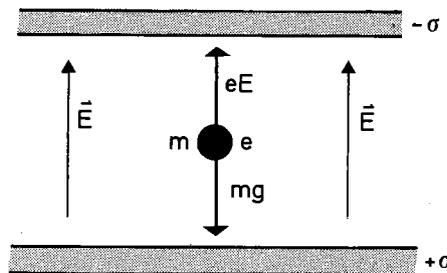
a nasprotno



slika 1.14



slika 1.15



slika 1.16

Če naboja plošč zamenjamo, se električna sila na kapljico obrne navzdol in lebdeča kapljica začne padati pospešeno s pospeškom  $2g$ .

3. Raznoimensko naelektreni plošči kondenzatorja se privlačujeta. Silo med njima npr. izmerimo s tehtnico (slika 1.17) in s tem določimo gostoto naboja plošč ali influenčno konstanto  $\epsilon_0$ . Kolikšna je gostota naboja plošče ( $\sigma$ ), če se plošči privlačujeta s silo  $F = 0,80\text{ N}$ ?

Merjena plošča s površino  $S = 36\text{ cm}^2$  visi na tehtnici; obdana je s kolobarjem, ki omogoča dokaj homogeno električno polje med ploščama. S tehtnico uravnovesimo težo plošče, tako da merimo neposredno električno silo. Plošča z nabojem  $e = \sigma S$  je v električnem polju, ki ga ustvarja druga plošča sama, jakost je  $E = \sigma/2\epsilon_0$  (gl. 1.10), zato na ploščo učinkuje električna sila:

$$F = eE = \sigma^2 S/2\epsilon_0 \quad \text{ali} \\ \sigma^2 = 2\epsilon_0 F/S = 3,9 \cdot 10^{-9} \text{ C}^2/\text{m}^4 \quad \text{ali} \\ \sigma = 63 \mu\text{C}/\text{m}^2$$

### Električno polje v okolici naelektrene kroglaste lupine

Tanka lupina s polmerom  $R$  je enakomerno naelektrena z nabojem  $e$ , ploskovna gostota naboja je  $\sigma = e/4\pi R^2$ . Iščemo jakost električnega polja znotraj lupine in v njeni okolici. Račun je enak kot pri gravitacijski sili med kroglasto lupino in točkastim telesom (I. str. 33), zato si rezultat kar sposodimo.

V notranjosti lupine ni električnega polja:  $E = 0$  za vsak  $r < R$ , v njeni okolici pa je polje enako, kot če bi bil ves naboj  $e$  zbran v središču lupine kot točkast naboj. Električno polje v okolici kroglaste lupine je torej kroglasto simetrično, silnice so radialni žarki, jakost polja pojema s kvadratom oddaljenosti od središča lupine:

$$E(r) \begin{cases} = 0 & \text{za } r < R \\ = e/(4\pi\epsilon_0 r^2) & \text{za } r > R \end{cases} \quad (1.11a)$$

Ob prehodu skozi lupino (za  $r = R$ ) se jakost polja nezvezno spremeni, od  $e/(4\pi\epsilon_0 R^2)$  na 0. Pomembno je, da naelektrena lupina ne povzroča električnega polja v svoji notranjosti (slika 1.18).

Neelektrično stanje v notranjosti kroglaste lupine je posledica dejstva, da jakost električnega polja pojema s kvadratom oddaljenosti od naboja (kar izhaja iz Coulombovega zakona). Lahko sklepamo tudi obrneno: če v notranjosti enakomerno naelektrene lupine ni električnega polja, se jakost polja v njeni okolici spreminja s kvadratom oddaljenosti od naboja. Da to res velja, se prepričamo takole: skozi poljubno točko  $P$  v notranjosti kroglaste lupine potegnemo ozka stožca z vrhom v točki  $P$  (slika 1.19), prostorski kot ob vrhu stožcev je  $d\Omega$ . Prvi stožec s stranico  $r_1$  izreže iz kroglaste lupine diferencialno ploskvico  $dS_1$  z nabojem  $de_1 = \sigma dS_1$ , drugi stožec

s polmerom  $r_2$  pa izreže na drugi stranici ploskvico  $dS_2$  z nabojem  $de_2 = \sigma dS_2$ . Recimo, da se jakost polja spreminja z razdaljo od naboja  $e$  po enačbi:  $E = \text{konst.} \cdot e/r^n$ , kjer moramo eksponent  $n$  še določiti tako, da v točki  $P$  ni polja. Naboj  $de_1$  povzroča v točki  $P$  jakost  $dE_1 = \text{konst.} \cdot de_1/r_1^n$ , naboj  $de_2$  pa jakost  $dE_2 = \text{konst.} \cdot de_2/r_2^n$ . Skupna jakost je:

$$dE = dE_1 - dE_2 = \text{konst.} \cdot (de_1/r_1^n - de_2/r_2^n) = 0$$

Sledi zahteva:

$$r_1^n/r_1^n = r_2^n/r_2^n$$

Če v poljubni točki  $P$  ni polja, je zgornja enačba za poljubna  $r_1$  in  $r_2$  izpolnjena le, če je  $n = 2$ , kar smo želeli dokazati.

Meritve vsestransko potrjujejo, da v notranjosti enakomerno naelektrene kroglaste lupine zares ni električnega polja. S tem je posredno dokazana veljavnost Coulombovega zakona.

Naelektreno kroglo si lahko predstavljamo, kot da je sestavljena iz več kroglastih lupin z različnimi polmeri. Vsaka od njih ustvarja električno polje le v zunanjem prostoru (če je le enakomerno naelektrena) in to polje z radialnimi silnicami, kot da bi bil njen naboj zbran v središču. Zatorej je električno polje tudi v okolici celotne naelektrene krogle s kroglasto simetrično razporejenim nabojem (gostota naboja ni odvisna od smeri, se pa lahko spreminja z oddaljenostjo od središča); silnice so radialni žarki, izhajajoči iz središča, jakost polja pada s kvadratom oddaljenosti od središča (kot da bi bil ves naboj krogle zbran v središču kot točkast naboj). To dejstvo je vzrok, da Coulombov zakon neposredno velja tudi za kroglasto simetrično naelektrena telesa.

Mislimo si koncentrični kroglasti lupini. Notranja s polmerom  $R_1$  je enakomerno naelektrena z nabojem  $+e$ , zunanja s polmerom  $R_2$  pa z nabojem  $-e$  (kroglast kondenzator, slika 1.20). Podobno kot pri plosčnem kondenzatorju je tudi tu električno polje omejeno le na prostor med lupinama, v notranjosti notranje lupine in v okolici zunanje pa električnega polja ni. Električno polje dveh koncentričnih lupin ustvarja le notranja lupina, jakost polja je:

$$E(r) \begin{cases} = 0 & \text{za } r < R_1 \\ = e/(4\pi\epsilon_0 r^2) & \text{za } R_1 < r < R_2 \\ = 0 & \text{za } r > R_2 \end{cases} \quad (1.12)$$

### Primer:

Kolikšna je normalna (radialna) mehanska napetost v zunanji lupini kroglastega kondenzatorja zaradi električne privlačne sile med lupinama? Lupini sta naelektreni z nabojema  $\pm 0,15\text{ mC}$ , polmer zunanje lupine je  $R_2 = 10\text{ cm}$ .

ranici plosk-  
cimo, da se  
naboja  $e$  po  
o eksponent  
ja. Naboje  $de_1$   
 $konst.de_1/r_1^n$   
 $e_2/r_2^n$ . Skupna

$de_2/r_2^n = 0$

ornja enačba  
je  $n = 2$ , kar

v notranjosti  
lupine zares  
redno doka-  
na.

avljamo, kot  
upin z različ-  
ja električno  
je le enako-  
lialnimi silni-  
n v središču.  
olici celotne  
rično razpo-  
i odvisna od  
aljenostjo od  
izhajajoči iz  
tom oddalje-  
naboje krogle  
To dejstvo je  
sredno velja  
rena telesa.

ini. Notranja  
naelektrena  
 $R_2$  pa z nabo-  
slika 1.20).  
atorju je tudi  
prostor med  
ine in v oko-  
i. Električno  
arja le notra-

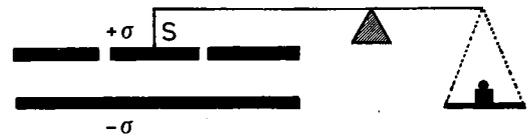
(1.12)

anska nape-  
ondenzatorja  
d lupinama?  
 $\pm 0,15 \text{ mC}$ ,  
n.

Zunanja lupina z nabojem  $-e$  je v električnem polju, ki ga ustvarja notranja lupina z nabojem  $+e$ ; jakost polja na mestu zunanje lupine je:  $E = e/(4\pi\epsilon_0 R_2^2)$ . Nanjo zato učinkuje v radialni smeri navznoter električna sila  $F = eE = e^2/(4\pi\epsilon_0 R_2^2)$ . Ta sila je razporejena po ploskvi  $S = 4\pi R_2^2$ , zato je mehanska napetost enaka (gl. I. del, str. 135):

$\sigma = F/S = (e/4\pi R_2^2)^2/\epsilon_0 = 1,6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 1,6 \text{ bar}$

**Vprašanje:** Kolikšna pa je mehanska napetost v notranji lupini? Kaj s tem v zvezi pove Newtonov zakon o medsebojnem učinkovanju teles (I. del, str. 31)?

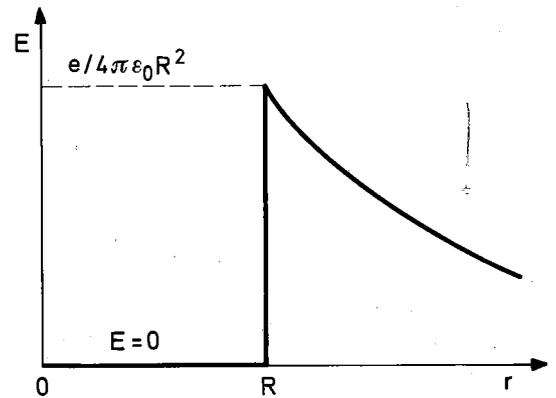


slika 1.17

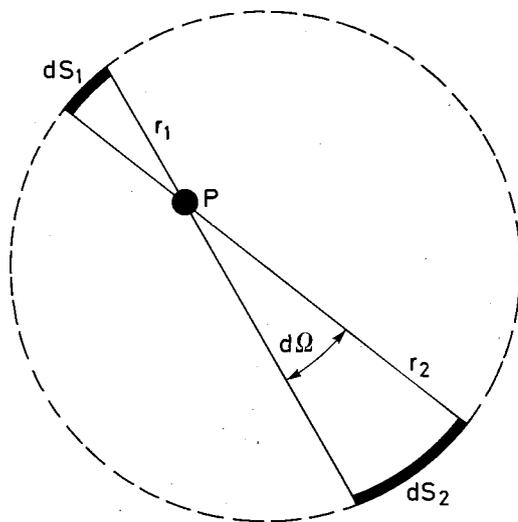
**Električni pretok**

Doslej smo računali jakost električnega polja in risali potek silnic pri znani porazdelitvi električnih nabojev v prostoru. Možna je tudi obratna pot, da iz znane jakosti polja in znanega poteka silnic na izbranem območju polja sklepamo o porazdelitvi nabojev, ki to polje povzročajo. Če neka zaključena ploskev objema zgolj pozitivne naboje, jo silnice prebadajo le v smeri navzven (ter obratno, če so znotraj ploskve le negativni naboji). V splošnem zaključena ploskev objema tako pozitivne kot negativne naboje in jo zato električne silnice prebadajo v obeh smereh.

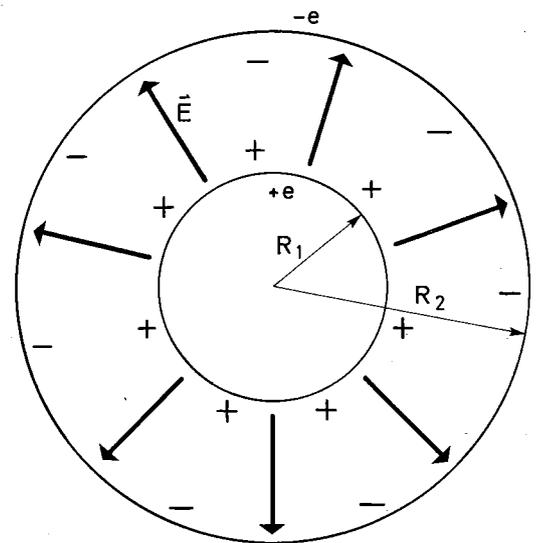
Podobno razglabljamo pri gibanju tekočine. Če tokovnice prebadajo zaključeno ploskev v smeri navzven (tekočina teče ven iz zaključenega območja), so v notranjosti zaključene ploskve viri tekočine. Če pa tokovnice prebadajo ploskev v smeri navznoter, pa so v notranjosti ponori.



slika 1.18



slika 1.19



slika 1.20

Tokovnice so analogne električnim silnicam. Kakor je hitrost  $\mathbf{v}$  tangenta na tokovnico, je jakost električnega polja ( $\mathbf{E}$ ) tangenta na silnico. Rečemo, da vzdolž silnic »teče« t.i. **električni pretok** ( $\Phi_e$ ). To seveda ni noben tok »električne tekočine«. Ta predstava le olajšuje razumevanje pojavov v električnem polju. Električni pretok  $\Phi_e$  vpeljemo podobno kot masni tok  $\Phi_m$  pri gibanju tekočine (I. str. 165):

$$\Phi_m = \rho \int \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S}$$

Tu je  $\rho$  gostota tekočine,  $\mathbf{v}$  hitrost pretakanja in  $d\mathbf{S}$  vektor ploskovnega elementa (je pravokoten na ploskev, usmerjen navzven iz zaključenega območja). Integriramo po ploskvi, za katero računamo pretok. Spomnimo se, da je pretok največji, če so tokovnice pravokotne na ploskev, in da je nič, če tokovnice ploskve ne prebadajo.

V električnem polju je namesto hitrosti  $\mathbf{v}$  jakost električnega polja  $\mathbf{E}$ , namesto gostote  $\rho$  pa vzamemo influenčno konstanto  $\epsilon_0$ . **Električni pretok  $\Phi_e$  torej definiramo z enačbo:**

$$\Phi_e = \epsilon_0 \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.13)$$

Merska enota tako vpeljanega električnega pretoka je  $(C^2/Nm^2) (N/C) \cdot m^2 = C$ , kar je enota naboja. Pokazali bomo, da je **električni pretok skozi zaključeno ploskev zares enak naboju, ki ga ploskev objema.**

Najprej izberimo točkast naboj  $e$  v središču kroglaste ploskve s polmerom  $R$ . Jakost polja  $\mathbf{E}$  je pravokotna na ploskev in po vsej ploskvi enako velika:  $E = e/(4\pi\epsilon_0 R^2)$  (polje je kroglasto simetrično). Enačba (1.13) se za ta primer poenostavi v:

$$\Phi_e = \epsilon_0 E \cdot 4\pi R^2 = e$$

Enak rezultat za električni pretok dobimo tudi za kakšno drugo (nekroglasto) ploskev, ki objema enak naboj  $e$ . Zaradi skalarne produkta  $\mathbf{R} \cdot d\mathbf{S}$  namreč prispeva k električnemu pretoku le projekcija ploskovnega vektorja  $d\mathbf{S}$  na smer  $\mathbf{E}$ , ta pa je enako velika kot pri kroglasti ploskvi. Kar velja za električno polje enega samega naboja, velja tudi za poljubno polje, ki ga ustvarjajo poljubno razporejeni naboji (jakosti polj posamičnih nabojev se namreč vektorsko seštevajo, zato se seštevajo tudi električni pretoki). Zgornjo trditev zato lahko posplošimo v t.i. **Gaussov stavek o električnem pretoku:**

**Električni pretok  $\Phi_e = \epsilon_0 \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$  skozi poljubno zaključeno ploskev je enak algebraični vsoti električnih nabojev, ki jih ta ploskev objema.**

Zakon o električnem pretoku je koristen, saj lahko z njegovo pomočjo pogosto enostavno določimo jakost električnega polja.

Kot prvi primer poiščimo jakost homogenega električnega polja v prostoru med ploščama plosčnega kondenzatorja, kar smo po standardni poti že izračunali na strani 14. Mislimo si kockasto ploskev, ki iz pozitivno naelektrene plošče izrezuje ploskev  $S$  (slika 1.21, ploskev  $S$  je pravokotna na list). Celotna kockasta ploskev objema naboj  $e = \sigma S$ . Električno polje je le v prostoru med ploščama, silnice so pravokotne na ploskev  $S$ , zato je električni pretok skozi ploskvice 1–2, 2–3 in 3–4 nič ter ostane le pretok  $\epsilon_0 E S$  skozi ploskvice 1–4. Celotni pretok skozi kockasto ploskev torej znaša  $\epsilon_0 E S$  in mora biti (po zakonu o električnem pretoku) enak objetemu naboju  $e = \sigma S$ . Sledi rezultat:  $E = \sigma/\epsilon_0$ , ki ga že poznamo (str. 14).

Podobno določimo jakost električnega polja v okolici enakomerno naelektrene kroglaste lupine. Če postavimo (poljubno oblikovano) zaključeno ploskev v notranjost naelektrene lupine, ne objema nobenega naboja in je zato električni pretok skoznjeno nič, kar pomeni, da je (zaradi kroglaste simetrije) nič tudi jakost električnega polja. **Kjerkoli v notranjosti enakomerno naelektrene lupine je jakost električnega polja nič.** Zaključeno ploskev, za katero računamo električni pretok, nato razširimo v kroglasto ploskev s polmerom  $r > R$  (polmer lupine), tako da objema celotni naboj  $e$  lupine. **Če je polje kroglasto simetrično in so silnice radialne** (pravokotne na ploskev), je električni pretok dan z enačbo:  $\Phi = \epsilon_0 E(r) \cdot 4\pi r^2$  in je enak objetemu naboju  $e$ . Sledi:  $E(r) = e/(4\pi\epsilon_0 r^2)$ , kar že poznamo. Vidimo, da jakost električnega polja v okolici enakomerno naelektrene lupine ni odvisna od tega, kje znotraj lupine je naboj, pogoj je le, da je razporejen kroglasto simetrično. **Jakost električnega polja v okolici kroglasto simetrično razporejenega naboja se spreminja obratno sorazmerno s kvadratom oddaljenosti od središča.**

**Primer:**

S pomočjo zakona o električnem pretoku ugotovi **jakost valjasto simetričnega električnega polja v okolici enakomerno naelektrene valjaste lupine s polmerom  $R$  (in neskončno dolžino). Naboj na enoto dolžine valjaste lupine je  $\mu$  (t.i. **linijska gostota naboja**).**

Podobno kot pri kroglasti lupini (glej zgoraj) tudi tukaj takoj ugotovimo, da v notranjosti lupine ni električnega polja:

$$E = 0 \quad \text{za } r < R$$

V okolici enakomerno naelektrene valjaste lupine je električno polje osno simetrično: silnice potekajo radialno od osi lupine in leže v ravninah pravokotno nanjo. Jakost električnega polja je odvisna le od pravokotne oddaljenosti  $r$  od osi lupine:  $E = E(r)$ , vzdolž osi (dolžine) se ne spreminja.

Zaključer  
trični pro  
bobna s  
ploskev c  
njo in sp  
teh plosk  
plašč (n  
znaša:  $\epsilon_0$   
18):

$$\Phi_e = \epsilon_0 \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

**Jakost o  
spreminj  
oddaljen  
lupini tu  
lupine en  
to je, je  
lupine.**

Za vajo i  
tričnega  
žice po c  
de =  $\mu dz$

**Snov v**

Električn  
trično sil  
na elektr  
zit v prev  
elektrolit

Kovina  
kovina r  
elektroni  
njeni not  
nevtralna  
polje, se  
sile pren  
več enak  
lijo se ok  
polja vst  
tivni nab  
iz kovine  
pozitivni  
polje tor  
nabere (i  
kjer silni  
kjer siln  
ustvarja  
**prvotnen  
nasprotu  
se zarad  
dijo po n  
polje (za  
kovine p  
čes v I**

homogenega  
d ploščama  
o standardni  
mo si kocka-  
trene plošče  
v  $S$  je pravo-  
skev objema  
e v prostoru  
e na ploskev  
oskvice 1-2,  
 $\epsilon_0 ES$  skozi  
kockasto plo-  
(po zakonu  
emu naboju  
že poznamo

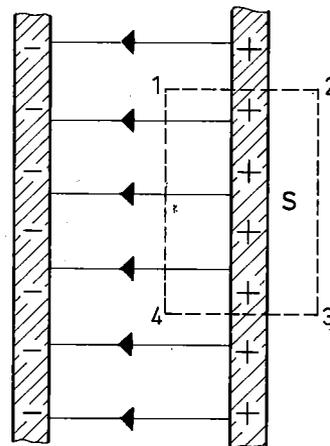
Zaključeno ploskev, za katero računamo električni pretok  $\Phi_e$ , izberemo v obliki valjastega bobna s polmerom  $r$  in višino  $h$  (slika 1.22). Ta ploskev objema naboj  $e = \mu h$ . Pretok skozi zgornjo in spodnjo ravno ploskev je nič (ker silnice teh ploskev ne prebadajo), pretok skozi valjast plašč (na katerega so silnice pravokotne) pa znaša:  $\epsilon_0 2\pi r h E(r)$ . Sledi (gl. Gaussov stavek, str. 18):

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_e = \epsilon_0 2\pi r h E(r) = e = \mu h \quad \text{ali} \\ E(r) = \mu / 2\pi r \epsilon_0 \quad \text{za } r > R \end{array} \right. \quad (1.14)$$

**Jakost osnosimetričnega električnega polja se spreminja obratno sorazmerno s pravokotno oddaljenostjo od osi.** Podobno kot pri kroglasti lupini tudi tu velja, da je električno polje v okolici lupine enako, kot če bi bil ves naboj zbran na osi, to je, je neodvisno od polmera  $R$  naelektrene lupine.

Za vajo izračunaj jakost osnosimetričnega električnega polja v okolici naelektrene dolge ravne žice po direktni poti, to je z enačbo (1.8), kjer je  $de = \mu dz$  ( $z$  je koordinata vzdolž žice).

Kot reakcija na zunanje električno polje, v katerega položimo kovino, se elektroni na površini kovine razporedijo tako, da se električno polje v notranjosti kovine uniči.

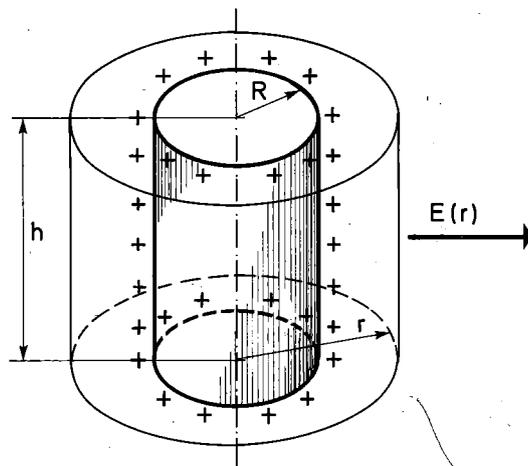


slika 1.21

čnega polja  
e kroglaste  
ikovano) za-  
trene lupine,  
ato električni  
a je (zaradi  
električnega  
erno naelek-  
a polja nič.  
namo elek-  
asto ploskev  
e), tako da  
polje krogla-  
(pravokotne  
n z enačbo:  
nu naboju  $e$ .  
mo. Vidimo,  
olici enako-  
od tega, kje  
a je razpore-  
električnega  
o razporeje-  
sorazmerno  
ča.

### Snov v električnem polju

Električno polje učinkuje na snov tako, da z električno silo deluje na električne delce snovi (npr. na elektrone ali ione). Ta učinek je posebno izrazit v prevodni snovi, npr. v kovini ali v raztopini elektrolita.

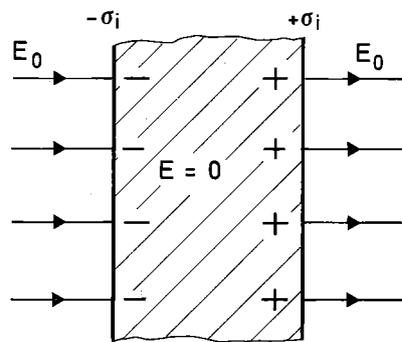


slika 1.22

toku ugotovi  
čnega polja  
ljaste lupine  
o). Naboj na  
(t.i. linijska

Kovina vsebuje oblak prostih elektronov. Če kovina ni v električnem polju, so njeni prosti elektroni v povprečju enakomerno razporejeni po njeni notranjosti in kovina je navzven električno nevtralna. Brž ko kovino položimo v električno polje, se njeni prosti elektroni zaradi električne sile premaknejo proti smeri silnic, pa zato niso več enakomerno razporejeni po kovini: nagomiliijo se ob površini kovine, kjer silnice zunanjega polja vstopajo v kovino (tam se torej nabere negativni naboj), na drugi strani (kjer silnice izstopajo iz kovine) pa prevlada (ker elektroni odtečejo) pozitivni naboj kovinskih kationov. Električno polje torej povzroči, da se na površini kovine nabere (influir) električni naboj: **negativni tam, kjer silnice vstopajo v kovino, pozitivni pa tam, kjer silnice izstopajo iz nje.** Influirani naboj ustvarja dodatno električno polje, ki se **doda prvotnemu polju** tako, da mu na območju kovine **nasprotuje**. Ker so elektroni kovine zelo gibljivi, se zaradi zunanjega električnega polja razporedijo po njeni površini tako, da dodatno električno polje (zaradi influiranih nabojev) na območju kovine povsem kompenzira prvotno polje, zaradi česar **v kovini ni električnega polja** (slika 1.23).

zgoraj) tudi  
sti lupine ni



slika 1.23

ljaste lupine  
silnice pote-  
v ravninah  
ega polja je  
sti  $r$  od osi  
se ne spre-

Zaradi naboja, ki ga prvotno električno polje influira na površini kovine, se polje v okolici kovine spremeni tako, da so **silnice novega električnega polja** (rezultat prvotnega polja in polja influiranih nabojev) **pravokotne na površino kovine** (slika 1.24). Drugače bi namreč na proste površinske elektrone delovala električna sila, ki bi jih pospeševala vzdolž površine kovine.

Na sliki 1.25 je skiciran potek silnic električnega polja, ki ga ustvarja električni naboj  $+e$  pred kovinsko steno. V steni se influira tak negativni naboj, da so silnice rezultirajočega električnega polja (prvotno polje točkastega naboja z radialnimi silnicami in polje v steni influiranega negativnega naboja) pravokotne na steno. Polje je enako kot na eni strani simetralne ravnine dveh enakih, raznoimenskih nabojev (slika 1.9). Kovinska stena z influiranim nabojem torej ustvarja pred seboj takšno polje kot naboj  $-e$ , postavljen zrcalno glede na naboj  $+e$ .

Električno polje v notranjščini kovine se zaradi influiranega naboja (na površini kovine) uniči tudi, če so v kovini votli prostori. To lastnost kovin (in prevodnikov nasploh) izkoristimo za t.i. **elektrostatično zaščito**. Električno polje v danem prostoru močno oslabimo, če prostor obdamo s kovinsko steno ali mrežo (t.i. **Faradayevo kletko**). Električni instrumenti, ki so občutljivi na električne vplive iz okolice, so obdani s kovinsko mrežico, ki preprečuje vpliv zunanega električnega polja na merjenje. V avtu s kovinsko karoserijo smo varni pred strelo (če le nismo preblizu velikih oken). Te prednosti seveda ni, če je karoserija narejena iz umetnih smol. Železobetonska konstrukcija stavbe ščiti notranje prostore pred električnimi vplivi okolice, s čimer pa tudi izolira zgradbo in njene prebivalce od okolice. Nekateri menijo, da je zaradi tega bivanje v betonskih zgradbah fiziološko manj priporočljivo kot bivanje v lesenih ali opečnih zgradbah.

Uničevanje električnega polja v notranjosti kovine izkoristimo za merjenje jakosti prvotnega električnega polja. Vzamemo enaki kovinski ploščici in ju ploskoma staknjeni položimo v električno polje, tako da so silnice pravokotne na plošči. Na obeh straneh sestavljene plošče se influira naboj (glej sliko 1.23). Na strani plošče, kjer silnice vstopajo v ploščo, je gostota influiranega naboja  $-\sigma_i$ , na drugi strani (kjer silnice izstopajo iz plošče) pa  $+\sigma_i$ . Influira se naboj s tolikšno gostoto  $\sigma_i$ , da je jakost električnega polja zaradi teh nabojev ( $= \sigma_i/\epsilon_0$ , gl. 1.11) enako velika kot jakost  $E_0$  prvotnega (zunanjega) polja, ki te naboje influira:

$$\sigma_i = \epsilon_0 E_0 \quad (1.15)$$

Gostota naboja influiranega na površini kovine, je premo sorazmerna z jakostjo prvotnega električnega polja v kovini. Sorazmernostna konstanta  $\epsilon_0$  med  $\sigma_i$  in  $E_0$  se zato imenuje **influenčna konstanta**.

Sestavljeno ploščo v električnem polju razmaknemo in ploščici ločeno vzamemo iz polja. Na eni ploščici je infuriran naboj  $+\sigma_i$  ( $S$  je površina ploščice), na drugi pa  $-\sigma_i$ . Mereč influirani naboj, določimo jakost  $E_0$  prvotnega polja.

### Električna polarizacija

Drugače kot v kovini se influira naboj v neprevodni snovi. **Neprevodnik** je običajno zgrajen iz električno nevtralnih atomov. Če že vsebuje električne delce – ione (kot npr. steklo), se ti ne morejo premikati skozi snov. Večinoma so atomi oziroma molekule zgrajeni tako, da se težišče pozitivnega atomskega naboja pokriva s težiščem negativnega naboja. Brž ko takšno snov položimo v električno polje, premakne električna sila pozitivni del atoma v smeri silnic, negativni (elektronski) del pa v nasprotni smeri (slika 1.26). Atom oz. molekula se tako raztegne v **električni dipol**, pri katerem sta težišči pozitivnega in negativnega naboja razmaknjeni. Pravimo, da se **atomi snovi v električnem polju polarizirajo**. Nekateri snovi se polarizirajo močneje, druge šibkeje.

Stopnjo polarizacije atoma oz. molekule izrazimo z **električnim dipolnim momentom**  $p_e$ , ki je produkt naboja (npr.  $e_a$ ) in razdalje ( $d$ ) med težiščema pozitivnega in negativnega naboja:

$$p_e = e_a d \quad (\text{gl. 1.6})$$

Električni dipolni moment je vektor ( $\mathbf{p}_e$ ): usmerjen je od negativnega pola k pozitivnemu (slika 1.27).

Influirani električni dipolni moment atoma (oziroma molekule) je premo sorazmeren z jakostjo ( $E$ ) električnega polja v snovi, kar zapišemo v obliki:

$$p_e = \alpha \epsilon_0 E \quad (1.16)$$

$E$  je jakost električnega polja v snovi (ne v vakuumu). Influenčno konstanto ( $\epsilon_0$ ) vstavimo v enačbo zato, da ima sorazmernostna konstanta  $\alpha$  (ki se imenuje **polarizirnost snovi**) enostavno dimenzijo ( $\text{m}^3$ ). Ta je v zvezi z električno deformacijo atomov (oz. molekul) snovi. Čim lažje se atomi razvlečejo v dipole, tem večja je polarizirnost snovi.

V snovi influirani električni dipoli so usmerjeni tako, da silnice zunanjega električnega polja ( $E_0$ ) vstopajo v negativni pol dipolov in izstopajo iz pozitivnega pola (slika 1.28). Notranjost neprevodne snovi se zaradi tega (makroskopsko gledano) ne spremeni, **na površini pa se influira naboj: negativni tam, kjer silnice vstopajo v snov, pozitivni pa, kjer izstopajo iz snovi**.

Električno polje influiranega naboja v notranjosti snovi nasprotuje zunanjemu polju, ki je naboje

influiralo, oslabi, ve v kovini.

Gostota nega nab v katerec snovi, to njihovih gostoto v enoti pi

Na površ lino  $d$  od šinski nal

$$\sigma_i S = S$$

$$\sigma_i = \rho$$

nepol a

influiralo, zaradi česar se **električno polje v snovi oslabi**, vendar se ne izniči povsem, kot se npr. v kovini.

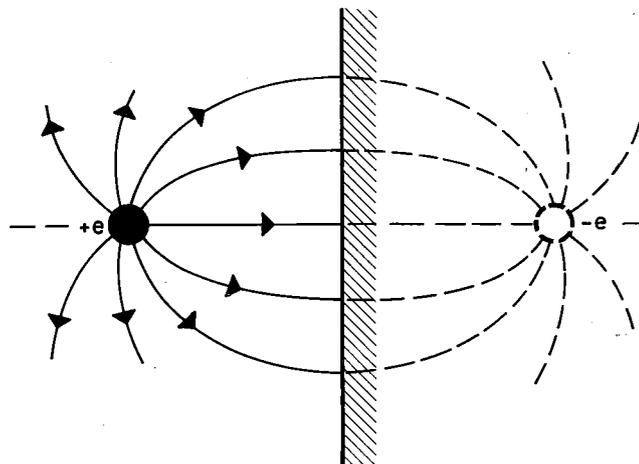
Gostota na površini neprevodne snovi **influiranega naboja ( $\sigma_i$ )** je odvisna od jakosti polja ( $E_0$ ), v katerega snov položimo, in od polarizacije snovi, to je od števila nastalih dipolov v snovi in njihovih dipolnih momentov. **Z  $N$  označimo gostoto dipolov, to je število dipolov, nastalih v enoti prostornine snovi.**

Na površino  $S$  površinskega sloja snovi z debelino  $d$  odpade  $SNd$  dipolov, čemur ustreza površinski naboj (glej sliko 1.28)  $e_a SNd = Sp_e N$ . Sledi:

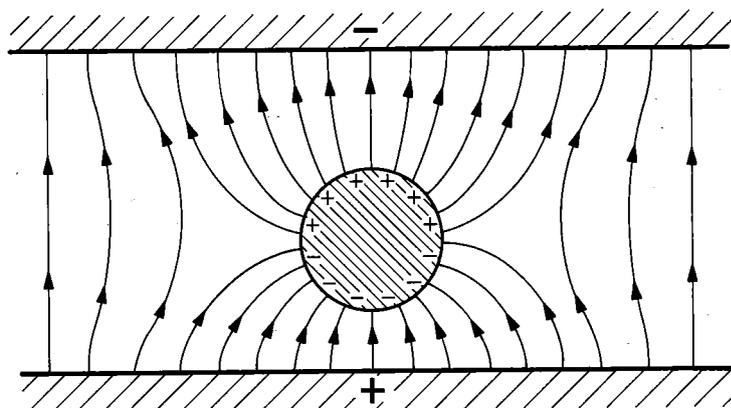
$$\sigma_i S = Sp_e N \text{ ali}$$

$$\sigma_i = p_e N = P$$

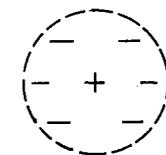
(1.17)



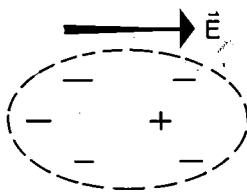
slika 1.25



slika 1.24

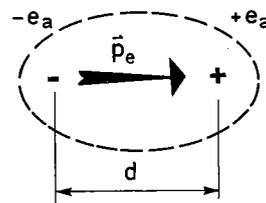


nepolariziran atom

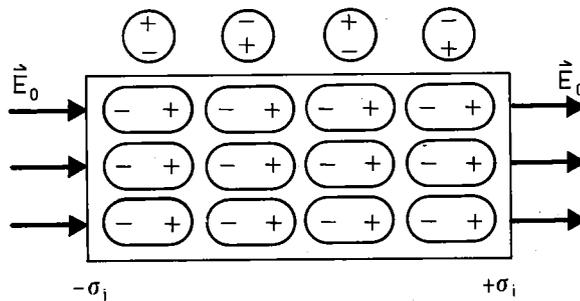


polariziran atom

slika 1.26



slika 1.27



slika 1.28

TRICNO POLJE

polju razma-  
iz polja. Na  
S je površina  
eč influirani  
a polja.

boj v nepre-  
n zgrajen iz  
vsebuje elek-  
o), se ti ne  
ma so atomi  
a se težišče  
riva s težiš-  
takšno snov  
ne električna  
ic, negativni  
(slika 1.26).  
v električni  
nega in nega-  
rimo, da se  
**polarizirajo.**  
čneje, druge

kule izrazimo  
 $p_e$  ki je pro-  
) med težiš-  
boja:

( $p_e$ ); usmer-  
vnmemo (slika

atoma (ozi-  
en z jakostjo  
ar zapišemo

(1.16)

vi (ne v vaku-  
o) vstavimo  
na konstanta  
) enostavno  
čno deforma-  
Čim lažje se  
a je polarizir-

so usmerjeni  
ega polja ( $E_0$ )  
izstopajo iz  
njost nepre-  
skopsko gle-  
a se influira  
ce vstopajo  
z snovi.

v notranjosti  
ki je naboje

**Električni dipolni moment na enoto prostornine snovi** ( $= p_e N$ ) se imenuje **polarizacijski vektor snovi** ( $\mathbf{P}$ ); ima dimenzijo ploskovne gostote naboja ( $As \cdot m/m^3 = As/m^2$ ). Vidimo, da je **gostota na površini snovi influiranega naboja enaka velikosti polarizacijskega vektorja**. Ker je električni dipolni moment premo sorazmeren z jakostjo električnega polja ( $E$ ) v snovi, velja enako tudi za polarizacijski vektor snovi:

$$P = p_e N = \alpha \epsilon_0 EN = \chi_e \epsilon_0 E \quad (1.18)$$

Nova konstanta  $\chi_e = \alpha N$  se imenuje **električna susceptibilnost snovi**, to je polarizirnost v enoti prostornine snovi (je brez dimenzije). Podobno kot polarizirnost  $\alpha$  je tudi susceptibilnost  $\chi_e$  merilo za deformacijo atomov oziroma molekul. Ti količini sta povezani z enačbo:

$$\chi_e = \alpha N \quad (1.18a)$$

### Dielektričnost

Zaradi naboja, ki se influira na površini snovi potem, ko snov položimo v električno polje, prvotno električno polje v snovi oslabi (pri kovinah se celo uniči). Jakost ( $E$ ) električnega polja v snovi je manjša od jakosti ( $E_0$ ) prvotnega električnega polja na mestu snovi. Zvežo med njima običajno napišemo v obliki:

$$E = E_0/\epsilon \quad (1.19)$$

**Nedimenzijski parameter  $\epsilon$  se imenuje dielektričnost snovi** (je vedno  $> 1$ ). Čim bolj se atomi oziroma molekule snovi deformirajo (to je, čim večja je polarizirnost  $\alpha$ ), tem močnejši naboj se influira (večji  $\sigma_i$ ), tem bolj polje na območju snovi oslabi, tem večja je dielektričnost  $\epsilon$ . Ta je torej sorazmerna s polarizirnostjo ( $\alpha$ ) atomov, odvisna pa je tudi od njihove gostote  $N$ . Zvežo med njimi dobimo takole: snov v obliki plošče položimo v homogeno električno polje plosčnega kondenzatorja, ki je naelektrjen z gostoto naboja  $\sigma_0$  (slika 1.29). Prvotna jakost električnega polja je  $E_0 = \sigma_0/\epsilon_0$ . Na površini snovi se influira naboj z gostoto  $\sigma_i = P = \alpha N \epsilon_0 E$ , kjer je  $E$  nova jakost polja v snovi ( $= E_0/\epsilon$ ). Novo polje  $E$  je posledica rezultirajočega naboja  $\sigma_0 - \sigma_i$ , zato velja:

$$\begin{aligned} E &= (\sigma_0 - \sigma_i)/\epsilon_0 = E_0 - \alpha NE \quad \text{ali} \\ E(1 + \alpha N) &= E_0 = E\epsilon \\ \epsilon &= 1 + \alpha N = 1 + \chi_e \end{aligned} \quad (1.20)$$

Vidimo, da je  $\epsilon$  zares  $> 1$ , in to tem večji, čim večji sta polarizirnost ( $\alpha$ ) ter gostota ( $N$ ) atomov snovi. Za pline (zelo razredčene snovi) je  $\epsilon$  blizu 1, razlika je šele na tretjem do četrtem decimalnem mestu (za zrak pri normalnih pogojih je npr.  $\epsilon = 1,000586$ ). V kovinah in drugih dobrih prevodnikih se električno polje povsem uniči, torej lahko rečemo, da je njihova dielektričnost neskončno velika. Za neprevodne snovi (tudi za kapljevine in trdnine) pa glede na majhno polarizirnost atomov

pričakujemo, da bo  $\epsilon$  le nekoliko večji od 1. Toda nekatere snovi (t. i. **dielektriki**, predvsem voda ter organska topila) imajo kljub temu precejšnjo dielektričnost (voda npr. 81 pri sobnih temperaturah). Te snovi so že po naravi zgrajene iz **polarnih molekul** (in ni potrebno, da bi jih električno polje deformiralo v dipole). Na sliki (1.30) je skica zgradbe molekularnega dipola vode ( $H_2O$ ); težišče negativnega naboja je na območju kisikovega atoma, pozitivnega pa pri vodikovih atomih (električni dipolni moment vodne molekule je okrog  $6,4 \cdot 10^{-30} Cm$ ). Podobno kot voda imajo dipolne molekule tudi drugi dielektriki, npr. amoniak ( $NH_3$ ), klorovodik ( $HCl$ ) ter organska topila (aceton, eter itd.). Ni pa dielektrik npr. ogljikov dioksid, katerega molekule ( $O-C-O$ ) so simetrične.

»Prirojena« polarizacija molekul dielektričnih snovi v splošnem (npr. snov ni v električnem polju) ne učinkuje navzven. Zaradi termičnega gibanja molekul se namreč smeri posameznih molekularnih dipolov nenehno spreminjajo (molekule zadevajo druga ob drugo) in polarizacijski vektor  $\mathbf{P}$  se v povprečju izniči.

Drugače je, če dielektrik položimo v električno polje. Na vsak molekularni dipol zdaj učinkuje električna sila in ga skuša usmeriti vzdolž silnic (slika 1.28). Vendar zaradi termičnega gibanja popolna usmeritev dipolov ni možna, dipoli se usmerijo le deloma, in to tem manj, čim višja je temperatura (glej podobno usmerjanje atomskih magnetkov v magnetnem polju, str. 103). Z delno usmeritvijo dipolov se na površini dielektrika influira naboj in električno polje v snovi se oslabi (čeprav ne tako močno kot npr. v kovini), tako da je dielektričnost ( $\epsilon$ ) teh snovi kar precejšnja, za vodo npr. 88 (pri  $0^\circ C$ ). Ker se pri višji temperaturi dipoli težje usmerjajo vzdolž silnic, se **dielektričnost dielektrikov z višanjem temperature zmanjšuje**. Če npr. segrejemo vodo z  $0^\circ C$  na  $10^\circ C$ , se njena dielektričnost zmanjša z 88 na 84, pri temperaturi  $50^\circ C$  pa celo na 70 (glej tabelo na koncu knjige). Veliko dielektričnost imajo še glicerol (56), acetone (21) ter druga topila, od trdnin pa steklo (6–8), sljuda (4–8) in porcelan (5–6).

V skupini dielektrikov izstopajo nekateri z izredno veliko dielektričnostjo (več tisoč); imenujejo se **feroelektriki** (po analogiji s feromagnetnimi snovmi, str. 104), npr. Seignetova sol ( $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ ) z  $\epsilon \cong 10000$ , barijev titanat ( $BaTiO_3$ ) 8000 idr. Feroelektričnost je v zvezi s kristalno strukturo snovi; v posameznih domenah snovi so molekularni dipoli medsebojno povezani in enako usmerjeni, na kar termično gibanje molekul ne more vplivati. Značilno za feroelektrične snovi je, da pri dovolj visoki temperaturi izgubijo svojo izjemno veliko dielektričnost in postanejo navadni dielektriki (tako kot velja za feromagnetne snovi, str. 100).

Ker električno polje v snovi oslabi za faktor  $\epsilon$ , oslabi za enak faktor tudi električna sila med naboji v snovi. Coulombova električna sila med

nabojema  $q_1$  in  $q_2$ , torej zn...

$$F = e_1 e_2 / r^2$$

Elektrolitni naboji pozitivnih in negativnih ionov se med seboj privlačijo. Tudi dielektričnost...

Ob dotiku preseli z eno snovi na drugo snov. Z večjo dielektričnostjo npr. vodni negativno...

### Piezoelektriki

Videli smo, da delno usmeritveni naboji. Po snoveh tu z raztegnjenim možen pri npr. pri tujem titacijonov se obremenjen gostota in z mehansko napetostjo meni v npr. predznak

Na sliki 1.30 nevega kristal trije s tremi osmi. Več (na katerikoli pa kisikovi). V neobremenjenem tako, da s kompenzira v smeri ena se kristalni tlačni ploščini pozitivni snovi pa pozitivni smeri (slik kristal se predznaka v prvem p...

Piezoelektriki visokih tl...

čji od 1. Toda vsem voda ter u precejšnje h temperatu- ne iz polarnih ktrično polje (30) je skica vode (H<sub>2</sub>O); močju kisiko- kovih atomih molekule je t voda imajo iki, npr. amon- janska topila npr. ogljikov O) so sime-

dielektričnih električnem i termičnega posameznih spreminjajo ) in polariza-

v električno udaj učinkuje vzdolž silnic nega gibanja na, dipoli se , čim višja je nje atomskih (103). Z delno i dielektrika novi se oslabi (vini), tako da precejšnja, za i temperaturi se dielektrič- niture zmanj- ; na 10°C, se a 84, pri tem- elo na koncu o še glicerin od trdnin pa n (5-6).

nekateri z (isoč); imenu- feromagnet- gnetova sol arijev titanat e v zvezi s kri- nih domenah jno povezani čno gibanje za feroelek- temperaturi ktričnost in kot velja za

za faktor ε, na sila med čna sila med

nabojema  $e_1$  in  $e_2$ , ki sta v snovi z dielektričnostjo  $\epsilon$ , torej znaša:

$$F = e_1 e_2 / (4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2) \quad (1.21)$$

Elektroliti (soli, baze, kisline) so zgrajeni iz vezanih pozitivnih in negativnih ionov (gl. str. 54). Če elektrolit damo v vodo ali drugo topilo z veliko dielektričnostjo, se električna sila med razno- jenskimi ioni zmanjša in elektrolit se v topilu raztopi. Topilo je tem boljše, čim večja je njegova dielektričnost.

Ob dotiku različnih snovi se nekaj elektronov preseli z ene snovi (ki ima večjo dielektričnost) na drugo snov (ki ima manjšo dielektričnost) in snovi se tako naelektrita. Vidimo, da se snov z večjo dielektričnostjo naelektri pozitivno, snov z manjšo dielektričnostjo pa negativno. Tako se npr. vodni slap naelektri pozitivno, okolni zrak pa negativno.

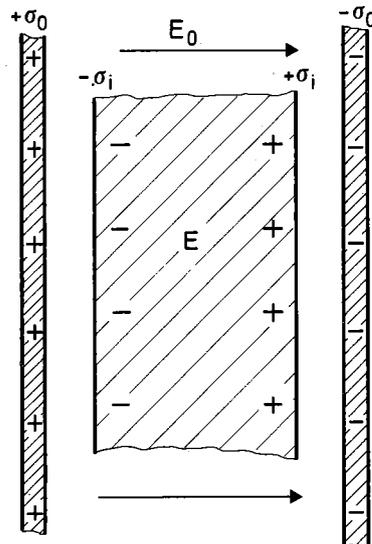
### Piezoelektričnost

Videli smo (str. 21), da lahko z električnim poljem delno usmerimo molekularne dipole dielektrične snovi, s čimer se na površini snovi influirajo naboji. Podoben učinek dosežemo pri nekaterih snoveh tudi z mehansko obremenitvijo, npr. z raztegnitvijo ali skrčenjem snovi. Ta pojav je možen pri kristalnih snoveh s t.i. polarnimi osmi, npr. pri turmalinu, kremenu, Seignetovi soli, barijevem titanitu itd. Zaradi urejenega premika ionov se v snovi uredijo dipoli in na površini obremenjenega kristala se influirajo naboji; gostota influiranega naboja je premo sorazmerna z mehansko napetostjo. Če se smer mehanske napetosti spremeni (tlačna napetost se npr. spremeni v natezno ali obratno) se spremeni tudi predznak influiranega naboja.

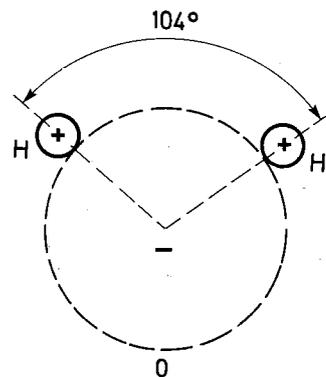
Na sliki 1.31 je skicirana ravninska shema kremenovega kristala SiO<sub>2</sub>. Kristal ima trigonalno simetrijo s tremi (med seboj pravokotnimi) polarnimi osmi. Večji krogi predstavljajo silicijeve atome (na katerih je težišče pozitivnega naboja), manjši pa kisikove (s težiščem negativnega naboja). V neobremenjenem kristalu so atomi razvrščeni tako, da se pozitivni in negativni naboj navzven kompenzirata (slika 1.31a). Če kristal stisnemo v smeri ene od njegovih polarnih osi (slika 1.31b), se kristalna celica deformira tako, da na zgornji tlačni ploskvi prevlada negativni naboj (ker se pozitivni silicijev ion pomakne navzdol), na spodnji pa pozitivni naboj. Stisk kristala v pravokotni smeri (slika 1.31c) pa povzroči nasproten učinek: kristal se vzdolž prvotne polarne osi raztegne in predznaka influiranih nabojev sta nasprotna kot v prvem primeru.

Piezoelektrični pojav izkoriščamo za merjenje visokih tlakov (izmerimo gostoto influiranih

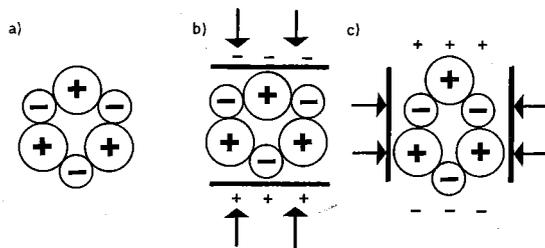
nabojev, ki je premo sorazmerna s tlakom) ali za merjenje hitro spreminjajočih se tlakov (npr. za snemanje zvokov). S piezoelektričnim pojavom lahko ustvarjamo tudi manjše iskre, pa se zato piezoelektrični kristal uporablja tudi za vžiganje manjših motorjev ali plinskih vžigalnikov.



slika 1.29



slika 1.30



slika 1.31

Piezoelektričnemu pojavu nasproten pojav je t.i. **elektrostrikcija**. Če piezoelektrični kristal naelektrimo, se raztegne ali skrči (odvisno od predznaka naboja). Izmenično spreminjajoči se naboj torej povzroči, da se kristal izmenično razteza in krči z enako frekvenco kot naboj. Kristal »dih«, njegova debelina v smeri polarne osi se izmenično spreminja. Amplituda nastalega nihanja je največja, če je kristal rezan tako, da je v resonanci s priključeno napetostjo. Elektrostrikcijo izkoriščamo za proizvodnjo visokofrekvenčnega ultrazvoka.

## Sila na električne dipole v nehomogenem električnem polju

V električnem polju se pogosto zadržujejo električni dipoli. To so bodisi molekularni dipoli dielektričnih snovi (npr. vodne kapljice v zraku) ali pa se snov v električnem polju sama polarizira. Spomnimo se (str. 12), da s pojmom električni dipol razumemo dvojico enako velikih, a raznoimenskih električnih nabojev (npr.  $+e_a$  in  $-e_a$ ), ki sta nekoliko razmaknjena (npr. za  $d$ ). Jakost dipola izrazimo z električnim dipolnim momentom  $p_e$ , ki ima po definiciji smer od negativnega naboja k pozitivnemu, njegova velikost pa je  $p_e = e_a d$ .

Homogeno električno polje (silnice so ravne in vzporedne, jakost polja je v vsaki točki enaka) učinkuje na dipole tako, da jih usmeri vzdolž silnic, v celoti pa jih ne premika, ker se električna sila na pozitivni del dipola kompenzira z električno silo na negativni del. Drugače je v **nehomogenem električnem polju**, katerega jakost se spreminja s krajem (silnice divergirajo ali konvergirajo, slika 1.32). Če je negativni del dipola (ki je usmerjen vzdolž silnic) na mestu  $r$ , pozitivni del pa na mestu  $r + d$ , deluje nehomogeno električno polje na dipol s silo:

$$F_e = e_a E(r + d) - e_a E(r) = e_a (\delta E / \delta r) d \quad (1.22)$$

$$F_e = p_e (\delta E / \delta r)$$

kjer je  $\delta E / \delta r$  gradient jakosti električnega polja na mestu dipola (to je sprememba jakosti na enoto razdalje v smeri dipola). Na sliki 1.32a je  $\delta E / \delta r < 0$  (silnice so divergentne, polje je v desno šibkejšje), je sila  $F_e$  na dipol usmerjena v levo (v smer zgoščitve silnic), na sliki 1.32b ( $\delta E / \delta r > 0$ , silnice se zgoščujejo v desno) pa v desno. Vidimo, da **nehomogeno električno polje priteguje električne dipole v smeri močnejšega polja, to je v smeri zgoščitve silnic**. Zaradi tega se dielektrična snov v nehomogenem električnem polju pomika proti krajem, kjer je polje močnejše. Podobno se pomikajo tudi magnetni dipoli v nehomogenem magnetnem polju (str. 99).

Kako se snov v električnem polju polarizira, je odvisno od tega, ali je njena dielektričnost večja od dielektričnosti okolice (npr. prašni delci ali vodne kapljice v zraku, slika 1.33a) ali manjša (slika 1.33b, npr. zračni mehurčki ali oljne kapljice v vodi). V prvem primeru je influirani dipolni moment  $p_e$  usmerjen vzdolž silnic in delci snovi čutijo električno silo v smeri močnejšega električnega polja. V drugem primeru (slika 1.33b) pa je električna sila na influirane dipole usmerjena proti šibkejšemu polju (to je smer divergentnih silnic). Zaradi tega pojava se npr. vodni curek iz pipe odkloni proti glavniku, ki ga poprej s česanjem naelektrimo. Znano je, da sintetične zavese močno pritegujejo prah iz ozračja ter da se sintetična oblačila rada navzamejo duha (npr. po tobačnem dimu). Sintetična vlakna se z drgnjenjem (med seboj ali z zrakom) razmeroma močno naelektrijo in so zato izvir **električnega polja, ki priteguje polarizirane delce iz ozračja**.

Omenjeni pojav izkoriščamo tudi pri **elektrostatičnih filterih** (npr. v dimnikih).

Pojav, ilustriran na sliki 1.33b, je vzrok, da se npr. mehurčki zraka, dvigajoči se v vodi, odklonijo od naelektrene krogle (slika 1.34).

## Električni potencial in napetost

Zanima nas delo električne sile med premikanjem naboja po električnem polju. Če se delec z nabojem  $e$  premakne od kraja 1 do kraja 2 (slika 1.35), opravi električna sila  $F = eE$  delo (gl. I. del, str. 85):

$$A = \int F \cdot ds = e \int E \cdot ds \quad (1.23)$$

Vidimo, da je delo električne sile pozitivno, če se delec s pozitivnim nabojem premakne v smeri silnic (premik  $ds$  ima enako smer kot  $E$ ), to je če končna točka 2 leži »niže« v smeri silnic kot začetna točka 1. Drugače je pri negativnem naboju: delo električne sile je pozitivno, če se negativni delec premakne »navzgor« proti smeri silnic. Opravljeno delo električne sile prejme delec (nosilec električnega naboja) npr. kot kinetično energijo, kar pomeni, da se delec pospeši (če je  $A > 0$ ) oziroma zavre (za  $A < 0$ ). **Pozitivno naelektreni delci se torej pospešujejo v smeri silnic, proti smeri silnic pa se gibljejo pojemajoče**. Za negativno naelektrene delce velja obratno: pospešujejo se v nasprotni smeri, kot so usmerjene silnice; v smeri silnic jih električna sila zavira. Pozitivni delci se v električnem polju gibljejo podobno kot telesa v zemeljskem gravitacijskem polju: pospešujejo se navzdol in zavirajo navzgor. Nasploh sta si električno in gravitacijsko polje v marsičem podobni.

Kakor za gravitacijsko (I. del, str. 92) tudi za električno polje zlahka ugotovimo, da je **električna sila konservativna**, to je, da je njeno delo

odvisno le c  
pa od oblik  
vimo npr., c  
sliki 1.35 ve

$$e \int E \cdot ds$$

Recimo, da  
a do kraja 2  
kraja 1. Na  
električna s  
pa  $e \int E \cdot ds$   
čeni poti zr

$$e \int E \cdot ds$$

Torej je poz  
vsakokratni  
sežek dela  
energija bi  
naša predp  
električne  
pomeni, da

polarizira, je  
 tričnost večja  
 asni delci ali  
 a) ali manjša  
 ali oljne kap-  
 lurani dipolni  
 in delci snovi  
 šega električ-  
 a 1.33b) pa je  
 le usmerjena  
 divergentnih  
 vodni curek iz  
 oprej s česa-  
 etične zavese  
 er da se sinte-  
 uha (npr. po  
 a se z drgnje-  
 eroma močno  
 nega polja, ki  
 čja.

ri **elektrosta-**

ok, da se npr.  
 odklonijo od

ost

premikanjem  
 delec z nabo-  
 2 (slika 1.35),  
 (gl. I. del, str.

$$(1.23)$$

pozitivno, če se  
 akne v smeri  
 ot  $\vec{E}$ , to je če  
 eri silnic kot  
 i negativnem  
 zitivno, če se  
 r« proti smeri  
 e sile prejme  
 npr. kot kine-  
 delec pospeši  
 0). **Pozitivno**  
**ujejo v smeri**  
**ljejo pojema-**  
 delce velja  
 smeri, kot so  
 električna sila  
 em polju gib-  
 em gravitacij-  
 ol in zavirajo  
 gravitacijsko

. 92) tudi za  
 , da je **elek-**  
 je njeno delo

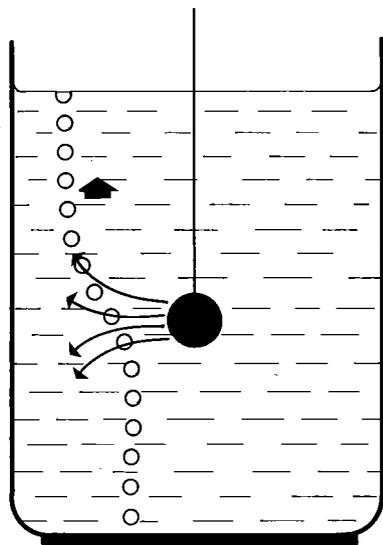
odvisno le od začetne in končne lege v polju, nič  
 pa od oblike poti. Da to dokažemo, predpota-  
 vimo npr., da je delo električne sile po poti a na  
 sliki 1.35 večje kot po poti b, to je:

$$e \int \vec{E} \cdot d\vec{s} (a) > e \int \vec{E} \cdot d\vec{s} (b)$$

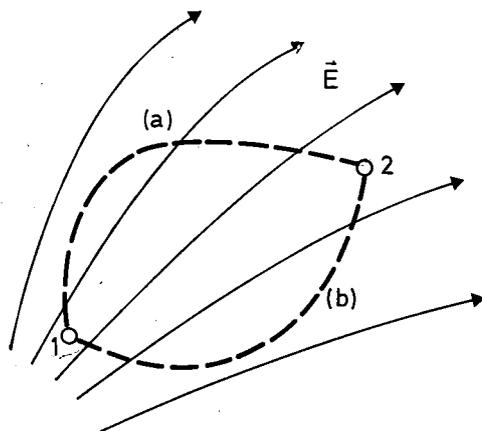
Recimo, da se naboj  $e$  premika od kraja 1 po poti  
 a do kraja 2 in nato po poti b nazaj do začetnega  
 kraja 1. Na prvem delu zaključene poti opravi  
 električna sila delo  $e \int \vec{E} \cdot d\vec{s} (a)$ , na drugem delu  
 pa  $e \int \vec{E} \cdot d\vec{s} (b)$ . Celotno delo po končani zaključ-  
 čeni poti znaša:

$$e \int \vec{E} \cdot d\vec{s} (a) - e \int \vec{E} \cdot d\vec{s} (b) > 0$$

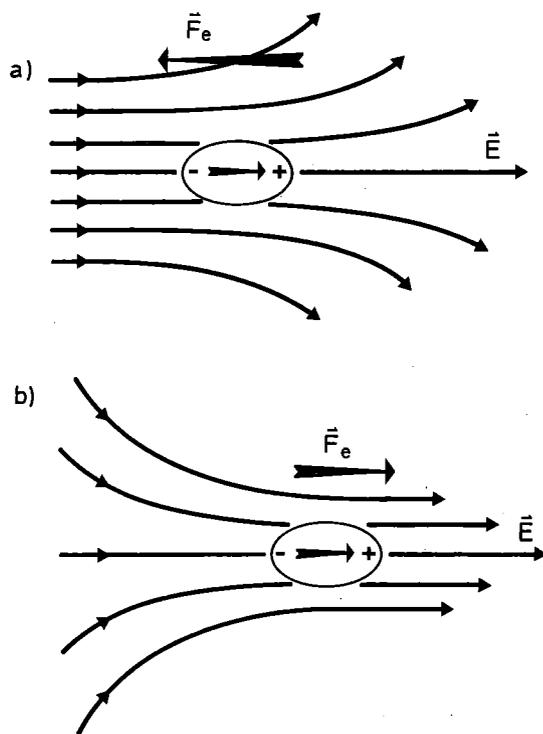
Torej je pozitivno, če naša predpostavka velja. Po  
 vsakokratni zaključeni (krožni) poti bi ostal pre-  
 sežek dela, dobili bi pravi perpetuum mobile:  
 energija bi nastajala iz niča. Ker to ni mogoče, je  
 naša predpostavka napačna. Pravilno je: **delo**  
**električne sile je neodvisno od oblike poti, kar**  
**pomeni, da je električna sila konservativna.**



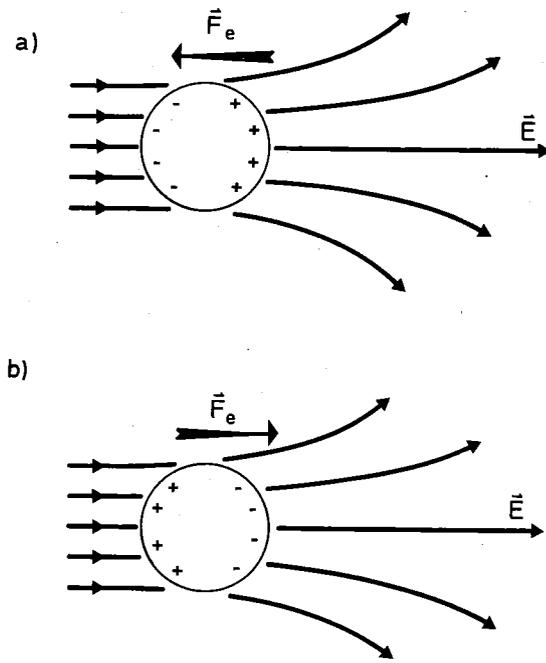
slika 1.34



slika 1.35



slika 1.32



slika 1.33

## Električna napetost

Po definiciji (1.23) je delo električne sile med prenosom naboja od točke 1 do točke 2 premo sorazmerno s prenesenim nabojem  $e$ . Odvisno je tudi od jakosti električnega polja ( $E$ ) in od leg 1 in 2 v polju. To odvisnost izrazimo s količino **napetost** ( $U$ ) med točkama 1 in 2, tako da zapišemo:

$$A = eU \quad (1.24)$$

Napetost  $U$  med začetno in končno lego prenesenega naboja je definirana z enačbo:

$$U = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.25)$$

Ker je delo  $A$  neodvisno od oblike poti, je neodvisna tudi napetost. Po kakršnikoli poti izmerimo napetost med mestoma 1, in 2, dobimo enako vrednost.

**Električno delo** med premikom električnega naboja v električnem polju je **produkt naboja in napetosti med začetno in končno lego naboja** ali drugače: **napetost med danima točkama električnega polja pove, koliko dela je potrebnega (ali koliko električnega dela se sprosti) pri prenosu enote naboja od ene točke do druge:  $U = A/e$ .**

Merska enota napetosti je 1 volt (V). Med točkama 1 in 2 električnega polja je napetost 1 volt, če električna sila med prenosom naboja 1 C = 1 As opravi delo 1 J, to je:

$$1 \text{ V} = 1 \text{ J}/1 \text{ C} = 1 \text{ J}/\text{As} = 1 \text{ W}/\text{A} \quad \text{ali}$$

$$W = VA \quad (1.26)$$

Napetost  $U$  med danima točkama električnega polja načeloma (po definiciji) določimo tako, da izmerimo delo  $A$ , ki je potrebno, da se delec z enoto naboja premakne od ene točke do druge (da se premaga električna sila, ki temu premiku nasprotuje), ali pa tako, da izmerimo energijo, ki se sprosti, če se ta delec premakne od ene točke do druge. Če poznamo jakost električnega polja, pa določimo napetost s pomočjo integrala (1.25), pri čemer integriramo po poljubni poti od ene točke do druge.

### Primeri:

1. Kolikšna je napetost med točkama 1 in 2 homogenega električnega polja z jakostjo  $E$ , če sta točki razmaknjeni v smeri silnic za  $d$  (slika 1.36)?

V homogenem električnem polju so silnice ravne in vzporedne,  $E$  je povsod enak. V integralu napetosti integriramo v smeri silnic:

$$U = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int E ds = E \int ds = Ed \quad \text{ali}$$

$$E = U/d \quad (1.27)$$

V homogenem električnem polju je **napetost med dvema točkama enaka produktu jakosti polja in medsebojne oddaljenosti točk v smeri silnic** ali drugače: **jakost električnega polja podaja napetost med točkama, ki sta v smeri silnic razmaknjeni za enoto dolžine**. Iz zadnje enačbe neposredno sledi, da je enota jakosti polja V/m.

2. Izračunaj napetost med kroglastima lupinama kroglastega kondenzatorja, ki sta naelektreni z nabojema  $+e$  in  $-e$ ! Polmer notranje lupine je  $R_1$ , zunanje pa  $R_2$  (slika 1.20).

Električno polje v prostoru med lupinama je kroglasto simetrično; silnice so radialni žarki, jakost polja se zmanjšuje s kvadratom oddaljenosti ( $r$ ) od središča lupin (gl. 1.12):  $E(r) = e/4\pi\epsilon_0 r^2$ . V integralu napetosti integriramo v smeri silnic, od notranje lupine do zunanje:

$$U = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr = (e/4\pi\epsilon_0) (1/R_1 - 1/R_2)$$

$$U = e(R_2 - R_1) / (4\pi\epsilon_0 R_1 R_2) \quad (1.28)$$

3. Izpelji izraz za napetost med valjastima koaksialnima ploščama. Notranji valj s polmerom  $R_1$  ima naboj  $+\mu$  na enoto dolžine (v smeri osi), zunanji s polmerom  $R_2$  pa naboj  $-\mu$  na enoto dolžine.

Polje v prostoru med valjastima ploščama je osno simetrično; silnice leže v ravninah pravokotno na os in so radialne, jakost polja je obratno sorazmerna z razdaljo  $r$  od osi:

$$E(r) = \mu/2\pi r\epsilon_0 \quad (\text{gl. 1.14}).$$

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr$$

$$U = (\mu/2\pi\epsilon_0) \ln(R_2/R_1) \quad (1.29)$$

## Električna potencialna energija, potencial

Ker je električna sila konservativna (delo električne sile je neodvisno od oblike poti), lahko v zvezi z njo oziroma za električno polje vpeljemo potencialno energijo, podobno kot za gravitacijsko polje vpeljemo gravitacijsko (težnostno) potencialno energijo (gl. I. del, str. 93).

**Električno potencialno energijo** ( $W_e$ ) vpeljemo s pomočjo dela električne sile. Namesto da rečemo: kinetična energija naelektrnega delca se v električnem polju poveča zato, ker električna sila opravi pozitivno delo, lahko tudi rečemo, da se poveča zato, ker se električna potencialna

energija delca na neki poti silnic za pozitivno potencialno delo električne sile poveča. Energijska enota je voltmetrski delo. Energijska enota je voltmetrski delo. Energijska enota je voltmetrski delo.

Recimo, da je električno polje vzporedno s silnicami. Velja:

$$W_{e1} - W_{e2} = q(U_1 - U_2)$$

Kakor pri gravitacijski energiji je tudi električna potencialna energija sorazmerna s kvadratom oddaljenosti od lege v električnem polju. Energijska enota je voltmetrski delo. Energijska enota je voltmetrski delo.

$$W_e = qU$$

**Električni potencial** je delo, ki ga opravi sila na enoto naboja pri premiku od točke 1 do točke 2. Energijska enota je voltmetrski delo. Energijska enota je voltmetrski delo.

$$V_1 - V_2 = U$$

**Napetost** je potencialna energija na enoto naboja. Energijska enota je voltmetrski delo. Energijska enota je voltmetrski delo.

Podobno kot pri gravitacijski energiji je tudi električna potencialna energija sorazmerna s kvadratom oddaljenosti od lege v električnem polju. Energijska enota je voltmetrski delo. Energijska enota je voltmetrski delo.

Kakor pri gravitacijski energiji je tudi električna potencialna energija sorazmerna s kvadratom oddaljenosti od lege v električnem polju. Energijska enota je voltmetrski delo. Energijska enota je voltmetrski delo.

silnice ravne  
tegralu nape-

ali

(1.27)

Napetost med  
točkami polja in  
smeri silnic ali  
podaja nape-  
tost razmak  
enačbe nepo-  
ja V/m.

ma lupinama  
naelektreni  
nje lupine je

inama je kro-  
žarki, jakost  
daljenosti ( $r$ )  
 $4\pi\epsilon_0 r^2$ . V inte-  
ri silnic, od

$1/R_1 - 1/R_2$

(1.28)

stima koaksi-  
nerom  $R_1$  ima  
osi), zunanji  
to dolžine.

čama je osno  
pravokotno na  
pratno soraz-

(1.29)

potencial

a (delo elek-  
poti), lahko  
blje vpeljemo  
za gravitacij-  
(težnostno)  
3).

$V_e$ ) vpeljemo  
Namesto da  
nega delca  
ter električna  
i rečemo, da  
potencialna

energija delca v polju zmanjša. Če električna sila na neki poti opravi pozitivno delo (npr. v smeri silnic za pozitivni naboj oziroma proti smeri silnic za negativni naboj), se na tej poti električna potencialna energija zmanjša. Pri negativnem delu električne sile pa se električna potencialna energija poveča (npr. »navzgor« proti smeri silnic za pozitivni naboj). **Sprememba električne potencialne energije je tako dana z delom električne sile.**

Recimo, da ima naboj  $e$  v legi 1 (slika 1.35) električno potencialno energijo  $W_{e1}$ , v legi 2 pa  $W_{e2}$ . Velja:

$$\begin{aligned} W_{e1} - W_{e2} &= A = e \int \mathbf{E} ds = eU & \text{ali} & \quad (1.30) \\ W_{e2} &= W_{e1} - A \end{aligned}$$

Kakor je gravitacijska potencialna energija v izbrani točki gravitacijskega polja premo sorazmerna z maso ( $m$ ) telesa ( $W_p = mgz$ ), tako je **električna potencialna energija naelektronega telesa v izbrani točki električnega polja premo sorazmerna z nabojem ( $e$ ) telesa**; odvisna je tudi od lege v električnem polju, to je od jakosti električnega polja na kraju naboja. To odvisnost izrazimo s količino  $V$ , ki se imenuje **potencial**, tako da je:

$$W_e = eV \quad (1.31)$$

**Električni potencial da električno potencialno energijo na enoto naboja**; odvisen je od lege v električnem polju. Za vsako točko električnega polja ugotovimo njen potencial. Recimo, da ima točka 1 potencial  $V_1$ , točka 2 pa potencial  $V_2$ . Naboj  $e$  ima potemtakem v teh točkah potencialno energijo  $W_{e1} = eV_1$  oziroma  $W_{e2} = eV_2$ . Iz enačbe 1.30 potem sledi:

$$V_1 - V_2 = U \quad (1.32)$$

**Napetost med dvema točkama električnega polja je razlika potencialov teh dveh točk.** Potencial merimo v enakih enotah kot napetost, to je v voltih.

Podobno kot se s krajem spreminja električna potencialna energija pozitivnega naboja, se spreminja tudi potencial. **Električni potencial se v smeri silnic zmanjšuje, proti smeri silnic pa povečuje.** Če je točka 2 niže v smeri silnic kot točka 1, je njen potencial  $V_2$  manjši od potenciala  $V_1$  v začetni točki 1.

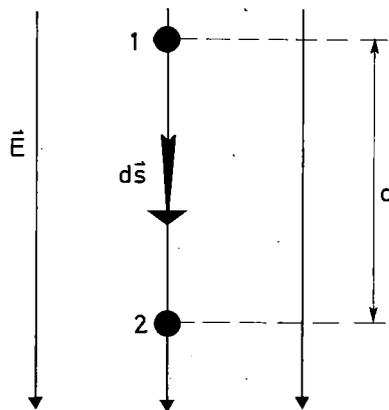
Kakor pri vsaki potencialni energiji tako tudi pri električni potencialni energiji poznamo le njeno spremembo (ta je dana z delom električne sile). Vemo, kako in koliko se električna potencialna energija spremeni, če se naboj premakne z ene lege v drugo. O absolutni vrednosti potencialne energije v dani točki polja pa se moramo vsakič posebej dogovoriti. Enako velja za potencial. Za vsak primer posebej izberemo, v kateri točki polja je npr. potencial nič. Niže v smeri silnic od te izbrane točke je potencial negativen, više pa

pozitiven. Običajno se domenimo, da je potencial nič na zemeljskem površju (podobno kot pri gravitacijskem potencialu), vendar to ni nujno.

Omenili smo, da je potencial v smeri silnic manjši (to je manj pozitiven oziroma bolj negativen), proti smeri silnic pa večji (to je bolj pozitiven oziroma manj negativen); v smeri pravokotno na silnice pa se ne spreminja. Sosednje točke električnega polja z enakim potencialom povežemo v t.i. **ekvipotencialno ploskev**. Vsaka točka dane ekvipotencialne ploskve ima enak potencial; napetost med poljubnima točkama dane ekvipotencialne ploskve je torej nič. V polju narišemo toliko ekvipotencialnih ploskev, kolikor jih potrebujemo za predstavitev polja. Napetost med različnima ekvipotencialnima ploskvama je enaka, ne glede na to, med katerima točkama teh ploskev jo merimo.

Električno polje lahko ponazorimo bodisi s silnicami ali pa z ekvipotencialnimi ploskvami. Te so pravokotne na silnice. Če ne bi bilo tako, bi vzdolž ekvipotencialne ploskve delovala električna sila in električna potencialna energija vzdolž te ploskve bi se spreminjala, ploskev torej ne bi bila ekvipotencialna. **Silnice so pravokotne na ekvipotencialne ploskve.**

Ker so silnice pravokotne na površino kovine (gl. str. 20), je **površina kovine** (ali drugega prevodnika) **ekvipotencialna ploskev**. V notranjosti kovine (ali s kovino ograjenega prostora) ni električnega polja, zato se potencial ne spreminja s krajem: v notranjosti kovine je potencial enak kot na njeni površini.



slika 1.36

**Primer:**

1. Plošči ploščnega kondenzatorja sta razmaknjeni za  $d = 5 \text{ cm}$  in naelektreni z gostoto naboja  $\sigma = 0,015 \mu\text{C}/\text{m}^2$ . Kolik je potencial ( $V_0$ ) v sredini med ploščama in kolik ( $V_2$ ) je ob pozitivni plošči, če se dogovorimo, da ima negativna plošča potencial nič ( $V_1 = 0$ )?

Pozitivna plošča ima višji potencial kot negativna; razlika njunih potencialov je enaka napetosti. V homogenem električnem polju je napetost med dvema točkama kar produkt jakosti  $E$  polja in oddaljenosti točk v smeri silnic (gl. 1.27). Če merimo razdaljo  $r$  od negativne plošče proti pozitivni, je potencial na mestu  $r$  enak napetosti med tem mestom in negativno ploščo, to je:

$$V = Er = (\sigma/\epsilon_0)r$$

Vidimo (slika 1.37), da potencial linearno narašča od nič (ob negativni plošči) do največje vrednosti  $V_2 = (\sigma/\epsilon_0)d = 85 \text{ V}$  ob pozitivni plošči. Na sredini med ploščama znaša:  $V_0 = V_2/2 = 42 \text{ V}$ .

Če pa se dogovorimo, da je potencial pozitivne plošče nič, ima negativna plošča potencial  $-85 \text{ V}$ .

2. Kako se spreminja potencial z oddaljenostjo ( $r$ ) od točkastega naboja ( $+e$  ali  $-e$ )? Recimo, da je v neskončni oddaljenosti od naboja potencial nič.

Električno polje v okolici točkastega naboja je kroglasto simetrično:  $E = e/(4\pi\epsilon_0 r^2)$ ; potencial je odvisen le od oddaljenosti  $r$  od naboja:  $V = V(r)$ . Po našem dogovoru je  $V(\infty) = 0$ . Iz enačb 1.25 in 1.32 sledi:

$$V(r) = V(\infty) + \int_r^\infty E dr \quad \text{ali}$$

$$V(r) = e/(4\pi\epsilon_0 r) \quad (1.33)$$

**Potencial se spreminja obratno sorazmerno z oddaljenostjo od naboja.** Na sliki 1.38a je skiciran potek potenciala v okolici pozitivnega točkastega naboja. Vidimo, da pozitivni naboj potencialno učinkuje kot strma, koničasta gora, od katere se pospešeno valijo drugi pozitivni naboji. Negativni naboj (slika 1.38b) pa deluje kot globoka, koničasta jama (t. i. potencialni lonec). V tej jami se pozitivni naboji pospešeno približujejo (valijo navzdol) proti osrednjemu negativnemu naboju, pri čemer se njihova električna potencialna energija zmanjšuje.

Iz drugega primera sledi, da ima kovinska krogla s polmerom  $R$ , če je naelektrena z nabojem  $e$ , potencial  $e/(4\pi\epsilon_0 R)$ ; za toliko je torej njen potencial višji od potenciala neskončne oddaljenosti.

Ta je tem večji, čim večji je naboj  $e$  krogle in čim manjši je njen polmer  $R$ . Enak naboj povzroča na majhni krogli večji potencial kot na veliki. Ob dotiku različnih krogel steče naboj s krogle z večjim potencialom na kroglo z manjšim potencialom (npr. pri enakih nabojih z manjše krogle na večjo kroglo). Zaradi pretakanja naboja se potencial manjše krogle zmanjšuje, potencial večje pa povečuje. Naboj teče toliko časa, dokler se potenciala obeh krogel ne izenačita.

**Primer:**

S kovinsko kroglico, ki ima polmer  $R_1 = 2 \text{ cm}$  in je naelektrena z nabojem  $e_1 = +1.10^{-9} \text{ C}$ , se dotaknemo večje krogle s polmerom  $R_2 = 10 \text{ cm}$ , na kateri je naboj  $e_2 = +0,5.10^{-9} \text{ C}$ . Kolikšna sta nova naboja ( $e'_1$  in  $e'_2$ ) na kroglah?

Prva krogla ima tik pred dotikom potencial  $V_1 = e_1/(4\pi\epsilon_0 R_1) = 450 \text{ V}$ , druga pa  $V_2 = e_2/(4\pi\epsilon_0 R_2) = 45 \text{ V}$ . Po dotiku torej naboj teče z manjše krogle na veliko. Naboj manjše krogle se zmanjša z  $e_1$  na  $e'_1$ , naboj večje pa poveča z  $e_2$  na  $e'_2$ , tako da je:

$$e_1 + e_2 = e'_1 + e'_2$$

Na koncu sta potenciala obeh krogel enaka:

$$e'_1/(4\pi\epsilon_0 R_1) = e'_2/(4\pi\epsilon_0 R_2) \quad \text{ali} \\ e'_1/e'_2 = R_1/R_2$$

Končna naboja sta v enakem razmerju kot polmera obeh krogel: večja krogla obdrži večji del celotnega naboja.

Iz zgornjih enačb izračunamo:

$$e'_1 = (e_1 + e_2)R_1/(R_1 + R_2) = 0,25.10^{-9} \text{ C} \quad \text{ter} \\ e'_2 = e'_1 R_2/R_1 = 1,25.10^{-9} \text{ C}$$

Vidimo, da je manjša krogla predala večino (kar tri četrtine) svojega naboja večji krogli. Tako lahko z majhnimi krogli naboj prenašamo in ga odlagamo na večjih kroglah.

**Vir napetosti, Van de Graafov generator**

Vir napetosti ima pozitivni in negativni pol (slika 1.39). Na pozitivnem polu je presežek pozitivnega naboja (tam primanjkuje elektronov), na negativnem polu presežek negativnega naboja (presežek elektronov). Pozitivni pol ima višji potencial kot negativni pol; razlika obeh potencialov je napetost vira. Ta je tem večja, čim večja sta naboja pozitivnega oz. negativnega pola.

Vir napetosti ustvarja v svoji okolici električno polje, ki je tem močnejše, čim večja sta naboja na

polih vira, to potekajo o. Pozitivni na skozi notra tam nevtrali nasprotuje po okolici. S pretakan jeta, vir nap pretakanju obnavlja za preneseni n. Prenašanje pomeni pov gije, za kar

Najenostav njem ter z način ustva prenašamo izoliranem se naboj z z manjše k prve večji c naboja na v nadaljnje p limo, če je z njene no votle prevod ves prineso krogle, ne naboja, ki g šini krogle okolice kro kroglo in o preboj in k



ve krogle in čim  
 je povzročena  
 na veliki. Ob  
 s krogle z več-  
 njšim potenci-  
 njše krogle na  
 boja se poten-  
 encial večje pa  
 sa, dokler se  
 a.

$R_1 = 2 \text{ cm}$  in je  
 $Q = 10^{-9} \text{ C}$ , se dotak-  
 $R_2 = 10 \text{ cm}$ , na  
 ikšna sta nova

potencial  $V_1 =$   
 $V = e_2 / (4\pi\epsilon_0 R_2) =$   
 manjše krogle  
 manjša z  $e_1$  na  
 $\frac{1}{2}$ , tako da je:

el enaka:

nerju kot pol-  
 drži večji del

$10^{-9} \text{ C}$  ter

la večino (kar  
 kroglji. Tako  
 prenašamo in

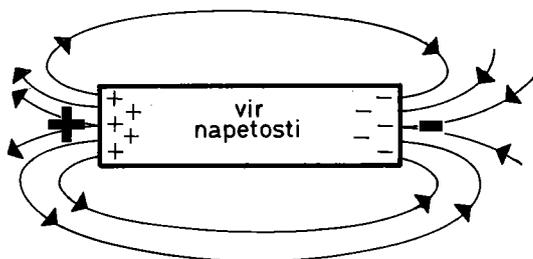
erator

ivni pol (slika  
 k pozitivnega  
 ), na negativ-  
 oja (presežek  
 potencial kot  
 alov je nape-  
 ja sta naboja

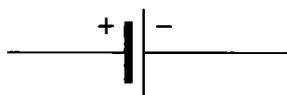
ici električno  
 sta naboja na

polih vira, to je čim večja je napetost vira. Silnice potekajo od pozitivnega pola k negativnemu. Pozitivni naboj s pozitivnega pola ne more steči skozi notranjost vira do negativnega pola in se tam nevtralizirati z negativnim nabojem, ker temu nasprotuje sam vir napetosti. Pač pa lahko steče po okolici, če pola povežemo s prevodnikom. S pretakanjem se naboja obeh polov zmanjšujeta, vir napetosti se prazni. Napetost vira se kljub pretakanju ne spremeni, če le vir napetosti sproti obnavlja zalogo nabojev na polih, to je, če ves preneseni naboj sproti prenaša na nasprotni pol. Prenašanje pozitivnega naboja na pozitivni pol pomeni povečevanje električne potencialne energije, za kar pa je potrebno delo.

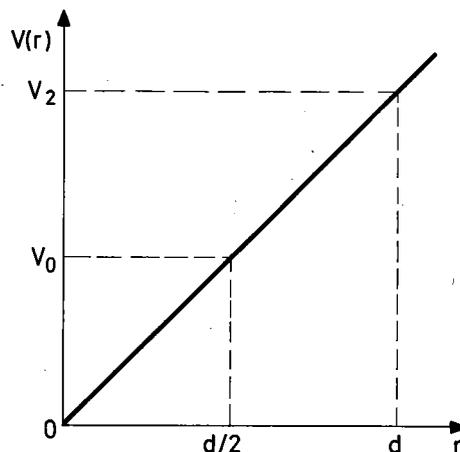
Najenostavneje ustvarimo vir napetosti z drgnjenjem ter z influenco (str. 19). Sicer lahko na ta način ustvarjamo le majhne naboje, toda te lahko prenašamo (npr. z majhno kovinsko kroglico na izoliranem ročaju) na veliko kovinsko kroglo, kjer se naboj zbira. Videli (str. 28) smo, da naboj z manjše krogle teče na veliko, če je potencial prve večji od potenciala druge. Toda z večanjem naboja na večji krogli raste tudi njen potencial in nadaljnje prinašanje naboja je oteženo. To omilimo, če je večja krogla votla in dovajamo naboje z njene notranje strani (slika 1.40). V notranjosti votle prevodne krogle ni električnega polja, zato ves prineseni naboj steče na zunanjo površino krogle, ne glede na naboj, ki je že tam. Največji naboj, ki ga na ta način lahko zberemo na površini krogle, je odvisen od električne prevodnosti okolice krogle. Pri dovolj veliki napetosti med kroglo in okolico namreč lahko nastane električni preboj in krogla se razelektri.



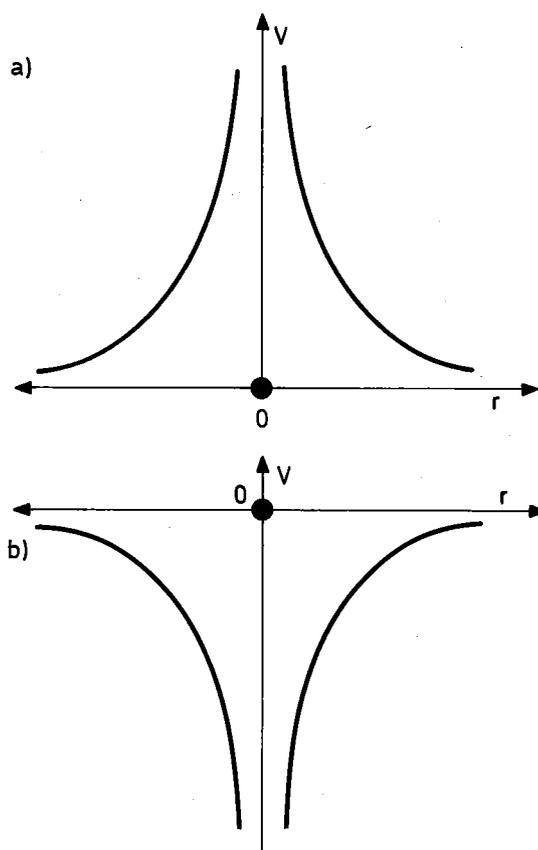
shema



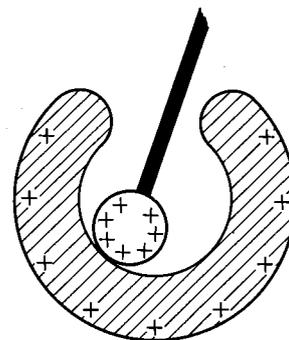
slika 1.39



slika 1.37



slika 1.38



slika 1.40

Opisani postopek izkoriščamo pri t.i. **Van de Graafovem generatorju napetosti** (slika 1.41). Sestavlja ga velika votla kovinska krogla, ki stoji na votli izolacijski cevi. Znotraj votle cevi je tekoči trak iz suhe izolacijske snovi (npr. iz gumija), ki vodi v notranjost votle krogle. Trak na spodnji strani prejema pozitivne naboje (snema jih s posebnih osti, ki so v zvezi s pozitivnim polom šibkega vira napetosti) in jih vodi navzgor v notranjost votle krogle. Posebne osti odvzemajo s trakom prineseni naboj in ga prenašajo na zunanjo površino krogle, kjer se naboj nalaga. Z Van de Graafvim generatorjem lahko ustvarjamo napetosti več milijonov voltov.

## Kondenzator

Kondenzator je prirejen za shranjevanje električnega naboja oziroma električne energije. Sestavljena ga prevodni plošči, ki sta nekoliko razmaknjeni in izolirani druga od druge. Ena plošča je naelektrena z nabojem  $+e$ , druga z  $-e$  (gl. str. 15). Električno polje je izrazito le v prostoru med ploščama, v okolici kondenzatorja pa je šibko. Pozitivno naelektrena plošča ima višji potencial kot plošča z negativnim nabojem, zato je med ploščama napetost ( $U$ ), ki je tem večja, čim večji je naboj na ploščah. Premo sorazmernost med nabojem  $e$  in napetostjo  $U$  izrazimo z enačbo:

$$e = CU \quad (1.34)$$

Parameter  $C$  se imenuje **kapacitivnost kondenzatorja**. Ta poda naboj na ploščah, pri katerem je napetost med ploščama enaka 1 V. Čim večja je kapacitivnost kondenzatorja, tem večji naboj lahko shranimo na ploščah pri enaki napetosti, tem manjša je napetost pri enakem naboju. Merska enota kapacitivnosti je 1 **farad** (F):

$$1 \text{ F} = 1 \text{ As/V}$$

Kapacitivnost 1 F je razmeroma velika, saj sprejme kondenzator s to kapacitivnostjo velik naboj 1 As, pa je napetost med njegovima ploščama le 1 V. Večinoma imajo kondenzatorji kapacitivnost nekaj  $\mu\text{F}$  (mikrofarad), nekaj nF (nanofarad) ali celo nekaj pF (pikofarad).

Najenostavnejši je t.i. **ploščni kondenzator**, ki je narejen iz dveh ravnih, vzporednih plošč, razmaknjenih za  $d$ ; vsaka od plošč ima enako površino  $S$  (slika 1.42). Če je razmik med ploščama majhen v primerjavi s prečno dimenzijo plošč, je električno polje v prostoru med ploščama praktično homogeno in velja:  $U = Ed$  (gl. 1.27), kjer je  $E$  jakost polja pri nabojem  $e$  na ploščah:  $E = \sigma/\epsilon_0 = e/S\epsilon_0$  (gl. 1.11). Sledi:

$$U = ed/\epsilon_0 S = e/C \quad \text{ali}$$

$$C = \epsilon_0 S/d \quad (1.35)$$

**Kapacitivnost ploščnega kondenzatorja je tem večja, čim večja je površina plošč in čim manjši je razmik med njima.**

Pri valjastem kondenzatorju sta plošči koaksialna valjasta plašča s polmeroma  $R_1$  in  $R_2$  ter z dolžino  $L$ . Če ima ena plošča naboj  $+e$ , druga pa  $-e$ , je med ploščama napetost:  $U = (\mu/2\pi\epsilon_0)\ln(R_2/R_1) = e/C$ , kjer je  $\mu$  linijska gostota naboja:  $\mu = e/L$  (gl. 1.29). Dobimo:

$$C = 2\pi\epsilon_0 L/\ln(R_2/R_1) \quad (1.36)$$

Pišimo:  $R_2 = R_1 + d$ . Če je  $d \ll R_1$ , je valjasti kondenzator podoben ploščnemu (plošči imata praktično enako površino) in velja enak izraz za kapacitivnost. Logaritemski faktor lahko aproksimiramo z:  $\ln(R_2/R_1) = \ln(1 + d/R_1) \cong d/R_1$  in dobimo:  $C \cong 2\pi R_1 L \epsilon_0 = \epsilon_0 S/d$ , kjer je  $S = 2\pi R_1 d$  (površina valjastega plašča).

Recimo, da priključimo kondenzator na vir stalne napetosti  $U_0$ . Na ploščah se nabere tolik naboj ( $+e$  na eni in  $-e$  na drugi plošči), da je napetost med njima ( $= e/C = ed/\epsilon_0 S$ ) enaka napetosti  $U_0$  vira. Če povečamo razmik ( $d$ ) med ploščama priključenega kondenzatorja, se kapaciteta kondenzatorja zmanjša, zmanjša pa se tudi naboj na ploščah (nekaj naboja steče s kondenzatorja nazaj v vir napetosti), da je napetost stalna. S premikanjem plošč potemtakem spreminjamo naboj na njih. Čim bliže sta plošči druga drugi, več naboja vsebujeta. Drugače je, če vir napetosti izklopimo. Tokrat je naboj na ploščah stalen (če zanemarimo izgube zaradi pomanjkljive izolacije plošč). Če plošči oddaljujemo, se napetost med njima povečuje ( $U = Ed = ed/\epsilon_0 S$ ). Zbliževanje plošč pa napetost zmanjšuje.

Kapacitivnosti kondenzatorja ne moremo neomejeno povečevati. Površina plošč je namreč navzgor omejena, plošči pa tudi ne moremo poljubno zblížati, saj se lahko stakneta ali pa nastane električni preboj (če je npr. kondenzator priključen na vir napetosti). Možnost preboja zmanjšamo tako, da med plošči vtaknemo tanko folijo izolacijske snovi (npr. papirja, sljude). Če je folija dielektrik, se s tem poveča tudi kapacitivnost kondenzatorja.

Dielektrik v prostoru med ploščama kondenzatorja poveča kapacitivnost za faktor  $\epsilon$  (dielektričnost dielektrika). V dielektriku se namreč jakost električnega polja zmanjša za faktor  $\epsilon$  (gl. str. 22). Za enak faktor se pri enakem nabojem na ploščah zmanjša napetost med ploščama, kar pomeni, da se za tolik faktor poveča kapacitivnost. Za ploščni kondenzator torej velja:

$$C = \epsilon\epsilon_0 S/d \quad (1.37)$$

Tu je  $\epsilon$  dielektričnost dielektrika, ki napolnjuje prostor med ploščama kondenzatorja.

Povečanje kapacitivnosti zaradi dielektrika lahko pojasnimo tudi takole: na površini dielektrika (ob

ploščah 1.29), ki sčah. Ko naboj, ne kar pome

Recimo, z gostoto je torej  $E$  nimo z  $C$  v prvem jakost po  $(\sigma_0 - \sigma_0)/\epsilon_0 = \sigma_0(\epsilon - 1)/\epsilon_0$  dielektrik dodatne naboj z gostoto naboju  $u = \sigma_1/\epsilon_0$ ,  $k = (\epsilon - 1)/\epsilon_0 + \sigma_0$  Končno kljub die ploščah

$$\sigma = \sigma_0$$

$$\sigma = \sigma_0$$

to je za f tivnost k

Glede n namo pi sta kovil povešče denzato čena s druga pl

## Primeri

1. Površ zatorju j  $d = 2 \text{ m}$  dielektri da ima k

$$C = \epsilon\epsilon_0 S/d$$

$$\epsilon = C\epsilon_0 d/S$$

2. Plošč maknjere  $U_0 = 50 \text{ V}$  plošči vi lino  $d_1$  drugega  $\epsilon_2 = 3$ . k zatorju?

Jakost e zmanjša triku in r

zatorja je tem  
in čim manjši

plošči koaksi-  
a  $R_1$  in  $R_2$  ter  
boj  $+e$ , druga  
ost:  $U = (\mu$   
nijska gostota

(1.36)

$R_1$  je valjasti  
(plošči imata  
enak izraz za  
lahko aproksi-  
 $R_1) \cong d/R_1$  in  
r je  $S = 2\pi R_1 d$

or na vir stalne  
re tolik naboja  
da je napetost  
a napetosti  $U_0$   
ploščama prik-  
piteta konden-  
tudi naboja na  
kondenzatorja  
t stalna. S pre-  
ninjamo naboja  
ga drugi, več  
vir napetosti  
čah stalen (če  
kljive izolacije  
napetost med  
). Zbliževanje

oremo neome-  
namreč navz-  
emo poljubno  
nastane elek-  
r priključen na  
anjšamo tako,  
ijo izolacijske  
lija dielektrik,  
st kondenza-

na kondenza-  
r  $\epsilon$  (dielektrič-  
namreč jakost  
r  $\epsilon$  (gl. str. 22).  
ju na ploščah  
ar pomeni, da  
ost. Za ploščni

(1.37)

ki napolnjuje  
rja.

diektrika lahko  
dielektrika (ob

ploščah kondenzatorja) se influira naboja (slika 1.29), ki veže in nevtralizira del naboja na ploščah. Kondenzator torej lahko prejme dodaten naboja, ne da bi se mu pri tem povečala napetost, kar pomeni, da se poveča njegova kapacitivnost.

Recimo, da je na ploščah kondenzatorja naboja z gostoto  $\sigma_0$ , jakost praznega polja med ploščama je torej  $E_0 = \sigma_0/\epsilon_0$ . Prostor med ploščama napolnimo z dielektrikom: na površini dielektrika se v prvem trenutku influira naboja z gostoto  $\sigma_{i0}$ , jakost polja pa se zmanjša na  $E = E_0/\epsilon$ , tako da je  $(\sigma_0 - \sigma_{i0})/\epsilon_0 = E$  ali  $\sigma_{i0} = \sigma_0 - E_0\epsilon_0/\epsilon = E_0\epsilon_0(1 - 1/\epsilon) = \sigma_0(\epsilon - 1)/\epsilon$ . Napetost med ploščama se kljub dielektriku ne spremeni, če dovedemo toliko dodatnega naboja, kolikor se ga influira, to je naboja z gostoto  $\sigma_{i0}$ . Novi naboja na ploščah ima gostoto  $\sigma_1 = \sigma_0 + \sigma_{i0} = \sigma_0[1 + (\epsilon - 1)/\epsilon]$ . Novemu naboju ustreja večja jakost praznega polja:  $E_1 = \sigma_1/\epsilon_0$ , ki influira naboja  $\sigma_{i1} = \sigma_0 E_1(\epsilon - 1)/\epsilon = \sigma_0[1 + (\epsilon - 1)/\epsilon](\epsilon - 1)/\epsilon$ . Novi naboja na ploščah je  $\sigma_2 = \sigma_0 + \sigma_{i1} = \sigma_0[1 + (\epsilon - 1)/\epsilon + (\epsilon - 1)^2/\epsilon^2]$  itd. Končno ugotovimo, da je napetost kondenzatorja kljub dielektriku stalna, če gostoto naboja na ploščah povečamo z  $\sigma_0$  na

$$\sigma = \sigma_0[1 + (\epsilon - 1)/\epsilon + (\epsilon - 1)^2/\epsilon^2 + (\epsilon - 1)^3/\epsilon^3 + \dots]$$

$$\sigma = \sigma_0/[1 - (\epsilon - 1)/\epsilon] = \epsilon\sigma_0$$

to je za faktor  $\epsilon$ , za kolikor se torej poveča kapacitivnost kondenzatorja.

Glede na vrsto uporabljenega dielektrika poznamo predvsem **papirne kondenzatorje** (plošči sta kovinski foliji, npr. iz staniola, dielektrik je povoščen papir ali sljuda) ter **elektrolitske kondenzatorje** (ena plošča je kovinska folija, prevlečena s kovinskim oksidom kot dielektrikom, druga plošča je z elektrolitom prepojen papir).

### Primeri:

1. Površina vsake plošče pri ploščnem kondenzatorju je  $S = 1,2 \text{ dm}^2$ , plošči sta razmaknjeni za  $d = 2 \text{ mm}$ . Kolikšna mora biti dielektričnost ( $\epsilon$ ) dielektrika, ki napolnjuje prostor med ploščama, da ima kondenzator kapacitivnost  $C = 0,17 \text{ nF}$ ?

$$C = \epsilon\epsilon_0 S/d$$

$$\epsilon = Cd/\epsilon_0 S = 3,2$$

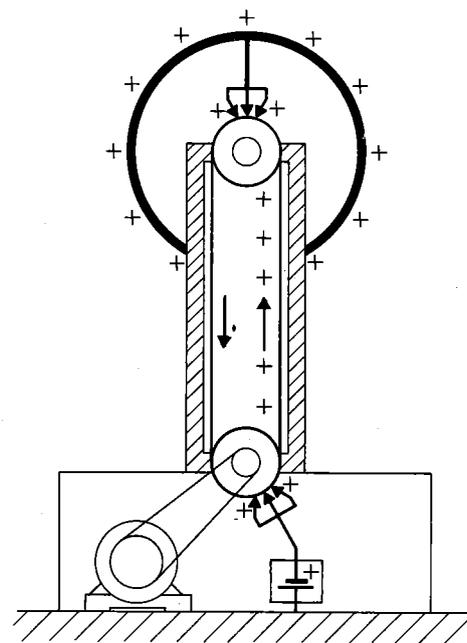
2. Ploščni kondenzator, katerega plošči sta razmaknjeni za  $d = 5 \text{ mm}$ , nabijemo z napetostjo  $U_0 = 500 \text{ V}$  in nato izklopimo vir napetosti. Med plošči vtaknemo dva dielektrika, prvega z debelino  $d_1 = 2 \text{ mm}$  in dielektričnostjo  $\epsilon_1 = 5$  ter drugega z debelino  $d_2 = 3 \text{ mm}$  in dielektričnostjo  $\epsilon_2 = 3$ . Kolikšna je nova napetost ( $U$ ) na kondenzatorju?

Jakost električnega polja se zaradi dielektrikov zmanjša z  $E_0 = U_0/d$  na  $E_1 = E_0/\epsilon_1$  v prvem dielektriku in na  $E_2 = E_0/\epsilon_2$  v drugem. Na prvem dielek-

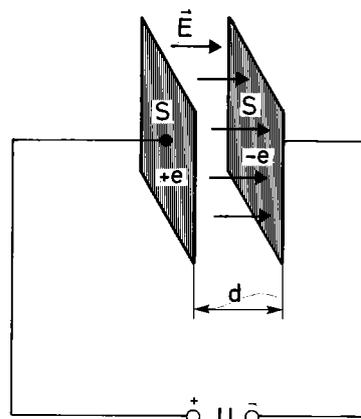
triku je napetost  $U_1 = E_1 d_1 = E_0 d_1/\epsilon_1$ , na drugem pa  $U_2 = E_2 d_2 = E_0 d_2/\epsilon_2$ . Vsota napetosti na obeh dielektrikih je nova napetost  $U$  na kondenzatorju:

$$U = U_1 + U_2 = E_0(d_1/\epsilon_1 + d_2/\epsilon_2) =$$

$$U = (U_0/d)(d_1/\epsilon_1 + d_2/\epsilon_2) = 140 \text{ V}$$



slika 1.41



slika 1.42

## Vezava kondenzatorjev

Kapacitivnost lahko povečamo ali zmanjšamo tudi tako, da povežemo več različnih kondenzatorjev. Če želimo **kapacitivnost zmanjšati**, povežemo kondenzatorje **zaporedno**, enega za drugim (slika 1.43), tako da se napetost porazdeli med posamezne kondenzatorje. Vir napetosti  $U$  nabije zunanji plošči krajnih kondenzatorjev z nabojem  $e$ . Notranje plošče so v električnem polju, ki ga ustvarjata naboja na zunanjih ploščah in na njih se influira naboj ( $+e$  in  $-e$ ), ki pa navzven nima nobenega učinka. Rezultat je enak, kot če povečamo razdaljo med ploščama kondenzatorja, s čimer se napetost poveča in kapacitivnost zmanjša. Na vsakem zaporedno zvezanem kondenzatorju je enak naboj  $e$ , celotna napetost vira  $U$  pa se razporedi med kondenzatorje:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

Tu je  $U_1$  napetost na prvem kondenzatorju ( $= e/C_1$ ),  $U_2$  napetost na drugem ( $= e/C_2$ ) itd. Vidimo, da so napetosti na posameznih kondenzatorjih v obratnem sorazmerju z njihovimi kapacitetami, npr.  $U_1/U_2 = C_2/C_1$  itd. Sledi:

$$U = e(1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + \dots) = e/C$$

S  $C$  smo označili celotno ali **nadomestno kapacitivnost vseh zaporedno zvezanih kondenzatorjev**. Njena obratna vrednost je enaka vsoti obratnih vrednosti kapacitivnosti posameznih kondenzatorjev:

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + \dots \quad (1.38)$$

**Nadomestna kapacitivnost zaporedno zvezanih kondenzatorjev je manjša od najmanjše kapacitivnosti kondenzatorjev.** Če zaporedno zvežemo  $n$  enakih kondenzatorjev (vsak ima npr. kapacitivnost  $C_1$ ), dobimo kondenzator s kapacitivnostjo  $C = C_1/n$ .

**Kapacitivnost povečamo**, če kondenzatorje zvežemo **vzporedno**, tako da je na vsakem kondenzatorju enaka napetost, namreč napetost vira  $U$  (slika 1.44). Naboj  $e$  iz vira napetosti se porazdeli med posamezne kondenzatorje tako, da je na vsakem kondenzatorju enaka napetost. Prvi kondenzator s kapacitivnostjo  $C_1$  prejme naboj  $e_1 = C_1 U$ , drugi naboj  $e_2 = C_2 U$  itd. Vidimo, da so naboji na posameznih vzporedno zvezanih kondenzatorjih sorazmerni s kapacitivnostmi:

$$e_2/e_1 = C_2/C_1 \text{ itd.}$$

Celotni naboj je:

$$e = e_1 + e_2 + e_3 + \dots = U(C_1 + C_2 + C_3 + \dots) = UC$$

Vidimo, da je nadomestna kapacitivnost  $C$  vzporedno zvezanih kondenzatorjev dana z:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (1.39)$$

Z vzporedno vezavo kondenzatorjev povečamo kapacitivnost, kot da bi povečali površino plošč kondenzatorja (glej sliko 1.44, plošče so povezane v skupno ploščo). **Vzporedna vezava  $n$  enakih kondenzatorjev je ekvivalentna kondenzatorju z  $n$ -krat večjo kapacitivnostjo.**

**Primeri:**

1. Pri ploščnem kondenzatorju s kapacitivnostjo  $C_0 = 10 \text{ pF}$  sta plošči razmaknjeni za  $d = 1,0 \text{ cm}$ . V kondenzator vtaknemo (vzporedno s ploščama) kos pločevine z debelino  $x = 0,2 \text{ cm}$ . Kolikšna je nova kapacitivnost ( $C$ ) kondenzatorja? (Slika 1.45)

Glede na to, da je električno polje v kondenzatorju homogeno, je rezultat neodvisen od lege pločevine. Torej lahko pločevino tudi prislonimo ob eno od plošč, s čimer zmanjšamo razdaljo med ploščama za  $x$ . Nova kapacitivnost je:

$$C = \epsilon_0 S / (d - x) = C_0 d / (d - x) = 12,5 \text{ pF}$$

Da je rezultat zares neodvisen od lege ( $y$ ) pločevine, se prepričamo tudi drugače: Kondenzator s pločevino je ekvivalenten zaporedni vezavi dveh kondenzatorjev; pri prvem sta plošči razmaknjeni za  $y$  in je njegova kapacitivnost  $C_1 = \epsilon_0 S / y$ ; pri drugem pa za  $d - y - x$  in je  $C_2 = \epsilon_0 S / (d - y - x)$ . Velja:

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 = y/\epsilon_0 S + (d - y - x)/\epsilon_0 S = \dots$$

$C$  je zares neodvisen od  $y$ .

2. Štirje kondenzatorji s kapacitivnostmi  $C_1 = 0,2 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 0,5 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 0,5 \text{ nF}$  in  $C_4 = 0,25 \text{ nF}$  so priključeni na napetost  $U = 200 \text{ V}$ , kot kaže slika 1.46. Kolikšna je nadomestna kapacitivnost ( $C$ ) te vezave in kolik naboj ( $e$ ) steče iz vira napetosti? Kolikšne so napetosti ( $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  in  $U_4$ ) na posameznih kondenzatorjih?

Kondenzatorja  $C_2$  in  $C_3$  sta zvezana zaporedno, zato ju lahko nadomestimo s kondenzatorjem  $C' = C_2 C_3 / (C_2 + C_3) = 0,25 \text{ nF}$ . Ta je vzporeden s kondenzatorjem  $C_4$ . Skupaj sta ekvivalentna kondenzatorju s kapacitivnostjo  $C'' = C_4 + C' = 0,5 \text{ nF}$ . Na koncu ostane zaporedna vezava prvega kondenzatorja  $C_1$  in nadomestnega kondenzatorja  $C''$  drugih treh:

$$C = C_1 C'' / (C_1 + C'') = 0,14 \text{ nF}$$

$$e = UC = 28 \text{ nAs}$$

Napetost  $U$  se porazdeli med zaporedno zvezana kondenzatorja  $C_1$  in  $C''$  v obratnem sorazmerju z njunima kapacitivnostma:  $U = U_1 + U''$  ter  $U_1/U'' = C''/C_1$ . Od tod izračunamo:  $U_1 = U / (1 + C_1/C'') = 57 \text{ V}$  ter  $U'' = U - U_1 = 143 \text{ V}$ . Napetost  $U''$  je po eni veji neposredno na kondenzatorju  $C_4$  ( $U_4 = U'' = 143 \text{ V}$ ), po drugi veji pa se razdeli med konden-

zatorja  $C_2$  in zatorja ena

## Energija

Električno pozitivne i poredimo p yati elektri negativnim je torej po šeno delo e električne

$$W_{ep} = A$$

Izraz za to homogeno torja. Elek če konden da začne p bi vir nap prenašal n trone). Re plošči in napetost l de (odtrga vsili pozit tost U (ki zato oprav naboja de

$$dA = U$$

Celotno d C z naboj

$$A = \int dA$$

$$A = e^2 / \dots$$

Električno napolni k v energij, povrnjeno izgine tu

Energijo z jakostjo

$$W_{ep} = \dots$$

Produkt med plošč torej odp

$$W_{ep}/V$$

ev povečamo površino plošče so povečava n ena- na kondenza-

zatorja  $C_2$  in  $C_3$ . Ker je  $C_2 = C_3$ , imata ta kondenzatorja enaki napetosti:  $U_2 = U_3 = U'/2 = 71 \text{ V}$ .

### Energija električnega polja

Električno polje ustvarimo tako, da razdvojimo pozitivne in negativne naboje ter jih ločeno razporedimo po prostoru. Pri tem moramo premagovati električno privlačno silo med pozitivnimi in negativnimi naboji. Da nastane električno polje, je torej potrebno delo ( $A$ ). Sklepamo, da potrošeno delo obdrži električno polje v obliki **energije električnega polja** ( $W_{ep}$ ):

$$W_{ep} = A$$

Izraz za to energijo najenostavneje izpeljemo za homogeno električno polje ploščnega kondenzatorja. Električno polje v kondenzatorju nastane, če kondenzator priključimo na vir napetosti, tako da začne pritekati naboj. Rezultat je enak, kot če bi vir napetosti trgal naboje z ene plošče in jih prenašal na drugo (dejansko trga in prenaša elektrone). Recimo, da pri naboju  $+e$  na pozitivni plošči in  $-e$  na negativni, ko je med ploščama napetost  $U = e/C$ , vir napetosti poveča naboj za  $de$  (odtrga nekaj elektronov negativni plošči in jih vsili pozitivni). Pri tem mora premagovati napetost  $U$  (ki jo povzročajo že preneseni naboji) in zato opravljati delo. Delo  $dA$ , potrebno za prenos naboja  $de$  prek napetosti  $U$ , je (gl. 1.24):

$$dA = Ude = (e/C)de$$

Celotno delo  $A$ , s katerim nabijemo kondenzator  $C$  z nabojem  $e$ , torej znaša:

$$A = \int dA = (1/C) \int ede$$

$$A = e^2/2C = eU/2 = CU^2/2$$

**Električno delo pri polnjenju kondenzatorja** (1.40)

Električno delo  $A$ , ki ga opravi vir napetosti, da napolni kondenzator z nabojem  $e$ , se spremeni v energijo električnega polja. To delo dobimo povrnjeno, če kondenzator izpraznimo, pri čemer izgine tudi električno polje.

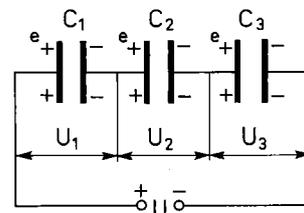
Energijo električnega polja želimo izraziti z jakostjo  $E$  polja:

$$W_{ep} = A = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} (\epsilon_0 S/d) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 Sd$$

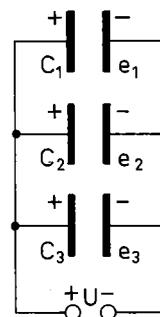
Produkt  $Sd = V$  je volumen električnega polja med ploščama kondenzatorja. Na enoto volumna torej odpade energija električnega polja:

$$W_{ep}/V = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

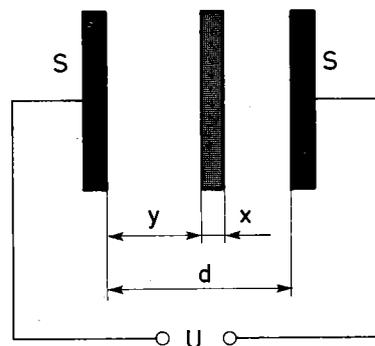
**Gostota energije električnega polja** ( $\text{J/m}^3$ ) (1.41)



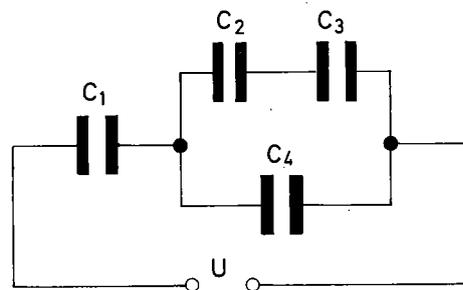
slika 1.43



slika 1.44



slika 1.45



slika 1.46

Ta rezultat velja za poljubno električno polje. Če je na območju volumenskega elementa  $dV$  jakost polja  $E$ , vsebuje ta volumenski element energijo:

$$dW_{ep} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 dV \quad (1.41 a)$$

Vsiljuje se primerjava z gibanjem tekočine. Omenili smo (str. 18), da ima v električnem polju jakost polja  $E$  podoben vlogo kot hitrost  $v$  v hitrostnem polju gibajoče se tekočine, influenčna konstanta  $\varepsilon_0$  pa kot gostota ( $\rho$ ) tekočine. Zdaj vidimo, da sega ta primerjava še dlje: energija električnega polja ( $\varepsilon_0 E^2/2$ ) je analogna kinetični energiji gibajoče se tekočine ( $\rho v^2/2$ ).

### Primeri:

1. S pomočjo energije električnega polja poiščimo izraz za kapacitivnost kroglastega kondenzatorja; polmer notranje lupine je  $R_1$ , zunanje pa  $R_2$ .

Jakost električnega polja v kroglastem kondenzatorju je (gl. str. 12):  $E = e/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$ . Tenka kroglasta lupina s polmerom  $r$  in debelino  $dr$  ima volumen  $dV = 4\pi r^2 dr$  in vsebuje energijo  $dW_{ep} = (\varepsilon E^2/2)dV = e^2 dr/(8\pi\varepsilon_0 r^3)$ . Celotna energija znaša:

$$W_{ep} = \int dW_{ep} = (\varepsilon^2/8\pi\varepsilon_0) \int_{R_1}^{R_2} dr/r^2 = (\varepsilon^2/8\pi\varepsilon_0) (1/R_1 - 1/R_2)$$

$$W_{ep} = A = e^2/2C$$

Tu je  $C$  kapacitivnost kroglastega kondenzatorja:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2 / (R_2 - R_1) \quad (1.42)$$

2. S pomočjo energije električnega polja izračunajmo silo med ploščama kondenzatorja.

Mislimo si, da pri stalnem naboju na ploščah kondenzatorja povečamo razmik  $d$  plošč za  $dx$ . Pri tem premagujemo silo  $F$ , s katero se pozitivna in negativna plošča privlačujeta, in moramo zato opraviti delo  $dA = Fdx$ . To delo se naloži v energijo električnega polja, katerega prostornina se poveča za  $dV = Sdx$ , energija pa za  $dW_{ep} = (\varepsilon_0 E^2/2)dV = dA = Fdx$ . Sledi:

$$F = \varepsilon_0 E^2 S/2 = \sigma ES/2 = eE/2$$

To že poznamo (gl. 3. primer na strani 16).

### Energija električnega polja v snovi

Snov z dielektričnostjo  $\varepsilon$  položimo v električno polje s prvotno jakostjo  $E_0$ . Jakost polja v snovi se zmanjša s prvotne vrednosti  $E_0$  na  $E = E_0/\varepsilon$ . Električno polje deformira (polarizira) atome snovi, za kar je gotovo potrebno delo. Ali to delo opravi vir napetosti ali pa se zaradi tega zmanjša energija električnega polja.

Poglejmo koliko dela je potrebnega, da se atomi polarizirajo. Ko v snovi vklopimo električno polje z jakostjo  $E_0$ , se jakost zunanega polja na območju atomov poveča z nič na  $E_0$  in atomi se raztegnejo v električne dipole (slika 1.27). Polje s povprečno jakostjo  $(0 + E_0)/2 = E_0/2$  opravi s polarizacijo atoma delo  $e_a(E_0/2)d = p_a E_0/2 = \alpha \varepsilon_0 E E_0/2$  (gl. 1.16). V enoti prostornine je  $N$  dipolov, torej je za enoto prostornine polja potrebno delo  $N \alpha \varepsilon_0 E E_0/2 = (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E E_0/2$  (gl. 1.20). Za toliko se zmanjša energija električnega polja v enoti prostornine snovi. Nova energija je:

$$\varepsilon_0 E_0^2/2 - (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E E_0/2 = \varepsilon \varepsilon_0 E^2/2$$

$$dW_{ep}/dV = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 \quad \text{Gostota energije električnega polja v snovi} \quad (1.43)$$

Recimo da vtaknemo snov v polje med ploščama kondenzatorja. Če je naboj na kondenzatorju stalen (kondenzator ni priključen na vir napetosti), se zaradi snovi zmanjša jakost polja z  $E_0$  na  $E = E_0/\varepsilon$ . Za enak faktor se zmanjšata napetost med ploščama in energija električnega polja. Nova gostota energije je  $\varepsilon_0 E_0^2/2\varepsilon$ .

Drugače je, če je kondenzator priključen na vir stalne napetosti. Zdaj se jakost polja zaradi snovi ne zmanjša ( $E = E_0$ ), ker vir napetosti dobavi ploščam dodaten naboj (ki kompenzira naboje, influirane v snovi) in naboj na ploščah se poveča za faktor  $\varepsilon$ . Zaradi povečanega naboja se energija električnega polja poveča. Nova energija je  $\varepsilon \varepsilon_0 E^2/2$ .

### Primeri:

1. Navpični plošči kondenzatorja sta priključeni na stalno napetost  $U = 20$  kV in stojita pokončno tik nad gladino nitrobenzena. Za kolikšno višino ( $h$ ) se dvigne gladina nitrobenzena med ploščama nad okolišno gladino, če sta plošči razmaknjeni za  $d = 1$  cm? (Slika 1.47) Dielektričnost benzena je  $\varepsilon = 2,3$ , gostota je  $\rho = 1,2$  g/cm<sup>3</sup>.

Recimo, da je gladina na višini  $h$ . Da se ta poviša za  $dh$ , mora vir napetosti  $U$  dovesti dodaten naboj  $de = UdC = U(\varepsilon - 1) \varepsilon_0 adh/d$  ( $a$  je širina plošč) in opraviti delo  $dA = Ude$ . To se porabi za povečanje energije električnega polja za  $adh d(\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E^2/2$  in za povečanje težnostne potencialne energije tekočine za  $dhad\rho gh$  (kot da se element  $dh$  tekočine dvigne za  $h$ ). Sledi:

$$Ude = adh d(\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E^2/2 + adh d\rho gh = E^2 d(\varepsilon - 1) \varepsilon_0 adh$$

Od tod izračunamo:

$$h = E^2 \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) / (2\rho g) = 0,2 \text{ cm} \quad (1.44)$$

Mereč dvig tekočine v pokončnem kondenzatorju, lahko določimo njeno dielektričnost.

2. Podoben p... izklopimo.

Z dviganjem... gija električn... šuje, težnost... povečuje. Te...  $h$ , da je celo... vsota energi... energije teko...

$$W_{pot} = \varepsilon_0 E_0^2/2 + \dots$$

( $b =$  višina pl... višini  $h/2$ ) Mi... je pri višini  $h$

$$dW_{pot}/dh =$$

Dobimo:

$$h = \varepsilon_0 E_0^2 / (2\rho g)$$

Vidimo, da j... v prvem prin... ključen na... mer: kapilar...

### Osnovni e

V poglavju... omenili, da s... celoštevilčni... osnovnega e

$$e = Ne_0,$$

$$e_0 = \text{osn}$$

To trditev er... novim pos... plošči plošč... kapljice in... njihovo gib... naelektrijo... noma se na... šene kaplji... žarki (gl. io... elektrone i... Sproščeni... lahko prilep... postanejo n

Najprej opa... brez elektr... in izmerimo... stalna, je vs... kapljico (te... gor) enaka

teža - vz

$$(4\pi r^3/3)(\rho)$$

da se atomi električno polje tega polja na  $E_0$  in atomi se  $= E_0/2$  opravi  $(/2)d = \rho_e E_0/2$  prostornine je stornine polja  $(-1)\epsilon_0 E E_0/2$  (gl. a električnega a energija je:

energije tega novi (1.43)

med ploščama kondenzatorju sta vir napetosti), polja z  $E_0$  na jšata napetost ričnega polja.

ključen na vir ja zaradi snovi etosti dobavi enzira naboje, čah se poveča oja se energija ergija je  $\epsilon\epsilon_0 E^2/$

sta priključeni ojita pokončno olikšno višino na med ploščo plošči razmak- Dielektričnost  $1,2 \text{ g/cm}^3$ .

Da se ta poviša dodaten naboj širina plošč) in abi za poveča- za  $adh(\epsilon - e$  potencialne da se element

$d\rho gh =$

(1.44)

am kondenza- tričnost.

2. Podoben primer kot zgoraj, le da vir napetosti izklopimo.

Z dviganjem tekočine v kondenzatorju se energija električnega polja v kondenzatorju zmanjšuje, težnostna potencialna energija tekočine pa povečuje. Tekočina se dvigne do tolikšne višine  $h$ , da je celotna potencialna energija  $W_{pot}$ , ki je vsota energije električnega polja in težnostne energije tekočine, minimalna.

$$W_{pot} = \epsilon_0 E_0^2 (b-h)ad/2 + \epsilon\epsilon_0 E^2 had/2 + hda\rho gh/2$$

( $b$  = višina plošč, težišče dvignjene tekočine je na višini  $h/2$ ) Minimum celotne potencialne energije je pri višini  $h$ , za katero je:

$$dW_{pot}/dh = 0 = -\epsilon_0 E_0^2 ad/2 + \epsilon\epsilon_0 E^2 ad/2 + hda\rho g$$

Dobimo:

$$h = \epsilon_0 E_0^2 (1 - 1/\epsilon) / (2\rho g) = \epsilon_0 U^2 (1 - 1/\epsilon) / (2\rho g d^2)$$

Vidimo, da je dvig tokrat za faktor  $\epsilon$  manjši kot v prvem primeru, pri katerem je kondenzator priključen na stalno napetost. (Glej podoben primer: kapilarni dvig tekočine, I. del, str. 153)

## Osnovni električni naboj, elektronvolt

V poglavju o električnem naboju (str. 9) smo omenili, da se električni naboj vedno pojavlja kot celoštevilčni mnogokratnik najmanjšega, t.i. osnovnega električnega naboja  $e_0$ :

$$e = Ne_0, \quad N = \text{celo število}$$

$$e_0 = \text{osnovni električni naboj} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

To trditev enostavno preverimo z znanim **Millikanovim poskusom**. V prostor med vodoravni plošči ploščnega kondenzatorja napršimo oljne kapljice in z mikroskopom od strani opazujemo njihovo gibanje v kondenzatorju. Kapljice se naelektrijo bodisi s trenjem ob razpršitvi (večinoma se naelektrijo negativno) ali pa že razpršene kapljice obsevamo, npr. z rentgenskimi žarki (gl. ionizacijo, str. 62). Ti izbijejo iz kapljic elektrone in kapljice se naelektrijo pozitivno. Sproščeni elektroni pohajkujejo naokrog in se lahko prilepijo ob še nevtralne kapljice, ki zato postanejo negativne.

Najprej opazujemo enakomerno padanje kapljic brez električnega polja. Izberemo neko kapljico in izmerimo hitrost ( $v$ ) njenega padanja. Ker je ta stalna, je vsota vseh sil, ki učinkujejo na padajočo kapljico (teža navzdol, vzgon in upor zraka navzgor) enaka nič:

$$\text{teža} - \text{vzgon} - \text{upor zraka} = 0 \quad (\text{Slika 1.48})$$

$$(4\pi r^3/3)(\rho - \rho_0)g - 6\pi r\eta v = 0$$

Tu je  $\rho$  gostota oljnih kapljic,  $\rho_0$  = gostota zraka,  $\eta$  = viskoznost zraka in  $r$  = polmer kapljic. Za upor zraka predpostavimo viskozni upor (gl. I. del, str. 173). S prvim merjenjem določimo polmer  $r$  kapljice, ki ga drugače težko določimo:

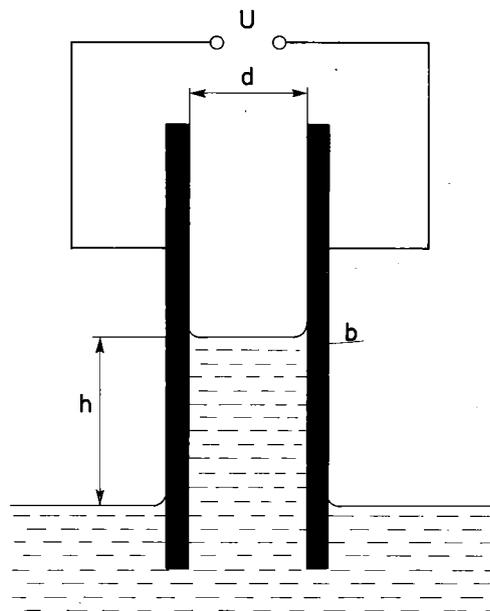
$$r^2 = 9\eta v/2(\rho - \rho_0)g$$

Nato priključimo vir napetosti, tako da je zgornja plošča pozitivna. Poleg drugih sil učinkuje zdaj na kapljico še električna sila. Ta nasprotuje teži, če je naboj  $e$  kapljice negativen. Padanje opazovane kapljice se zaradi električne sile upočasni. Povečujemo napetost, da se opazovana kapljica ustavi. Tedaj je električna sila skupaj z vzgonom enaka teži kapljice ali:

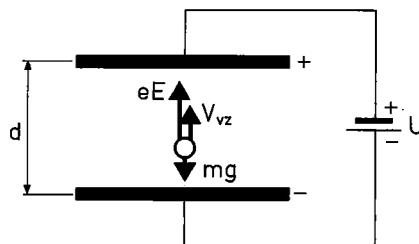
$$(4\pi r^3/3)(\rho - \rho_0)g = eE = eU/d$$

$$(d = \text{razmik plošč})$$

Od tod izračunamo naboj  $e$  kapljice.



slika 1.47



slika 1.48

Natančne meritve z več tisoč kapljicami so pokazale, da je naboj kapljic vedno celoštevilčni mnogokratnik najmanjšega naboja  $e_0 = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$ . Večina kapljic ima naboj  $\pm e_0$  ali  $\pm 2e_0$ , nekatere celo  $\pm 3e_0$  ali  $\pm 4e_0$ . Razlagamo si, da se kapljice naelektrijo negativno tako, da pridobijo elektrone, pozitivno pa, če jih izgubijo. Torej je **elektron naelektrjen z negativnim osnovnim nabojem**. Vsak elektron ima enak naboj  $-e_0$ .

Poljuben naboj  $e$  se spreminja tako, da se spreminja število osnovnih nabojev  $e_0$ , to je, naboj se spreminja nezvezno, v skokih  $e_0$ . Vendar so pri pojavih v okviru elektrodinamike ti skoki majhni v primerjavi s celotnimi naboji, pa jih zato lahko zanemarimo in računamo s praktično zveznimi spremembami nabojev (to je z diferencialno majhnimi naboji  $de$ , gl. str. 14).

#### Primer:

Največ koliko atomov na površini snovi se naelektri, da prejme snov največji možni naboj?

Velikost naboja na površini snovi je navzgor omejena z električnim prebojem s snovi na okolišni zrak (gl. str. 64). Jakost električnega polja ob površini snovi ne sme preseči t. i. **prebojne jakosti**  $E_p$ , ki za zrak pri normalnih pogojih znaša okrog  $3 \times 10^6 \text{V/m}$ . Največjo gostoto naboja na površini snovi zato podamo z enačbo:

$$\sigma = \epsilon_0 E_p = 2,7 \times 10^{-5} \text{C/m}^2 = 27 \mu\text{C/m}^2$$

Tej gostoti ustreza  $\sigma/e_0 = 1,7 \times 10^{14}/\text{m}^2$  odvečnih (ali manjkajočih) elektronov na  $\text{m}^2$  površine snovi.

Predpostavljajoč enovalentno snov (atom snovi odda ali prejme en elektron), dobimo, da se na  $\text{m}^2$  površine snovi naelektri kvečjemu  $1,7 \times 10^{14}$  atomov. Premer atoma je velikostnega reda 1–10 nm, na  $\text{m}^2$  površine snovi torej odpade okrog  $10^{19}$  atomov. Od teh se naelektri kvečjemu vsak stotisoči atom. To je vzrok, da se z naelektrjenjem ne spremenijo bistveno mehanske in druge lastnosti snovi.

Energijo elektronov in drugih osnovnih delcev (fotonov, pozitronov, protonov, nevtronov itd.) običajno izražamo z **elektronvolti**, in to ne le električno energijo, ampak tudi druge (npr. kinetično).

**Elektronvolt (eV)** je po definiciji **energija**, ki jo **delec z osnovnim nabojem  $e_0$**  dobi v električnem

polju **po preletu napetosti 1 V**. Ker je električno delo produkt naboja in napetosti:  $A = eU$  (gl. 1.24), je:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= e_0 \times 1 \text{ V} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ CV} = \\ &= 1,6 \times 10^{-19} \text{ AsV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ Ws} \end{aligned}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \text{Večji enoti sta: } 1 \text{ keV (kiloelektronvolt)} &= \\ &= 10^3 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-16} \text{ J} \\ 1 \text{ MeV (megaelektronvolt)} &= \\ &= 10^6 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J} \end{aligned}$$

#### Primer:

Z negativne plošče kondenzatorja se sprosti elektron in se pospeši proti pozitivni plošči. S kolikšno hitrostjo se zaleti vanjo, če je med ploščama napetost  $U = 200 \text{V}$ ? Maso elektrona določimo s pomočjo odklanjanja elektronov v magnetnem polju (str. 90):  $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{kg}$ .

Na poti do pozitivne plošče dobi elektron energijo  $W = e_0 U = 200 \text{ eV} = 3,2 \times 10^{-17} \text{ J}$ , in to v obliki kinetične energije:  $mv^2/2$ .

$$v = (2W/m)^{1/2} = 0,84 \times 10^7 \text{ m/s} = 8400 \text{ km/s}$$

ELEKTRIČNO POLJE

er je električno  
i:  $A = eU$  (gl.

$$V = 10^{-19} \text{Ws}$$

$$\text{ronvolt} = 10^{-16} \text{ J}$$
$$\text{ektronvolt) = } 10^{-13} \text{ J}$$

se sprosti elek-  
pozitivni plošči.  
njo, če je med  
Maso elektrona  
nja elektronov  
 $9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ .

elektron ener-  
 $10^{-17} \text{ J}$ , in to

$$= 8400 \text{ km/s}$$

Prevodnik vsebuje gibljive nosilce električnega naboja, kovina npr. proste elektrone, raztopina elektrolitov pa pozitivne in negativne ione. Ti se gibljejo neurejeno naokrog po snovi in trkajo ob atome snovi, podobno kot se gibljejo molekule v plinih (gl. I. del, str. 178). Običajno je to gibanje povsem neurejeno: kolikor naboja preteče skozi dano ploskvico v eni smeri, toliko ga preteče tudi v nasprotni smeri, tako da v povprečju ni neto pretoka naboja skozi ploskvico. Če prevodnik položimo v električno polje oz. če med konca prevodnika priključimo vir napetosti, deluje na proste nosilce naboja električna sila in pozitivno naelektrjeni delci se v povprečju premaknejo v smeri silnic, negativni pa v nasprotni smeri. Pravimo, da skozi snov teče **električni tok** ( $I$ ). Električni tok v snovi torej pomeni **urejeno** (vsaj deloma, če že ne povsem) **premikanje nosilcev naboja skozi snov**. Smer toka je po definiciji smer premikanja pozitivnih delcev, negativni delci (npr. elektroni) se premikajo v nasprotni smeri, kot teče tok. Skozi ploskvico  $S$  (ki je pravokotna na smer toka) steče v smeri toka več pozitivnega naboja kot v nasprotni smeri, torej v smeri toka preteče neto pozitiven naboj, recimo naboj  $de$  v časovnem intervalu  $dt$ . Velikost toka definiramo z enačbo:

$$I = de/dt \quad (2.1)$$

Enota toka je **1 A (ampere) = 1 C/s**. Pri toku 1 A steče v 1 sekundi skozi prečni prerez prevodnika naboj 1 C. Tokovi nekaj A so običajni pri gospodinjskih strojih in napravah ter pri razsvetljavi, v elektrarnah in elektrolitskih pečeh pa nekaj kA.

Pri toku  $I$  steče skozi prečni prerez prevodnika v kratkem časovnem intervalu  $dt$  naboj  $de = Idt$ , v daljšem času (npr. od začetka do trenutka  $t$ ) pa naboj:

$$e = \int_0^t Idt \quad (2.2)$$

Če je tok  $I$  stalen (se ne spreminja s časom), se zgornji izraz poenostavi v:

$$e = It$$

Torej lahko enoto naboja (C) izrazimo kot produkt enote toka (A) in enote časa (s):

$$1 \text{ C} = 1 \text{ As}$$

Naboj lahko merimo kar v ampersekundah (As).

Pogosto nas zanima **gostota toka** ( $j$ ): kvocient toka  $I$  in površine  $S$  prečne ploskve prevodnika (to je tok skozi enoto prečne ploskve prevodnika):

$$j = I/S \quad (\text{A/m}^2) \quad (2.3)$$

Recimo, da je v enoti prostornine prevodnika  $N$  prostih nosilcev naboja, od katerih je vsak

naelektrjen z nabojem  $e$ , premikajo se s povprečno hitrostjo  $v$  skozi ploskev  $S$  v času  $t$ . V tem času si

$$I = e/t = eNv/S$$

$$j = e_0 N v$$

### Primer:

Prevodnik vsakega preseka  $S$  preteče naboj  $Q$  v času  $t$ . Kakšna je povprečna hitrost  $v$ , s katero se nosilci premikajo skozi ploskvico  $S$  v času  $t$ ?

$$v = j/e_0 N = Q/S/e_0 N t$$

Vidimo, da je povprečna hitrost  $v$  v prevodniku obratno sorazmerna s presekom  $S$ . Razmeroma  $Q/t = I$  v nekaj se velike gostote naboja  $n$  v prevodniku.

Z električnim tokom  $I$  skozi ploskvico  $S$  preteče naboj  $Q = It$ . V tem času  $t$  preteče skozi ploskvico  $S$  naboj  $Q = It$ . V tem času  $t$  preteče skozi ploskvico  $S$  naboj  $Q = It$ .

- prevodnik
- v okolici ploskve
- prevodnik
- skozi ploskvico  $S$  preteče naboj  $Q = It$ .

Vsak od tel.  $Q$  preteče skozi ploskvico  $S$  v času  $t$ . Vsak od tel.  $Q$  preteče skozi ploskvico  $S$  v času  $t$ . Vsak od tel.  $Q$  preteče skozi ploskvico  $S$  v času  $t$ . Vsak od tel.  $Q$  preteče skozi ploskvico  $S$  v času  $t$ .

Električni tok  $I$  skozi ploskvico  $S$  preteče naboj  $Q = It$ . Vsak od tel.  $Q$  preteče skozi ploskvico  $S$  v času  $t$ . Vsak od tel.  $Q$  preteče skozi ploskvico  $S$  v času  $t$ . Vsak od tel.  $Q$  preteče skozi ploskvico  $S$  v času  $t$ .

## II. ELEKTRIČNI TOK

naelektrjen z osnovnim nabojem  $e_0$ . Če se ti premikajo s povprečno hitrostjo  $\bar{v}$ , jih skozi prečno ploskev  $S$  v času  $t$  preteče  $NS\bar{v}t$ , kar pomeni, da v tem času steče naboj  $e = e_0NS\bar{v}t$ . Tok je:

$$I = e/t = e_0NS\bar{v} = jS \quad \text{ali}$$

$$j = e_0N\bar{v} \quad (2.4)$$

#### Primer:

Prevodnik vsebuje  $N = 4 \cdot 10^{19}$  gibljivih nosilcev naboja v  $\text{cm}^3$  prostornine. S kolikšno povprečno hitrostjo se ti premikajo pri gostoti toka  $j = 1 \text{ A/mm}^2$ ?

$$\bar{v} = j/e_0N = 0,15 \text{ m/s}$$

Vidimo, da je hitrost premikanja nosilcev naboja v prevodniku razmeroma majhna, le okrog  $10 \text{ cm/s}$ . Razmeroma velik pretečeni naboj (nekaj C v nekaj sekundah) je največ posledica izredno velike gostote gibljivih nosilcev naboja v prevodniku.

Z električnim tokom v prevodniku lahko nastanejo tele spremembe:

- prevodnik se **segreje**,
- v okolici prevodnika se pojavi **magnetno polje**,
- prevodnik se kemično spremeni (**elektroliza**),
- skozi prevodnik se s tokom prenašajo delci snovi (**transport snovi**).

Vsak od teh pojavov je tem intenzivnejši, čim večji je tok. Kateregakoli od njih lahko izkoristimo za merjenje toka. Merilec toka (**ampermeter**) je posebej prirejen prevodnik s kazalcem in merilno skalo, ki pokaže tok  $I$  skozenj. Podobno je narejen merilec napetosti – **voltmeter**; ta pokaže napetost  $U$  med njegovima koncema.

Električni tok teče skozi prevodnik, če je ta del **tokovnega kroga**, ki je priključen na vir napetosti (slika 2.1); teče iz pozitivnega pola vira skozi tokovni krog v negativni pol, nato skozi notranjost vira, ponovno izhaja iz pozitivnega pola itd. Če se tokovni krog ne razceplja ali razvejuje, je **tok skozi vsak del tokovnega kroga enak. Stalen tok** (ki se ne spreminja s časom) teče le, če je **tokovni krog zaključen (neprekinjen)**. V prekinjenem tokovnem krogu (to je, če je del tokovnega kroga izolator, npr. vakuum) pa lahko teče le tok, ki se spreminja s časom, npr. med polnjenjem ali praznjenjem kondenzatorja (str. 48) ali če se napetost vira spreminja s časom (gl. izmenični tok, str. 132).

## Ohmov zakon in električna upornost

Tok  $I$  skozi prevodnik je v splošnem sorazmeren z napetostjo  $U$  med koncema prevodnika, ki poganja tok. Če je zveza med njima linearna, pravimo, da velja **Ohmov zakon: Tok skozi prevodnik je premo sorazmeren s priključeno napetostjo** ( $I = \text{konst.} \cdot U$ ). Za vsako vrsto prevodnika posebej moramo ugotoviti, ali velja Ohmov zakon, to je, ali je tok premo sorazmeren z napetostjo.

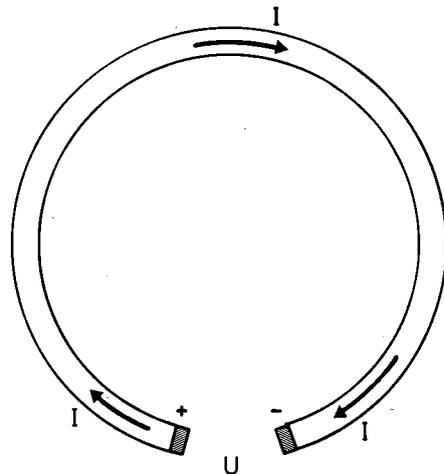
Sorazmernostno konstanto med tokom in napetostjo običajno napišemo v obliki:  $\text{konst.} = 1/R$ , kjer se  $R$  imenuje **električna upornost prevodnika**:

$$I = U/R \quad \text{ali}$$

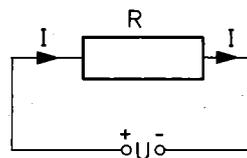
$$U = IR \quad (2.5)$$

(Slika 2.2)

**Električni tok skozi prevodnik je premo sorazmeren z napetostjo na prevodniku in obratno sorazmeren z upornostjo prevodnika.** Če želimo, da skozi prevodnik z upornostjo  $R$  teče tok  $I$ , moramo med koncema prevodnika priključiti napetost  $U = IR$ . Čim večja je upornost prevodnika, tem večja napetost je potrebna za dan tok, oziroma tem manjši je tok pri dani napetosti.



slika 2.1



slika 2.2

Električna upornost prevodnika je merilo za napetost, ki je potrebna, da skozi prevodnik teče tok 1 A. Njegova merska enota je 1  $\Omega$  (ohm):

$$1 \Omega = 1 \text{ V/A}$$

Prevodnik ima upornost 1  $\Omega$ , če pri napetosti 1 V teče skozenj tok 1 A.

Tokovni krog je v splošnem sestavljen iz različnih prevodnikov. Ti so lahko medsebojno povezani zaporedno ali vzporedno.

### Zaporedna vezava prevodnikov

Pri zaporedni vezavi prevodnikov se tokovni krog ne razvejuje, pa je zato tok skozi vsak prevodnik enak (slika 2.3). Celotna napetost  $U$  vira se porazdeli med posamezne prevodnike tako, da skozi vsak prevodnik teče enak tok:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

$$I = U_1/R_1 = U_2/R_2 = U_3/R_3 = \dots = U/R$$

$R$  je **nadomestna upornost** celotne zaporedne vezave prevodnikov:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad (2.6)$$

(Glej podobno izvajanje pri zaporedni vezavi kondenzatorjev, str. 32). Z **zaporedno vezavo** prevodnikov **se upornost** celotnega tokovnega kroga **poveča**, saj je za enak tok potrebna večja napetost, namreč napetost na vsakem dodatnem, zaporedno priključenem prevodniku.

Zaporedno vezavo prevodnikov izkoriščamo za porazdelitev celotne napetosti vira med posamezne prevodnike (to je kot **potenciometer**). Napetosti na posameznih, zaporedno zvezanih prevodnikih so v sorazmerju z njihovimi upornostmi:

$$U_1 : U_2 : U_3 : \dots = R_1 : R_2 : R_3 \dots$$

Največji del celotne napetosti se naloži na prevodniku z največjo upornostjo, prevodnik z najmanjšo prevodnostjo pa prevzame najmanjši del celotne napetosti.

Če je v tokovnem krogu z zaporedno zvezanimi prevodniki več različnih virov napetosti (npr.  $U_1^*$ ,  $U_2^*$ , ..., ki imajo v splošnem celo različen predznak), je **celotna napetost vira algebraična vsota napetosti posameznih virov**:  $U = U_1^* + U_2^* + \dots$ . V tej vsoti so pozitivne tiste napetosti, ki poganjajo tok  $I$  v izbrani smeri; napetosti, ki poganjajo tok v nasprotno izbrani smeri, pa so negativne.

### Primeri:

1. Vira napetosti  $U_1^* = 100 \text{ V}$  in  $U_2^* = 150 \text{ V}$  sta priključena na prevodnika  $R_1 = 100 \Omega$  in  $R_2$ , kot kaže slika 2.4. Kolikšna mora biti upornost  $R_2$  drugega prevodnika, da teče tok  $I = 0,2 \text{ A}$ ?

Ker je napetost  $U_2^*$  močnejša od  $U_1^*$ , teče tok  $I$  v narisani smeri;  $U_2^*$  je torej pozitivna,  $U_1^*$  pa negativna:

$$\begin{aligned} U &= U_2^* - U_1^* = IR = I(R_1 + R_2) \text{ ali} \\ R_2 &= (U_2^* - U_1^*)/I - R_1 = 50 \text{ V}/0,2 \text{ A} - 100 \Omega = \\ &= 250 \Omega - 100 \Omega \\ R_2 &= 150 \Omega \end{aligned}$$

2. Nek električni merski instrument (npr. voltmeter) ima notranjo upornost  $R_V = 1 \text{ k}\Omega$  in je grajen za napetost  $U_V = 100 \text{ V}$ . Kako lahko ta instrument priključimo na večjo napetost  $U = 500 \text{ V}$  (slika 2.5)?

Napetost na instrumentu ne sme preseči  $U_V$  (kar pomeni, da tok skozi instrument ne sme biti večji od  $I = U_V/R_V$ ; večji tok bi instrument poškodoval, npr. prežgal). Presežek napetosti  $U - U_V$  mora zato prevzeti **zaporedno priključen** prevodnik (t. i. **predupor**) z upornostjo  $R$ . Največji možni tok  $I$  skozi instrument je enako velik kot tok skozi zaporedno priključen predupor:

$$\begin{aligned} I &= U_V/R_V = (U - U_V)/R \text{ ali} \\ R &= R_V(U - U_V)/U_V = 4 R_V = 4 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

T. i. **merilno območje voltmetra** torej povečamo tako, da instrumentu zaporedno priključimo ustrezen predupor.

### Vzporedna vezava prevodnikov

Pri tej vezavi se tok  $I$  iz vira napetosti razveji (razdeli) med posamezne prevodnike (slika 2.6), npr. tok  $I_1$  skozi prevodnik  $R_1$ ,  $I_2$  skozi  $R_2$ , itd., tako da je na vsakem prevodniku enaka napetost:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 + \dots \\ U &= I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3 = \dots = IR \end{aligned}$$

$R$  je nadomestna upornost vseh vzporedno zvezanih prevodnikov. Iz druge enačbe izrazimo tokove  $I_1, I_2, I_3, \dots$  in jih vstavimo v prvo enačbo. Dobimo:  $U/R = U/R_1 + U/R_2 + U/R_3 + \dots$  ali

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \dots \quad (2.7)$$

**Obratna vrednost nadomestne upornosti vzporedno zvezanih prevodnikov je enaka vsoti obratnih vrednosti upornosti posameznih prevodnikov.**

Z **vzporedno** se tok  $I$  iz  $U$  poveča,  $I$  dodaten, vz pomeni, da

Tokovi v po merju z njih

$$I_1 : I_2 : I_3 :$$

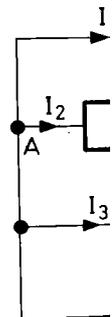
Veja z najm del celotne nostjo pa j (njena upor skoznjo ni zaradi tega zmanjša). Č (njena upo se tok skoz vir napetos napetosti c varovalka, i napetosti ir

### Primeri:

1. Prevodn = 15  $\Omega$ , in 2.7, ter prik so napetos kih ter kol Kolikšna je ( $I$ ) teče sk

Prevodniki =  $I_2$ ), zato z upornos redno prik Vse tri tor  $R''$ , za kate

$$\begin{aligned} 1/R'' &= 1/R_1 + 1/R_2 \\ R'' &= R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \end{aligned}$$



Z **vzporedno vezavo prevodnikov** dosežemo, da se tok  $I$  iz vira napetosti pri enaki napetosti  $U$  poveča, namreč za dodaten tok skozi vsak dodaten, vzporedno priključen prevodnik, kar pomeni, da **se celotna upornost zmanjša**.

Tokovi v posameznih vejah so v obratnem sorazmerju z njihovimi upornostmi:

$$I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1/R_1 : 1/R_2 : 1/R_3 : \dots$$

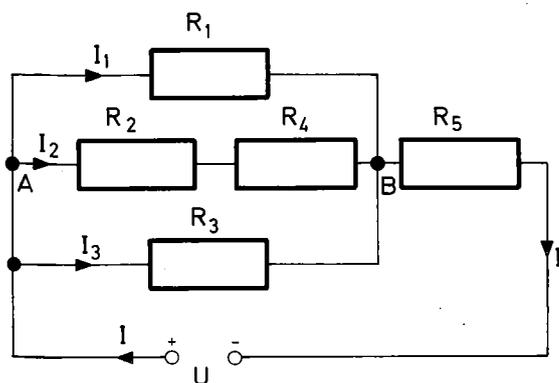
Veja z najmanjšo upornostjo prevzame največji del celotnega toka, tok skozi vejo z veliko upornostjo pa je majhen. Če se kaka veja prekine (njena upornost postane neskončno velika), toka skozi njo ni več, tokovi skozi druge veje pa se zaradi tega ne spremenijo (le celoten tok se zmanjša). Če pa v kakšni veji nastane **kratek stik** (njena upornost postane zanemarljivo majhna), se tok skozi njo zelo poveča, kar pomeni, da skozi vir napetosti steče zelo velik tok, kakršnega vir napetosti običajno ne prenese (npr. prežge se varovalka, ki preprečuje prevelik tok skozi vir napetosti in celoten tokovni krog).

**Primeri:**

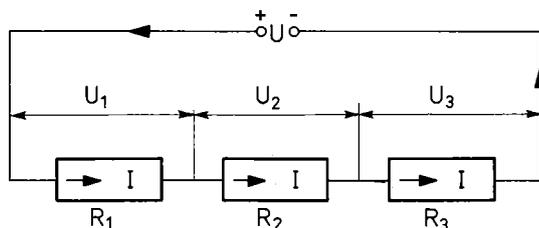
1. Prevodniki  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 15 \Omega$ ,  $R_3 = 20 \Omega$ ,  $R_4 = 15 \Omega$ , in  $R_5 = 5 \Omega$  so povezani, kot kaže slika 2.7, ter priključeni na napetost  $U = 50 \text{ V}$ . Kolikšne so napetosti ( $U_1, \dots, U_5$ ) na posameznih prevodnikih ter kolikšni tokovi ( $I_1, \dots, I_5$ ) tečejo skozi njih? Kolikšna je nadomestna upornost ( $R$ ) ter kolik tok ( $I$ ) teče skozi vir napetosti?

Prevodnika  $R_2$  in  $R_4$  sta povezana zaporedno ( $I_4 = I_2$ ), zato ju lahko nadomestimo s prevodnikom z upornostjo  $R' = R_2 + R_4 = 30 \Omega$ . Ta je vzporedno priključen prevodniku  $R_3$  in prevodniku  $R_1$ . Vse tri torej lahko nadomestimo s prevodnikom  $R''$ , za katerega velja:

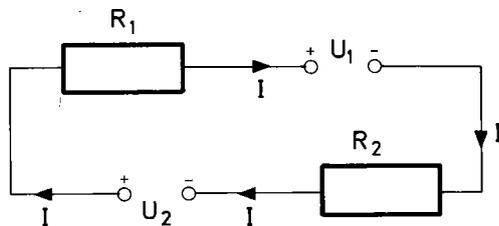
$$1/R'' = 1/R_1 + 1/R' + 1/R_3 \text{ ali } R'' = R_1 R' R_3 / (R_1 R' + R_1 R_3 + R' R_3) = 5,4 \Omega$$



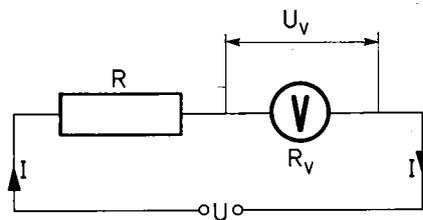
slika 2.7



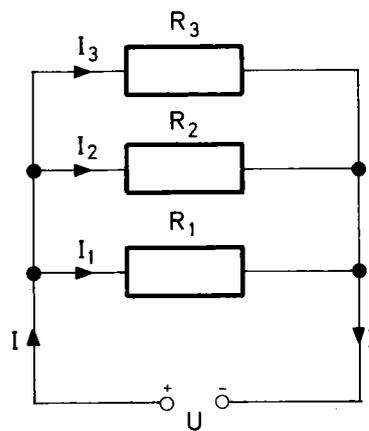
slika 2.3



slika 2.4



slika 2.5



slika 2.6

Na koncu ostaneta zaporedno povezana prevodnika  $R''$  in  $R_5$ , kar da:

$$R = R'' + R_5 = 10,4 \Omega \text{ ter} \\ I = U/R = 4,8 \text{ A}$$

Tok  $I$  se v razvejišču A razcepi na  $I = I_1 + I' + I_3$ , v točki B se spet združi in teče skozi prevodnik  $R_5$ . Torej  $I_5 = I = 4,8 \text{ A}$ , ter  $U_5 = I_5 R_5 = 24,0 \text{ V}$ . Napetost med točkama A in B je:

$$U_{AB} = U - U_5 = 26,0 \text{ V}$$

S slike razberemo, da je:

$$U_1 = U_3 = U_{AB} = 26,0 \text{ V} \quad \text{ter} \\ I_1 = U_1/R_1 = 2,6 \text{ A} \\ I_3 = U_3/R_3 = 1,3 \text{ A}$$

Zaporedno povezana prevodnika  $R_2$  in  $R_4$  si razdelita napetost  $U_{AB}$  sorazmerno z njunima upornostma ( $U_2:U_4 = R_2:R_4$ ), tako da je:

$$U_2 = U_{AB} R_2 / (R_2 + R_4) = 13,0 \text{ V} \quad \text{in} \\ U_4 = U_{AB} - U_2 = 13,0 \text{ V}$$

2. Ampermeter z notranjo upornostjo  $R_A = 2 \Omega$  in merilnim območjem  $I_A = 100 \text{ mA}$  želimo uporabiti za merjenje tokov do  $I = 1 \text{ A}$ . Kaj moramo napraviti?

Skozi ampermeter lahko teče največ tok  $I_A$ . Presežek toka ( $I - I_A$ ) moramo zato speljati mimo njega, npr. skozi vzporedno priključen prevodnik (t.i. **obupor** ali **shunt**) z upornostjo  $R$ , ki prevzame odvečni tok. Napetost na ampermetru je enaka napetosti na obuporu:

$$I_A R_A = (I - I_A) R \quad \text{ali} \\ R = R_A I_A / (I - I_A) = 0,22 \Omega$$

3. Pet prevodnikov z upornostmi  $R_i = i \Omega$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) zvežemo, kot kaže slika 2.8. Kolikšna je nadomestna upornost te vezave?

Zaradi prevodnika  $R_5$  nimamo niti vzporedne niti zaporedne vezave. Pomagamo si tako, da celotno vezavo priključimo na znano napetost (npr.  $U = 10 \text{ V}$ ) in izračunamo celoten tok  $I$  skozi vir napetosti. Nadomestna upornost  $R$  je potem dana z:  $R = U/I$ .

Po priključitvi vira napetosti tečejo skozi posamezne prevodnike tokovi  $I_1, \dots, I_5$ . Smeri tokov  $I_1, I_2, I_3$  in  $I_4$  so evidentne, smer toka  $I_5$  skozi osrednji prevodnik  $R_5$  pa je negotova. Izberemo eno smer. Če dobimo pozitiven tok  $I_5$ , smo smer pravilno uganili, drugače pa je smer nasprotna predpostavljene smeri.

V razvejiščih 1, 2, 3 in 4 se tokovi razcepijo. Velja:

$$I = I_1 + I_4 (= I_2 + I_3) \\ I_1 = I_2 + I_5 \\ I_4 + I_5 = I_3$$

Dobili smo 3 enačbe s 6 neznankami ( $I, I_1, \dots, I_5$ ). Potrebujemo še 3 enačbe. Napetost med točkama 1 in 4 je enaka  $U$ , ne glede na to, po kateri veji (1 - 2 - 4 ali 1 - 2 - 3 - 4 ali 1 - 3 - 4) jo merimo:

$$U = I_1 R_1 + I_2 R_2 \\ U = I_1 R_1 + I_5 R_5 + I_3 R_3 \\ U = I_4 R_4 + I_3 R_3$$

Dobljenega sistema 6 algebraičnih enačb nima smisla reševati v splošni obliki. Enostavneje je vstaviti vrednosti za napetost in posamezne upornosti ter izračunati tokove. Dobimo:

$$I = 4,84 \text{ A}, I_1 = 3,55 \text{ A}, I_2 = 3,22 \text{ A}, I_3 = 1,61 \text{ A}, \\ I_4 = 1,29 \text{ A} \text{ in } I_5 = 0,32 \text{ A}$$

Nadomestna upornost je:

$$R = U/I = 10 \text{ V} / 4,84 \text{ A} = 2,1 \Omega$$

Napetosti na posameznih prevodnikih so:  $U_i = I_i R_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ )

### Specifična upornost

Električna upornost prevodnika je odvisna od njegove dolžine ( $b$ ), prečnega preseka ( $S$ ) ter od vrste in stanja snovi. Z zaporedno vezavo prevodnikov pravzaprav povečamo dolžino prevodnika (pri enakem prečnem preseku), z vzporedno pa prečni presek (pri enaki dolžini). Ker se pri zaporedni vezavi upornost poveča, pri vzporedni pa zmanjša, sklepamo, da je **upornost premo sorazmerna z dolžino prevodnika in obratno sorazmerna z njegovim prečnim presekom**:

$$R = \zeta b / S \quad \zeta = \rho / S \quad (2.8)$$

Odvisnost upornosti od snovi zajamemo s sorazmernostno konstanto  $\zeta$ , ki se imenuje **specifična upornost prevodnika**; njena osnovna merska enota je  $\Omega \text{ m}$ , pogosto pa uporabljamo enoto  $\Omega \text{ mm}^2/\text{m} = 10^{-6} \Omega \text{ m}$ .

Specifično upornost prevodnika določimo tako, da izmerimo upornost prevodnika ( $R$ ) pri znani dolžini in znanem preseku. Prevodnik npr. priključimo na vir napetosti ter z ampermetrom in voltmetrom izmerimo tok ( $I_A$ ) ter napetost ( $U_V$ ). Ker imata ta merilnika vsak svojo notranjo upornost ( $R_A$  in  $R_V$ ), sta možni dve vezavi (slika 2.9 a in b). Pri vezavi na sliki 2.9 a teče merjeni tok  $I_A$  skozi prevodnik, voltmeter pa meri vsoto napetosti na ampermetru in prevodniku, tako da velja:  $U_V = I_A (R + R_A)$  ali  $R = U_V / I_A - R_A$ . Z vezavo na sliki 2.9 b pa voltmeter kaže pravo napetost na prevodniku, zato pa ampermeter meri vsoto tokov skozi prevodnik in voltmeter:  $I_A = U_V / R + U_V / R_V$  ali  $R = R_V U_V / (I_A R_A - U_V)$ .

### Primera:

1) Prevodnik je s premerom  $d$  in dolžino  $b$  (slika 2.9 a). Količina prevodnika, če ampermeter pa napetost

$$R = U_V / I_A - R_A \\ \zeta = R \pi d^2 / 4 b$$

Dobili smo splošno tabelo na koncu knjige.

2) Kos bakra z dolžino  $b$  in premerom ( $d$ ) žice. Njegova specifična upornost

$$m = \rho S b \\ R = \zeta b / S = \rho b / S \\ S = (\zeta m / \rho R)^{1/2} \\ d = (4 S / \pi)^{1/2}$$

Pri običajnih temperaturah je specifična upornost prevodnikov (npr. srebro in bakr)  $\zeta$  s temperaturno koeficijentom  $\alpha$  (glej str. 52). Izjemno visoka specifična upornost z naraščajočo temperaturo

Zanimivo je, da imajo nekatere snovi pri zelo nizki temperaturi (npr. pri 7,3 K, vanadij) zmanjšano specifično upornost, kar je posledica kvantne fizike. Pri 0 K imajo elektroni potrebna energijska stanja

Kar zadeva upornost, so izjemne tudi germanij, telur in spojinje. Te snovi so prevodniki pri nizki upornosti, pri visoki (imajo majhno specifično upornost) pa so izolatorji. Je njihova specifična upornost različnih primerov? Neosvetljen prevodnik pa prevodnik

Omenimo še, da so pri običajnih

kami ( $I, I_1, \dots, I_5$ ).  
 etost med toč-  
 e na to, po kateri  
 ali 1 - 3 - 4) jo

**Primeri:**

1) Prevodnik je narejen iz  $b = 60$  cm dolge žice s premerom  $d = 0,24$  mm. Povežemo ga z ampermetrom ( $R_A = 2,50 \Omega$ ) ter voltmetrom ( $R_V = 500 \Omega$ ) in priključimo na vir napetosti, kot kaže slika 2.9 a. Kolikšna je specifična prevodnost prevodnika, če ampermeter kaže tok  $I_A = 2,2$  A, voltmeter pa napetost  $U_V = 6,3$  V?

$$R = U_V / I_A - R_A = 0,36 \Omega = \zeta b / S \quad \text{ter}$$

$$\zeta = R \pi d^2 / 4b = 2,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m} = 0,027 \Omega \text{mm}^2 / \text{m}$$

Dobili smo specifično upornost aluminija (glej tabelo na koncu knjige).

2) Kos bakra z maso  $m = 1$  g želimo zvleči v žico z električno upornostjo  $R = 1 \Omega$ . Kolik mora biti premer ( $d$ ) žice? Gostota bakra je  $\rho = 8,7$  g/cm<sup>3</sup>, njegova specifična upornost je  $\zeta = 0,017 \Omega \text{mm}^2 / \text{m}$ .

$$m = \rho S b$$

$$R = \zeta b / S = \zeta m / (\rho S^2) \quad \text{ali}$$

$$S = (\zeta m / \rho R)^{1/2} = 0,044 \text{ mm}^2 = \pi d^2 / 4 \quad \text{ali}$$

$$d = (4S / \pi)^{1/2} = 0,24 \text{ mm}$$

nih enačb nima  
 Enostavneje je  
 osamezne upor-

mo:  
 $2A, I_3 = 1,61$  A,

nikih so:  $U_i = I_i R_i$

je odvisna od  
 eseka ( $S$ ) ter od  
 vezavo prevod-  
 žino prevodnika  
 z vzporedno pa  
 Ker se pri zapo-  
 ri vzporedni pa  
**st premo soraz-**  
**obratno soraz-**  
**ekom:**

(2.8)

amemo s soraz-  
 nuje **specifična**  
 snovna merska  
 rabljamo enoto

določimo tako,  
 a ( $R$ ) pri znani  
 odnik npr. prik-  
 permetrom in  
 napetost ( $U_V$ ).  
 notranjo upor-  
 avi (slika 2.9 a in  
 rjeni tok  $I_A$  skozi  
 to napetosti na  
 o da velja:  $U_V$   
 vezavo na sliki  
 etost na prevod-  
 oto tokov skozi  
 /R +  $U_V / R_V$  ali

Pri običajnih temperaturah imajo najmanjšo specifično upornost (kar pomeni, da so najboljši prevodniki električnega toka) kovine, predvsem srebro in baker (glej tabelo na koncu knjige). V splošnem specifična upornost kovin narašča s temperaturo. Pri višji temperaturi je namreč gibljivost prostih elektronov kovine manjša (gl. str. 52). Izjema je grafit, katerega specifična upornost z naraščanjem temperature pojenja.

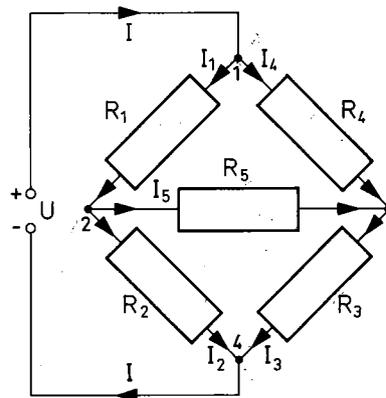
Zanimivo je, da se specifična upornost nekaterih snovi pri zelo nizkih temperaturah (nekaj kelvinov) zmanjša na nič, te snovi postanejo supraprevodne, tako npr. svinec pod temperaturo 7,3 K, vanadij pod 4,4 K, živo srebro pod 4,1 K, cink pod 0,8 K in nekateri drugi. Supraprevodnost snovi lahko pojasnimo le s pomočjo zakonov kvantne fizike (str. 211). Supraprevodne snovi nimajo električne upornosti, da teče tok skozi, ni potrebna napetost.

Kar zadeva električno upornost oz. prevodnost, so izjemne tudi **polprevodniške snovi**, npr. silicij, germanij, selen ter druge redke zemlje in njihove spojine. Te snovi so pri nizkih temperaturah slabi prevodniki elektrike (imajo veliko specifično upornost), pri visokih temperaturah pa dobri (imajo majhno specifično upornost). Poleg tega je njihova specifična upornost močno odvisna od raznih primesi ali nečistoč ter tudi od osvetlitve: neosvetljen polprevodnik je lahko izolator, osvetljen pa prevodnik (gl. str. 74).

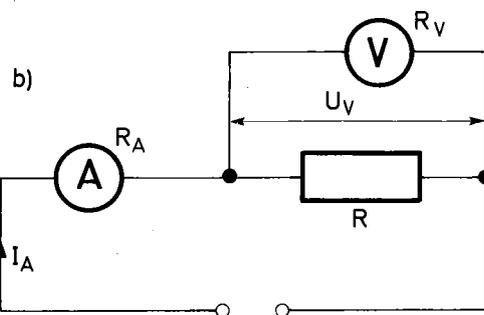
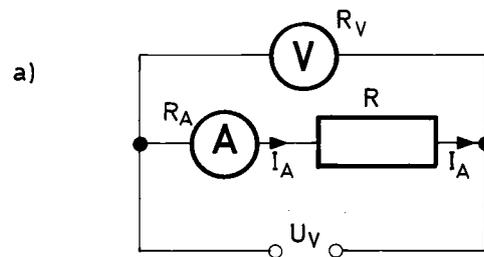
Omenimo še steklo. To vsebuje železove ione, ki pa so pri običajnih temperaturah v trdnem steklu

zamrznjeni in je zato steklo izolator (ima veliko specifično upornost). Kljub priključenemu napetosti (več sto voltov) teče po steklu zanemarljivo majhen tok. Če steklo ob priključenemu napetosti segrevamo s plamenom, se začne mehčati, železovi ioni postanejo gibljivi in specifična upornost stekla se zmanjša; tok skozi steklo se poveča. Zaradi toka se steklo dodatno segreje, specifična upornost se še bolj zmanjša, tok se še poveča itd., dokler se raztaljeno steklo ne pretrga. Steklo se tako spreminja iz dobrega izolatorja v dober prevodnik električnega toka.

V splošnem se specifična električna upornost raztopin elektrolitov z višanjem temperature zmanjšuje, saj postajajo ioni zaradi manjše viskoznosti raztopine bolj gibljivi (gl. str. 55).



slika 2.8



slika 2.9

## Uporovni mostiček

Pri zgoraj omenjeni t.i. **absolutni meritvi** električne upornosti sta potrebna dva merska instrumenta (ampermeter in voltmeter), kar gotovo ni udobno, predvsem pa ne dovolj hitro in natančno. Za mnoge namene je pripravnejša t.i. **relativna ali primerjalna meritev**, pri kateri primerjamo neznano upornost ( $R$ ) merjenega prevodnika z znano upornostjo ( $R_0$ ) standardnega prevodnika. Znano in neznano upornost enostavno primerjamo z **uporovnim mostičkom** (slika 2.10).

Merjeni prevodnik  $R$  in standardni  $R_0$  sta povezana vzporedno z napeto žico (dolžina  $a$ , presek  $S$ , specifična upornost  $\zeta$ ), po kateri drsi drsnik. V drsnikovi veji je občutljiv merilec toka (galvanometer). Če na žico priključimo vir napetosti ( $U$ ), steče skozi drsnikovo vejo v splošnem tok, ki ga pokaže galvanometer. Drsnik pomikamo po žici in izmerimo lego  $x$ , pri kateri galvanometer ne kaže toka. V tej legi je torej napetost med točkama 2 in 4 drsnikove veje nič (ker skozi njo ne teče tok) in skozi prevodnika  $R$  in  $R_0$  teče enak tok ( $I_1$ ), skozi žico pa tok  $I_2$ . Ker sta potenciala točk 2 in 4 enaka, je napetost med točkama 1 in 2 enaka napetosti med točkama 1 in 4 (na odseku  $x$  žice):

$$I_1 R_0 = I_2 \zeta x / S$$

Podobno velja za desno stran mostička:

$$I_1 R = I_2 \zeta (a - x) / S$$

Prvo enačbo delimo z drugo, da se neznan tokova  $I_1$  in  $I_2$  krajšata. Dobimo:

$$R = R_0 x / (a - x) \quad (2.9)$$

Dobljeni rezultat je neodvisen od tokov  $I_1$  in  $I_2$ , to je od napetosti  $U$  (ki se lahko spreminja), kar je gotovo prednost te metode. Nenatančnost meritve je predvsem v nenatančnosti odčitka lege  $x$  drsnika, pri kateri je tok skozi drsnikovo vejo nič. Če je lega  $x$  nedoločena za  $dx$ , je izmerjena upornost  $R$  nenatančna za  $dR = (dR/dx)dx = aR_0(a-x)^{-2}dx$ . Vidimo, da je relativna napaka izmerjene upornosti ( $dR/R$ ) enaka:

$$dR/R = adx/[x(a-x)]$$

Ta je najmanjša za  $x = a/2$ , to je za  $R = R_0$ . Meritev z uporovnim mostičkom je najnatančnejša, če je merjena upornost približno enaka standardni upornosti.

Z uporovnim mostičkom lahko enostavno merimo majhne spremembe električne upornosti merilne žičke, ki je v mostičku vklopljena kot merilni upornik  $R$ . Pred spremembo upornosti je uporovni mostiček uravnovešen (tok skozi drsnikovo vejo je nič) z drsnikom na sredini ( $x = a/2$ ), kar pomeni, da je upornost  $R$  merilne žičke enaka

upornosti  $R_0$  standardnega upornika. Če se upornost  $R$  žičke spremeni za  $dR$ , moramo drsnik premakniti za  $dx = x(a-x)dR/aR = adR/4R$ , da je mostiček ponovno v ravnovesju. Premik  $dx$  drsnika je merilo za relativno spremembo upornosti merilne žičke:  $dR/R = 4dx/a$ .

Električna upornost merilne (kovinske) žičke se npr. poveča, če se poviša temperatura, saj se povečata specifična upornost in dolžina merilne žičke. Pri majhnih spremembah temperature ( $dT$ ) je relativna sprememba upornosti merilne žičke ( $dR/R$ ) kar premo sorazmerna s spremembo temperature:

$$dR/R = \alpha dT$$

(2.10)

Tu je  $\alpha$  temperaturni koeficient električne upornosti merilne žičke ( $1/K$ ). Praktično vse kovine imajo  $\alpha$  pozitiven, kar pomeni, da se njihova električna upornost s segrevanjem povečuje. Najmanjši  $\alpha$  imata litini konstantan (55% Cu in 45% Ni) in manganin (85% Cu, 12% Mn in 3% Ni). Te litine uporabljamo kot prevodnike, katerih upornost je malo odvisna od temperature.

Spreminjanje električne upornosti merilne žičke v uporovnem mostičku s temperaturo izkoristimo za merjenje temperature (t.i. **uporovni termometer**). Premik  $dx$  drsnika, s katerim ponovno uravnovesimo uporovni mostiček, je merilo za spremembo temperature, ki je povzročila spremembo upornosti merilne žičke. Uporovni termometer je uporaben za širok razpon temperatur do več tisoč °C.

Električna upornost kovinske žičke se poveča tudi, če se žička raztegne zaradi mehanske napetosti (deformacije). Merilno žičko uporovnega mostička z močnim lepilom prilepimo ob površino telesa, katerega raztezek želimo meriti (slika 2.10). S telesom vred se raztegne tudi merilna žička. Ta je nagubana, da je njen raztezek večji. Na sliki je nagubana žička usmerjena tako, da meri raztezek v smeri  $y$ . Tu je premik drsnika  $dx$  merilo za povprečni raztezek na območju žičke v smeri  $y$ . Tovrstno merjenje mehanskih deformacij in napetosti se imenuje metoda **strain-gauge**. Poleg raztezkov zaradi mehanskih napetosti lahko npr. merimo tudi širino špranje v zidu, kako se ta spreminja s časom.

## Uporovne mreže

Pogosto je tokovni krog razcepljen na več vej z različnimi prevodniki in viri napetosti. Najprej označimo tokove ( $I$ ) in izberemo njihove smeri v posameznih vejah. Za vsako razvejišče velja **pogoj ohranitve (kontinuitete) tokov**, da je **vsota vseh tokov, ki pritekajo v razvejišče, enaka vsoti tokov, ki iztekajo iz njega**, ali drugače: **algebra-**

ična vsota v pozitivni, oc **razvejišče p** sliki 2.11 vel **razvejišče 4.**

V celotni up nih tokovnih napetosti. Z zakon v po **napetosti v vsoti nape** v krogu:

$$\sum U_i =$$

Za vsak kr pozitivno. N v tej izbran štete kot po nasprotujej tokovi  $I_i$ , ki i v nasprotni

S pogojem s splošnim zaključene. neznanih to rešimo in c vejah.

## Primer:

Prevodniki  $R_4 = 5 \Omega$  in  $U_1^* = 20V$ , 2.11. Koliki prevodnike

Na sliki sr čeprav še bomo dob smeri pra nasprotna razcepijo t

$$I_1 = I_2 +$$

Imamo 5 Torej pot s splošnim kroge (vse

$$U_1^* - U_2^*$$

$$U_1^* = I_1 F$$

$$U_3^* = I_4 F$$

V zgornjih

pornika. Če se upor  
dR, moramo drsnik  
R/aR = adR/4R, da je  
esju. Premik dx drs  
remembo upornost

(kovinske) žičke se se  
temperatura, saj se  
t in dolžina merilne  
ah temperature (dT  
nosti merilne žičke  
a spremembo tem

ent električne upor  
ratično vse kovine  
i, da se njihova elek  
jem povečuje. Naj  
tan (55% Cu in 45%  
% Mn in 3% Ni). T  
dnike, katerih upor  
perature.

rnosti merilne žičke  
peraturo izkoristimo  
**uporovni termome**  
erim ponovno urav  
t, je merilo za spre  
vzročila spremembo  
rovni termometer je  
temperatur do več

te žičke se poveča  
adi mehanske nape  
žičko uporabnega  
prilepimo ob povr  
k želimo meriti (slika  
ztegne tudi merilna  
njen raztezek večji  
usmerjena tako, da  
e premik drsnika dx  
k na območju žičke  
mehanskih deforma  
metoda **strain-gauge**  
mehanskih napetosti  
špranje v zidu, kako

zcepljen na več vej  
i napetosti. Najprej  
remo njihove smeri  
ko razvejišče velja  
e) tokov, da je vsota  
vejišče, enaka vsoti  
i drugače: algebra-

**ična vsota vseh tokov** (pritekajoči tokovi so npr. pozitivni, odtekajoči pa negativni) je za vsako razvejišče posebej enaka nič. Za razvejišče 1 na sliki 2.11 velja:  $I_2 + I_3 = I_1$  ali  $I_2 + I_3 - I_1 = 0$ , za razvejišče 4 pa:  $I_3 = I_4 + I_5$  ali  $I_3 - I_4 - I_5 = 0$ .

V celotni uporovni mreži izberemo več zaključnih tokovnih krogov z različnimi prevodniki in viri napetosti. Za vsakega od njih napišemo Ohmov zakon v posplošeni obliki: **Algebraična vsota napetosti virov v krogu je enaka algebraični vsoti napetosti na posameznih prevodnikih v krogu:**

$$\sum U_i^* = \sum I_i R_i \quad (2.11)$$

Za vsak krog posebej izberemo eno smer kot pozitivno. Napetosti virov  $U_i^*$ , ki poganjajo tok v tej izbrani smeri, so v zgornji algebraični vsoti štete kot pozitivne (napetosti, ki tej izbrani smeri nasprotujejo, pa so negativne). Podobno so tokovi  $I_i$ , ki tečejo v izbrani smeri, pozitivni, tokovi v nasprotni smeri pa negativni.

S pogojem ohranitve tokov v razvejiščih ter s splošnim Ohmovim zakonom za posamezne zaključene veje dobimo toliko enačb, kolikor je neznanih tokov  $I_i$ . Dobljeni sistem linearnih enačb rešimo in dobimo iskane tokove  $I_i$  v posameznih vejah.

#### Primer:

Prevodniki  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 20 \Omega$ ,  $R_3 = 15 \Omega$ ,  $R_4 = 5 \Omega$  in  $R_5 = 10 \Omega$  so povezani z viri napetosti  $U_1^* = 20 \text{ V}$ ,  $U_2^* = 15 \text{ V}$  in  $U_3^* = 10 \text{ V}$ , kot kaže slika 2.11. Kolikšni so tokovi ( $I_1$  do  $I_5$ ) skozi posamezne prevodnike?

Na sliki smo označili smeri posameznih tokov, čeprav še ne vemo, kako tokovi zares tečejo. Če bomo dobili za tokove pozitiven rezultat, smo smeri pravilno izbrali. Drugače pa je smer nasprotna izbrani. V razvejiščih 1 in 2 se tokovi razcepijo takole:

$$I_1 = I_2 + I_3 \text{ ter } I_3 = I_4 + I_5$$

Imamo 5 neznanek ( $I_1, \dots, I_5$ ) ter le dve enačbi. Torej potrebujemo še 3 enačbe. Te dobimo s splošnim Ohmovim zakonom za 3 zaključene kroge (vseeno, katere izberemo):

$$U_1^* - U_2^* = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$U_1^* = I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_3 R_3$$

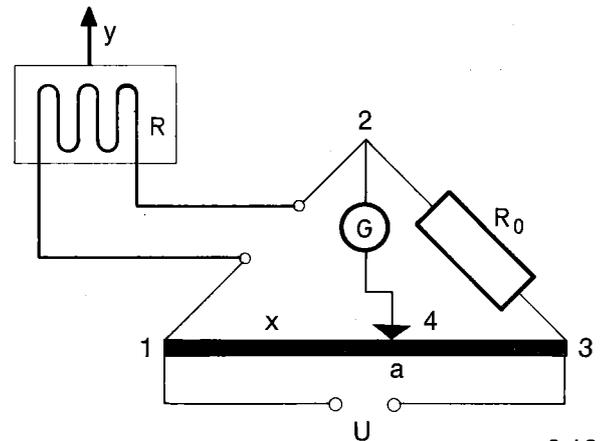
$$U_3^* = I_4 R_4 - I_5 R_5$$

V zgornjih enačbah vstavimo vrednosti za posa-

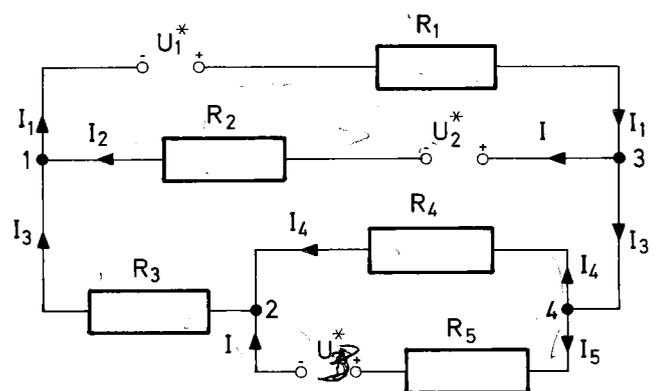
mezne upornosti ter napetosti in rešimo dobljeni sistem 6 linearnih enačb. Dobimo:

$$I_1 = 0,567 \text{ A}, I_2 = -0,333 \text{ A}, I_3 = 0,600 \text{ A}, \\ I_4 = 1,067 \text{ A in } I_5 = -0,467 \text{ A}$$

Smeri tokov skozi prevodnika  $R_2$  in  $R_5$  smo izbrali napačno.



slika 2.10



slika 2.11

## Gonilna napetost in notranja upornost napetostnega vira

Vsak vir napetosti ima lastno električno upornost, t.i. **notranjo upornost** ( $R_n$ ). Od celotne napetosti, ki jo vir ustvarja (t.i. **gonilna napetost vira**,  $U_g$ ), se del porabi za potiskanje toka ( $I$ ) skozi notranjost vira (to je napetost  $IR_n$ ), ostanek napetosti ( $U_g - IR_n$ ) pa je na razpolago na sponkah vira za zunanjšega porabnika. Pri toku  $I$  (skozi notranjost vira in skozi zunanji porabnik) je na sponkah vira napetost:

$$U_g = U_0 - IR_n \quad (\text{Slika 2.12})$$

Gonilno napetost  $U_g$  in notranjo upornost  $R_n$  napetostnega vira enostavno izmerimo tako, da na sponke vira priključimo porabnike z različnimi upornostmi  $R$  in vsakokrat izmerimo tok  $I$  skozi porabnik ter napetost  $U$  na porabniku. Graf  $U(I)$  je padajoča premica (slika 2.13), katere strmina določa notranjo upornost  $R_n$ , presečišče z napetostno osjo ( $I = 0$ ) pa gonilno napetost  $U_g$ .

Zgornja meritev je sicer enostavna, vendar za mnoge napetostne vire (predvsem za razne baterije, akumulatorje ipd.) ni primerna, ker je notranja upornost  $R_n$  vira odvisna od toka (graf zato ni premica). Velik tok  $I$  pa viru tudi škoduje (zmanjšuje njegovo gonilno napetost), posebno če meritev traja dlje časa.

Če nas zanima le gonilna napetost vira, raje uporabljamo **kompensacijsko metodo** (slika 2.14). Neznano napetost  $U_g$  merjenega vira primerjamo z znano napetostjo  $U_0$  standardnega vira tako, da skozi merjeni vir ne teče tok (in je zato napetost na sponkah tega vira kar enaka njegovi gonilni napetosti). Standardni vir z napetostjo  $U_0$  priključimo med konca potenciometra z dolžino  $a$ . V drsnikovi veji potenciometra sta vključena občutljiv ampermeter in merjeni vir, tako da sta pola obeh virov na isti strani. Tok skozi drsnikovo vejo poganjata merjena napetost  $U_g$  ter napetost  $U_x = (x/a)U_0$  v nasprotnih smereh. Drsnik premikamo toliko časa, da je tok skozi ampermeter (skozi drsnikovo vejo z merjenim virom) nič. Pri tej legi ( $x$ ) drsnika je merjena napetost  $U_g$  enaka napetosti  $U_x$ , ki jo drsnik odvzema s potenciometra:

$$U_g = (x/a)U_0$$

V začetku meritve je lahko tok skozi merjeni vir velik in ga lahko poškoduje. Zato ima ampermeter tri stikala, s katerimi vključimo različne notranje upornosti ampermetra. Najprej vključimo veliko notranjo upornost, tako da je tok majhen, četudi drsnik še ni pravilno naravn. Ko se s premikanjem drsnika prepričamo, da je tok majhen, postopoma vklapljam manjše notranje upornosti in dokončno naravnamo drsnik.

Prednost kompensacijske metode merjenja napetosti vira je predvsem v tem, da je tok skozi

merjeni vir majhen. Seveda pa moramo imeti standardni vir z znano in stabilno napetostjo, ki je neodvisna od toka skozenj (gl. str. 59).

Vir napetosti pošilja skozi zunanji porabnik z upornostjo  $R$  tok  $I = U_g / (R + R_n)$ ; na porabniku je napetost  $U = U_g - IR_n = IR$ . Če je upornost  $R$  porabnika velika, je tok  $I$  skozenj majhen, zato pa je na porabniku velika napetost  $U$  (blizu gonilne napetosti vira). Pri majhni zunanji upornosti pa je tok  $I$  velik, napetost  $U$  na porabniku pa je majhna. Vidimo, da je v obeh ekstremnih primerih produkt  $UI$  (ki je električna moč  $P$ , kot se še spominjamo iz srednje šole, gl. spodaj) majhen. Ugotovili bomo, da je ta produkt največji, če je upornost  $R$  porabnika enaka notranji upornosti  $R_n$  napetostnega vira.

$$P = UI = RI^2 = RU_g^2 / (R + R_n)^2$$

Iščemo upornost  $R$ , za katero je moč  $P$  maksimalna, za katero torej velja:

$$dP/dR = 0 = U_g^2 / (R + R_n)^{-2} - 2RU_g^2 / (R + R_n)^{-3} \text{ ali}$$

$$R + R_n = 2R$$

$$R = R_n$$

**Vir napetosti daje zunanjemu porabniku največjo možno moč, če je upornost porabnika enaka notranji upornosti vira.** To je posebno pomembno, če je vir napetosti šibak in ga želimo čim bolj izkoristiti. Največja možna moč je:

$$P_{\max} = U_g^2 / 4R_n$$

Tolikšna je tudi moč, ki se troši v viru zaradi njegove notranje upornosti.

## Moč in delo pri prevajanju električnega toka

Električna napetost  $U$  potiska tok  $I$  skozi prevodnik, premagujoč električno upornost  $R$ , pri čemer opravlja delo  $A$ .

Pri toku  $I$  se v kratkem časovnem intervalu  $dt$  prenese skozi prevodnik (to je čez napetost  $U$ ) naboj  $de = Idt$ , za kar je potrebno delo  $dA = Ude$  (gl. 1.24) ali

$$dA = UI dt$$

Moč  $P$ , s katero napetost  $U$  poganja tok  $I$ , je zato:

$$P = dA/dt = UI \quad (2.12)$$

Pri prevajanju toka  $I$  skozi prevodnik  $R$  je nape-

tost  $U$  povezan  
 $U = IR$ , zato la

$$P = I^2 R = U$$

Dobljeni izraz z  
tok in napetost

V času  $t$  oprav

$$A = \int dA =$$

Če je tok  $I$  sta  
vzamemo iz in

$$A = I^2 R t$$

Pri časovno  
delo običajno  
( $I_{\text{ef}}$ ), ki ga defi

$$I_{\text{ef}}^2 = (1/t) \int_0^t I^2 dt$$

**Kvadrat efek  
nost kvadrat**  
Za  $I = \text{konst.}$

Električno delo  
tokom:

$$A = I_{\text{ef}}^2 R t$$

**Električno delo**  
 $I$  skozi prevo  
v notranjo er  
niku ne doga  
se potrošeno  
segrevanje p  
prejema Joule

$$Q = A = I$$

S sproščanje  
(njegova ten  
izkoristimo z  
**segrevajočo**  
kateri teče m  
okolice) pri  
Joulovo topl  
toka (slika 2  
je kvadratna,  
jenje majhni  
odvisen od s

Kakšne spre  
niku zaradi  
na strani 43  
(steklo se se  
upornost se  
čamo za raz  
trični kuhl

moramo imeti napetostjo, ki je (str. 59).

zunani porabnik  $R_n$ ; na porabniku  $R_n$ . Če je upornost majhen, zato napetost  $U$  (blizu 0) ni zunani upor na porabniku pa ekstremnih primoč  $P$ , kot se še spodaj) majhen. Največji, če je zunanji upornosti

moč  $P$  maksim

$RU_g^2(R + R_n)^{-3}$  ali

porabniku najmanjšo porabnika

To je posebno občutljivo in ga želimo maksimirati, da moč je:

žarilni vir zaradi

električnega

tok  $I$  skozi prevodnik  $R$ , pri čemer

na intervalu  $dt$  preteče napetost  $U$ ) delo  $dA = Ude$

moč  $I$ , je zato:

$$(2.12)$$

prevodnik  $R$  je nape-

moč  $U$  povezana s tokom  $I$  po Ohmovem zakonu:  $U = IR$ , zato lahko električno moč  $P$  izrazimo z:

$$P = I^2 R = U^2 / R \quad (2.13)$$

Dobljeni izraz za moč  $P$  velja ne glede na to, ali se tok in napetost spreminjata s časom ali ne.

V času  $t$  opravljeno delo znaša:

$$A = \int dA = \int UI dt = \int RI^2 dt = R \int I^2 dt \quad (2.14)$$

Če je tok  $I$  stalen (neodvisen od časa), ga lahko vzamemo iz integrala in dobimo enostaven izraz:

$$A = I^2 R t \quad (2.15)$$

Pri časovno spremenljivem toku pa električno delo običajno izrazimo s t.i. **efektivnim tokom** ( $I_{ef}$ ), ki ga definiramo z enačbo:

$$I_{ef}^2 = (1/t) \int I^2 dt \quad (2.16)$$

Kvadrat **efektivnega toka je povprečna vrednost kvadratov časovno spremenljivega toka**. Za  $I = konst.$  je seveda  $I_{ef} = I$  (gl. str. 132).

Električno delo v splošnem izrazimo z **efektivnim tokom**:

$$A = I_{ef}^2 R t \quad (2.17)$$

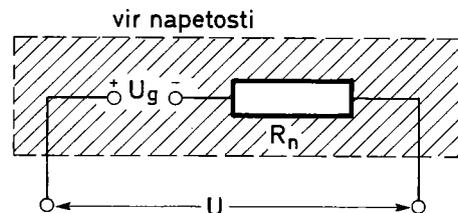
**Električno delo**  $A = I^2 R t$ , potrebno za pogon toka  $I$  skozi prevodnik z upornostjo  $R$ , se spreminja v notranjo energijo prevodnika. Če se v prevodniku ne dogajajo kemične spremembe (reakcije), se potrošeno električno delo v celoti porablja za segrevanje prevodnika. Pravimo, da prevodnik prejema **Joulovo toploto**:

$$Q = A = I^2 R t \quad (2.18)$$

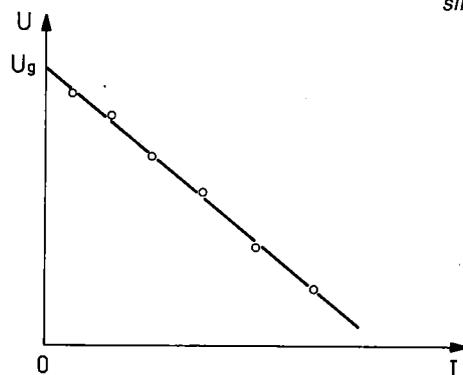
S sproščanjem te toplote se prevodnik segreva (njegova temperatura narašča) in razteza. To izkoristimo za merjenje toka (t.i. **ampermeter na segrevajočo se žico**). Raztezek napete žice, po kateri teče merjeni tok  $I$ , je (pri stalni temperaturi okolice) približno premo sorazmeren s prejeto Joulovo toploto, to je s kvadratom merjenega toka (slika 2.15). Merska skala tega ampermetra je kvadratna, zato instrument ni primeren za merjenje majhnih tokov, ugodno pa je, da odčitek ni odvisen od smeri toka.

Kakšne spremembe se lahko dogajajo v prevodniku zaradi Joulove toplote, smo že obravnavali na strani 43 v zvezi s specifično upornostjo stekla (steklo se segreva in mehča, njegova specifična upornost se zmanjšuje). Joulovo toploto izkoriščamo za razsvetljavo (žarnice) in za gretje (električni kuhalniki, peči). Pogosto pa je Joulova

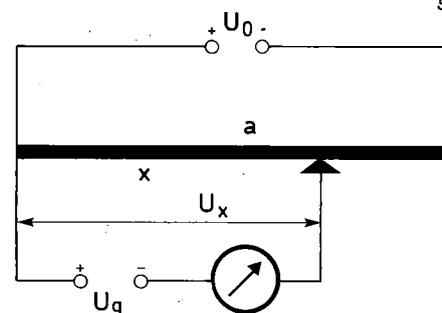
toplota balast, saj se prevodnik zaradi nje segreva in se lahko celo stali ali pa se pokvari električna izolacija prevodnika. Tok v prevodnikih je zato navzgor omejen; prevelik tok preprečuje **varovalka**, ki se pri največjem dovoljenem toku stali in tako prekrine tokovni krog. Pri nas (in v Evropi nasploh) je nominalna napetost električnega omrežja 220V, v ZDA pa le 110V. Torej je v ZDA manjša nevarnost pred električno napetostjo, zato pa so tokovi večji (da je moč  $UI$ , potrebna za pogon električnih naprav, enaka) in s tem tudi večja nevarnost zaradi pregrevanja električnih vodnikov.



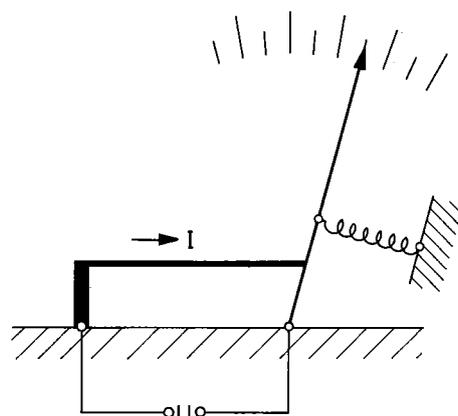
slika 2.12



slika 2.13



slika 2.14



slika 2.15

## Primeri:

1. Žarnico z nazivno močjo  $P_0 = 100 \text{ W}$  pri nazivni napetosti  $U_0 = 220 \text{ V}$  priključimo na napetost  $U = 110 \text{ V}$ . Koliko stane porabljena električna energija, če žarnica gori  $t = 10 \text{ ur}$  in če stane kWh električne energije 40 din?

Podatek na žarnici pove, da žarnica troši nazivno moč  $P_0$ , če je priključena na nazivno napetost  $U_0$ . Iz tega izračunamo upornost žarnice:

$$R = U_0^2 / P_0 = 484 \text{ V/A} = 484 \Omega$$

Če žarnico priključimo na napetost  $U = 110 \text{ V}$ , troši moč:

$$P = U^2 / R = (U/U_0)^2 P_0 = P_0 / 4 = 25 \text{ W}$$

V času  $t_0 = 10 \text{ h}$  porabi električno energijo  $A = Pt = 250 \text{ Wh} = 0,25 \text{ kWh}$ , kar stane  $0,25 \cdot 40 = 10 \text{ din}$ .

2. Močnejša žarnica ima pri nazivni napetosti  $U_0 = 220 \text{ V}$  moč  $P_1 = 100 \text{ W}$ , šibkejša pa  $P_2 = 25 \text{ W}$ . Kolikšni moči trošita ti žarnici ( $P_1$  in  $P_2$ ), če ju zvežemo zaporedno in priključimo na nazivno napetost  $U_0$ ?

Močnejša žarnica ima upornost  $R_1 = P_1 / U_0^2 = 484 \Omega$ , šibkejša pa  $R_2 = P_2 / U_0^2 = 1936 \Omega$  (šibkejša žarnica ima tanjšo in daljšo žarilno nitko kot močnejša). Če žarnici povežemo vzporedno na nazivno napetost  $U_0$ , gori močnejša z močjo  $P_1$ , šibkejša pa z močjo  $P_2$ . Drugače je pri zaporedni vezavi. Celotna napetost  $U_0$  se razdeli med žarnici v sorazmerju njunih upornosti, skozi vsako žarnico pa teče enak tok:  $I = U_0 / (R_1 + R_2) = 0,091 \text{ A}$ . V žarnici z večjo nazivno močjo se zdaj troši moč  $P_1' = I^2 R_1 = 4 \text{ W}$ , v nazivno šibkejši žarnici pa  $P_2' = I^2 R_2 = 16 \text{ W}$ . Torej šibkejša žarnica zdaj gori štirikrat močnejše kot močnejša.

3. Po bakreni žici s premerom  $d = 0,4 \text{ mm}$  teče stalen tok z gostoto  $j = 10 \text{ A/mm}^2$ . Približno koliko ( $\Delta T$ ) je žica toplejša od okolice, če se toplota odvaša s površine žice na okolico po enačbi:  $P = S_1 \alpha \Delta T$ , kjer je  $S_1$  površina žice,  $\alpha$  prestopni koeficient toplote =  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  (gl. I. del, str. 205). Specifična upornost bakra je  $\zeta = 0,017 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$ .

Električna moč  $I^2 R$ , ki se s tokom sprošča v žici, je v stacionarnem stanju (ko se temperatura žice ustali) enaka toplotnemu toku  $P$ , ki se z žice odvaša na okolico:

$$I^2 R = P = S_1 \alpha \Delta T$$

Tu je  $I = jS$ ,  $R = \zeta b / S$ ,  $S = \pi d^2 / 4$ ,  $S_1 = \pi d b$ . Dobimo:

$$\Delta T = j^2 d \zeta / 4 \alpha = 17 \text{ K} = 17^\circ \text{C}$$

Bakrena žica se torej pri normalnih tokovih ne segreje premočno. Žica iz nikroma (litina niklja,

kroma in železa) s specifično upornostjo okrog  $1 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$  pa se pri enakih pogojih segreje kar 50-krat močnejše, to je približno  $800^\circ$  nad temperaturo okolice. Takšne žice zato uporabljamo kot grelne ali žarilne nitke.

## Polnjenje in praznjenje kondenzatorja

Zanima nas, kako se napetost in tok spreminjata s časom med polnjenjem ali praznjenjem kondenzatorja.

Prazen kondenzator (kapacitivnost  $C$ ) napolnimo z nabojem tako, da ga prek prevodnika (upornost  $R$ ) priključimo na vir stalne napetosti  $U_0$  (slika 2.16). Napetost vira  $U_0$  se porazdeli med kondenzator ( $U = e/C$ ) ter prevodnik ( $IR$ ). Takoj ob vključitvi vira je kondenzator še prazen ( $e = 0$ ) in je vsa napetost vira ( $U_0$ ) na prevodniku, zato je začetni tok polnjenja največji:  $I_0 = U_0/R$ . Ta tok začne polniti kondenzator in naboj  $e$  kondenzatorja se povečuje, obenem se povečuje tudi napetost  $U$  kondenzatorja. Ker ta nasprotuje napetosti vira, se polnilni tok  $I$  zmanjšuje, s tem pa tudi napetost  $IR$  na prevodniku. Polnjenje je končano, ko se polnilni tok zmanjša na nič in se napetost kondenzatorja izenači z napetostjo  $U_0$  vira. Prevodnik  $R$  je torej prehodni sedež napetosti, s katerega se napetost med polnjenjem »seli« na kondenzator.

V vmesnem trenutku  $t$  je polnilni tok  $I = de/dt$ , naboj na kondenzatorju  $e$ , napetost kondenzatorja  $U = e/C$ , napetost na prevodniku pa  $IR$ . Za vsak trenutek velja:

$$U_0 = e/C + IR = e/C + R de/dt \quad \text{ali} \\ de/(U_0 C - e) = dt/RC$$

Enačbo integriramo z začetnim pogojem:  $e = 0$  za  $t = 0$ . Dobimo:

$$e = U_0 C [1 - \exp(-t/RC)] \quad \text{ali} \\ U = U_0 [1 - \exp(-t/RC)] \quad (2.19)$$

Vidimo, da se napetost kondenzatorja eksponentno približuje končni vrednosti  $U_0$ , ki pa jo pravzaprav nikoli ne doseže (slika 2.17). Končni vrednosti se približuje tem hitreje, čim manjša je konstanta  $RC$ . Ta ima dimenzijo časa ( $\Omega\text{F} = \text{V/A} \cdot \text{As/V} = \text{s}$ ) in se imenuje **relaksacijski čas**:

$$\tau = RC \quad (2.20)$$

Pri  $\tau = 0$  (npr. za  $R = 0$ , polnjenje ob kratkem stiku kondenzatorja z virom napetosti) bi napetost takoj po vklopu (v trenutku) poskočila na končno vrednost  $U_0$  (začetni polnilni tok bi bil neskončen). Če bi bila zveza med kondenzatorjem in virom prekinjena ( $R \rightarrow \infty$ ) ali če bi kondenzator imel zelo veliko kapacitivnost (to je za

$\tau \rightarrow \infty$ ), pa bi t čas nič (konde

Polnilni tok / s

$$I = de/dt =$$

$$I = I_0 \exp(-t/RC)$$

Tu je  $I_0 = U_0/R$  torej eksponentno večje začetne (podobno kot odvisna od re

Poglejmo še, zatorja med plošči kondenzatorja oziroma z napetostjo na prevodniku  $R$  prazniti. Napetost v vsakem trenutku ( $IR$ ):

$$U = IR = e/R$$

Tokrat je  $I$  tok e kondenzatorja

$$e/C = -R dI/dt$$

Integriramo z  $t = 0$  in dobimo

$$e = e_0 \exp(-t/RC)$$

Napetost (in tok) med polnjenjem zmanjšuje (podobno kot praznjenje je  $\tau = RC$ . To je torej čas, ko se napetost zmanjša za polovico)

Podobno kot pri praznjenju zmanjšuje se s časom

$$I = -de/dt = e_0/R \exp(-t/RC)$$

$$I = (U_0/R) \exp(-t/RC)$$

Vidimo tudi, da s časom pod vplivom smeri sta na kondenzatorju in na prevodniku pa ga odnaša

Pomembno je, da se napetost zmanjšuje kot med praznjenjem s časom  $\tau = RC$ . Če želimo, da se napetost na kondenzatorju zmanjša čim manj sprejeto, moramo redno k prevodniku prazniti sacijski čas  $\tau$

pornostjo okrog  
njih segreje kar  
800° nad tempe-  
uporabljamo kot

$\tau \rightarrow \infty$ , pa bi bila napetost na kondenzatorju ves čas nič (kondenzator se ne bi polnil).

Polnilni tok  $I$  se spreminja s časom po enačbi:

$$I = de/dt = (U_0/R) \exp(-t/RC) \quad \text{ali}$$

$$I = I_0 \exp(-t/\tau) \quad (2.21)$$

Tu je  $I_0 = U_0/R$  začetni polnilni tok. Polnilni tok se torej eksponentno zmanjšuje s časom, od največje začetne vrednosti  $I_0 = U_0/R$  do nič (slika 2.18). Tudi hitrost padanja polnilnega toka je (podobno kot hitrost naraščanja napetosti) odvisna od relaksacijskega časa  $\tau = RC$ .

kondenzatorja

tok spreminjata  
raznjenjem kon-

ost  $C$ ) napolnimo  
odnika (upornost  
petosti  $U_0$  (slika  
deli med konden-  
). Takoj ob vklju-  
n ( $e = 0$ ) in je vsa  
i, zato je začetni  
 $R$ . Ta tok začne  
kondenzatorja se  
e tudi napetost  
je napetosti vira,  
pa tudi napetost  
končano, ko se  
se napetost kon-  
 $U_0$  vira. Prevodnik  
sti, s katerega se  
na kondenzatorj.

Poglejmo še, kako se napetost polnega kondenzatorja med praznjenjem spreminja s časom. Plošči kondenzatorja, ki je nabit z nabojem  $e_0$  oziroma z napetostjo  $U_0 = e_0/C$ , sklenemo prek prevodnika  $R$  tako da se kondenzator prične prazniti. Napetost kondenzatorja ( $U = e/C$ ) je v vsakem trenutku enaka napetosti na prevodniku ( $IR$ ):

$$U = IR = e/C$$

Tokrat je  $I$  tok praznjenja, ki zmanjšuje naboj  $e$  kondenzatorja, zato je  $I = -de/dt$ :

$$e/C = -R de/dt \quad \text{ali} \quad de/e = -dt/\tau$$

Integriramo z začetnim pogojem:  $e = e_0$  za  $t = 0$  in dobimo:

$$e = e_0 \exp(-t/\tau) \quad \text{ali} \quad U = U_0 \exp(-t/\tau) \quad (2.22)$$

Napetost (in naboj) kondenzatorja se med praznjenjem zmanjšuje eksponentno s časom (podobno kot polnilni tok na sliki 2.18). Hitrost praznjenja je odvisna od relaksacijskega časa  $\tau = RC$ . To je čas, v katerem se napetost kondenzatorja zmanjša za faktor  $e = 2,718$ .

Podobno kot napetost se med praznjenjem zmanjšuje s časom tudi tok praznjenja:

$$I = -de/dt = (e_0/\tau) \exp(-t/\tau)$$

$$I = (U_0/R) \exp(-t/\tau) \quad (2.19)$$

t ali

tnim pogojem:

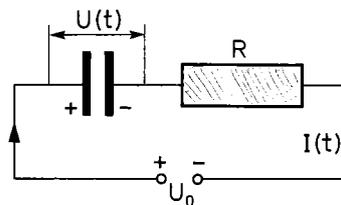
ali

enzatorja eksp-  
osti  $U_0$ , ki pa jo  
ka 2.17). Končni  
je, čim manjša je  
o časa ( $\Omega F = V/$   
acijski čas:

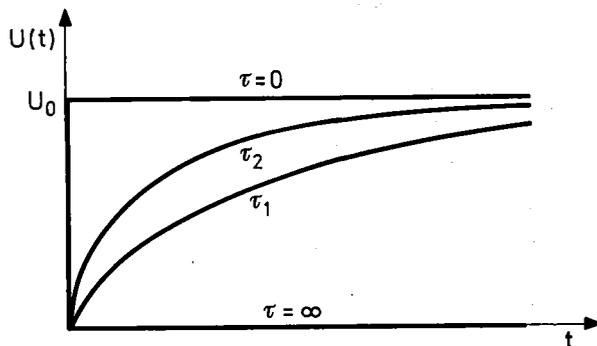
$$(2.20)$$

enje ob kratkem  
petosti) bi nape-  
u) poskočila na  
plnilni tok bi bil  
ed kondenzator-  
ali če bi konden-  
ivnost (to je za

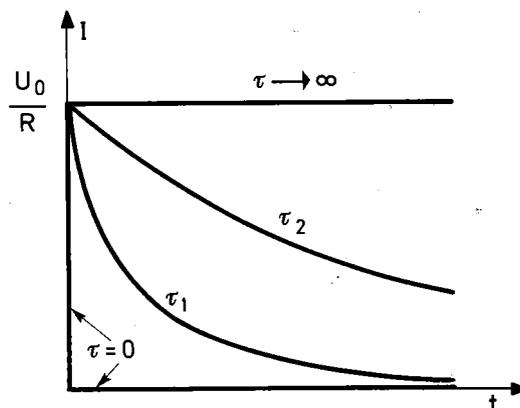
Pomembno je, da se napetost kondenzatorja tem manj spreminja s časom (tako med polnjenjem kot med praznjenjem), čim večji je relaksacijski čas  $\tau = RC$ . To značilnost kondenzatorja izkoriščamo za »glajenje« napetosti. Če želimo, da se napetost na nekem prevodniku (na instrumentu) čim manj spreminja s časom, priključimo vzporedno k prevodniku kondenzator, katerega relaksacijski čas je velik (gl. tudi str. 70).



slika 2.16



slika 2.17



Večji relaksacijski čas - napetost se manj spreminja s časom!  
slika 2.18

## \* Žagasta napetost

Spreminjajočo se napetost med polnjenjem in praznjenjem kondenzatorja lahko oblikujemo v t.i. **žagasto napetost**. Vir napetosti  $U_0$  prek prevodnika  $R$  polni kondenzator  $C$  (slika 2.19). Vzporedno kondenzatorju je priključena posebna elektronka, t.i. **tlivka** (gl. str. 66). Ta prevaja električni tok le, če je njena napetost večja od **vžigne napetosti** ( $U_{vz}$ ), ter preneha prevajati, če se napetost zmanjša pod **ugasno napetost** ( $U_{ug}$ ). Upornost tlivke v prevodnem stanju (ko teče skozi jo električni tok) je tako majhna, da jo lahko zamenjamo v primerjavi z ostalimi upornostmi v tokovnem krogu. Ko vključimo vir napetosti, se prične kondenzator polniti in napetost  $U$  na kondenzatorju (in na tlivki) začne naraščati. Ko doseže vžigno napetost tlivke, se tlivka »odpre«, začne prevajati električni tok. Ker ima prevodna tlivka izredno majhno upornost, se kondenzator hipoma izprazni skozi jo in napetost  $U$  nenadoma upade. Brž ko se zmanjša pod ugasno napetost tlivke ( $U < U_{ug}$ ), se tlivka »zapre« (njena upornost se močno poveča) in kondenzator se spet prične polniti itd. Napetost  $U$  kondenzatorja se tako spreminja s časom po nekakšni žagasti krivulji (slika 2.20). »Debelina« zoba je odvisna predvsem od hitrosti polnjenja kondenzatorja, to je od relaksacijskega časa  $RC$ ; višina zoba pa je dana z razliko vžigne in ugasne napetosti tlivke.

### Primer:

S kolikšno časovno periodo ( $t_0$ ) se ponavljajo zobje žagaste napetosti, če je  $U_0 = 250$  V,  $U_{vz} = 200$  V,  $U_{ug} = 150$  V,  $R = 1$  M $\Omega$  in  $C = 0,1$   $\mu$ F. Predpostavljamo tako majhno upornost prevodne tlivke, da se kondenzator hipoma izprazni.

Recimo, da začnemo šteti čas ( $t = 0$ ) v trenutku, ko se kondenzator z napetostjo  $U_{ug}$  (potem ko se tlivka odpre in spet zapre) spet prične polniti in začne njegova napetost naraščati od  $U_{ug}$  navzgor do  $U_0$  (slika 2.20). Ko smo obravnavali polnjenje kondenzatorja, smo enačbo  $d e / (U_0 C - e) = dt / RC$  integrirali pri začetnem pogoju  $e = 0$  za  $t = 0$  (gl. str. 48). Tokrat je začetni pogoj:  $e = U_{ug} C$  za  $t = 0$ , zato dobimo:

$$U = U_{ug} \exp(-t/RC) + U_0 [1 - \exp(-t/RC)]$$

$$\text{ali (za } t = t_0 \text{ in } U = U_{uz})$$

$$(U_0 - U_{vz}) / (U_0 - U_{ug}) = \exp(-t_0/RC)$$

Čas  $t_0$  je perioda žagaste napetosti (debelina njene »zoba«).

Po antilogaritmiranju sledi:

$$t_0 = RC \ln[(U_0 - U_{ug}) / (U_0 - U_{vz})] = 0,069 \text{ s}$$

Frekvenca nastale žagaste napetosti je torej:  $1/t_0 = 14,4$  Hz.

## Tok v električnem polju – poljski tok

Zaradi električnega toka v tokovnem krogu s kondenzatorjem se naboj kondenzatorja spreminja s časom (kondenzator se polni ali prazni), oziroma se spreminja električno polje v notranjosti kondenzatorja. V stacionarnem stanju, ko je naboj kondenzatorja stalen (in se električno polje kondenzatorja ne spreminja s časom), toka ni. Vemo, da teče enak tok skozi vsak del zaključene (in nerazvejenega) tokovnega kroga. Torej mora teči nek tok tudi skozi električno polje med ploščama kondenzatorja, čeprav ne gre za tok elektrenine (slika 2.21). Jakost električnega polja je (gl. 1.11):

$$E = \sigma / \epsilon_0 = e / S \epsilon_0 \quad \text{ali} \quad e = S \epsilon_0 E$$

Kolikršen tok ( $I$ ) teče skozi druge elemente tokovnega kroga, tolik teče tudi skozi električno polje kondenzatorja:

$$I = d e / d t = S \epsilon_0 d E / d t$$

Vidimo, da je **tok v električnem polju različen od nič le, če se jakost električnega polja spreminja s časom**. Gostota tega toka ( $j = I/S$ ) je:

$$j = \epsilon_0 d E / d t \quad \text{Gostota električnega poljskega toka (A/m}^2\text{)} \quad (2.23)$$

Dobljeni rezultat velja za poljubno električno polje. Če se jakost električnega polja spreminja s časom, si lahko mislimo, da skozi polje teče električni tok, katerega gostota je **premo sorazmerna s prvim odvodom jakosti polja po času** (t.i. **poljski tok**; drugo ime zanj je **premikalni tok**). V stacionarnem električnem polju ( $E = konst.$ ,  $dE/dt = 0$ ) seveda ni električnega poljskega toka ( $j = 0$ ).

Z izrazom **premikalni tok** poimenujemo premikanje influiranih nabojev v dielektriku, če se električno polje spreminja s časom. Recimo, da je prostor med ploščama kondenzatorja napolnjen z dielektrikom (dielektričnost  $\epsilon$ ). Pri naboju  $e$  na ploščah (oziroma pri gostoti naboja  $\sigma = e/S$ ) je jakost polja v dielektriku enaka (gl. str. 22):  $E = E_0 \epsilon = e / S \epsilon \epsilon_0$  ali  $e = S \epsilon \epsilon_0 E$ . Poljski ali premikalni tok torej znaša:  $I = d e / d t = S \epsilon \epsilon_0 d E / d t$ , njegova gostota pa:

$$j = \epsilon \epsilon_0 d E / d t \quad (2.24)$$

$E$  je jakost električnega polja v dielektriku. Ta je manjša od jakosti  $\sigma / \epsilon_0$  v praznem prostoru, ker se na površini dielektrika influirajo naboji, ki s svojim električnim poljem nasprotujejo zunanjemu polju. Če se naboj kondenzatorja poveča, to je če se električno polje na območju dielektrika ojači, se poveča tudi gostota na površini dielektrika influiranih nabojev, kar pomeni, da se naboji v dielektriku premaknejo (pozitivni v smeri silnic, negativni v obratni smeri). Torej je spreminjanje

naboja kondenzatorja polja s č nabojev v diele

## Električni to

V kovinah prevodniški elekt (1. del, str. 12) značilni prosti njujejo območ troni niso veza (od katerih iz kovini. Oblak podobno kot n termično (stat drugega in ob Če kovina ni v zunanjih sil ni povsem neure (npr. električni elektronov de v povprečju p šile. Običajno takanja majhni neurejenega (od temperatur

Na sliki (2.22) stavno dokaž nega toka po troni. Dolga k valj ter povez Valj zavrtimo nenadoma us ogrodje kovin pa se zaradi v miliji na kon niki v avtobus nenadoma us tako pojavi el da je električ enaka vztrajna cema žice tor  $e_0$ , ki požene Meritev je na ki ob ustavitv balistični gal  $= m v_0 b / e_0 R$  naboj  $e$  (in r naboja in ma v kovini. Mer zale, da se meritve povs (=  $1,6 \cdot 10^{-19}$

### Specifična u

Recimo, da p preseka  $S$ ) p kovine se p  $= U/b$ , ki uč s silo  $e_0 E$  (

## - poljski tok

vnem krogu s kon-  
zatorja spreminja  
ni ali prazni), ozi-  
polje v notranjosti  
em stanju, ko je  
se električno polje  
s časom), toka ni.  
vsak del zaključ-  
nega kroga. Torej  
električno polje med  
rav ne gre za tok  
električnega polja

 $\epsilon_0 E$ 

ge elemente tokov-  
zi električno polje

n polju različen od  
ja polja spreminja  
 $= \nabla \cdot \mathbf{S}$  je:

ričnega  
a ( $A/m^2$ ) (2.23)

ljubno električno  
a polja spreminja  
a skozi polje teče  
a je premo soraz-  
sti polja po času  
je premikalni tok).  
polju ( $E = konst.$ ,  
ga poljskega toka

enujemo premika-  
ktriku, če se elek-  
m. Recimo, da je  
zatorja napolnjen  
) Pri naboju  $e$  na  
naboja  $\sigma = e/S$  je  
aka (gl. str. 22):  
Poljski ali premi-  
 $= S\epsilon_0 dE/dt$ , nje-

(2.24)

dielektriku. Ta je  
m prostoru, ker se  
o naboji, ki s svo-  
tujejo zunanjemu  
a poveča, to je če  
dielektrika ojači,  
vršini dielektrika  
ni, da se naboji  
vni v smeri silnic,  
aj je spreminjanje

naboja kondenzatorja oziroma jakosti električ-  
nega polja s časom povezano s premikanjem  
nabojev v dielektriku.

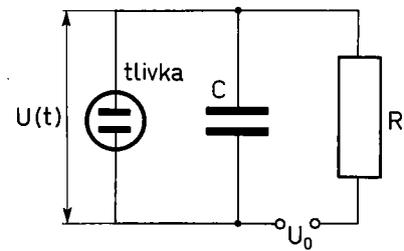
## Električni tok v kovinah

V kovinah prevajajo električni tok **prosti** ali **pre-  
vodniški elektroni**. V poglavju o zgradbi kovin  
(I. del, str. 128) smo omenili, da so za kovine  
značilni prosti elektroni, ki kot nekak plin napol-  
njujejo območje kovine. Posamični prosti elek-  
troni niso vezani na posamezne kovinske katione  
(od katerih izhajajo), ampak pripadajo celotni  
kovini. Oblak prostih elektronov se obnaša  
podobno kot molekule plina: elektroni se gibljejo  
termično (statistično neurejeno), trkajo drug ob  
drugega in ob katione kovinske kristalne mreže.  
Če kovina ni v električnem polju ter če ni drugih  
zunanjih sil na elektrone, se ti v kovini gibljejo  
povsem neurejeno. Brž ko se pojavi zunanja sila  
(npr. električna napetost), se neurejeno gibanje  
elektronov deloma uredi in elektronski oblak se  
v povprečju pomika v smeri delovanja zunanje  
sile. Običajno je hitrost takšnega urejenega pre-  
takanja majhna v primerjavi s povprečno hitrostjo  
neurejenega (termičnega) gibanja (ki je odvisna  
od temperature kovine).

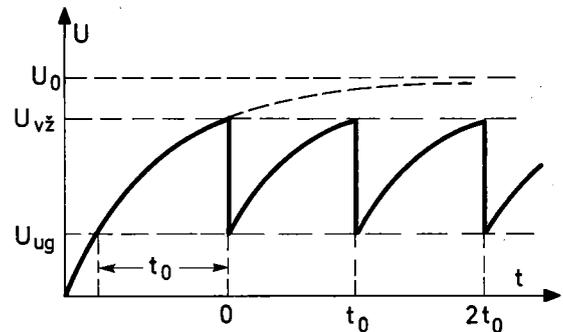
Na sliki (2.22) je skiciran poskus, s katerim eno-  
stavno dokažemo, da so za prevajanje električ-  
nega toka po kovini zares odgovorni prosti elek-  
troni. Dolga kovinska žica (dolžina  $b$ ) je navita na  
valj ter povezana z občutljivim galvanometrom.  
Valj zavrtimo z veliko obodno hitrostjo  $v_0$  in nato  
nenadoma ustavimo (s pojemkom  $a$ ). Ustavi se  
ogrodje kovinske kristalne mreže, prosti elektroni  
pa se zaradi vztrajnosti gibljejo naprej in se nago-  
milijo na koncu navite žice (podobno kot se pot-  
niki v avtobusu nagomilijo spredaj, če se avtobus  
nenadoma ustavi). Na območju kovinske žice se  
tako pojavi električno polje s tolikšno jakostjo  $E$ ,  
da je električna sila na vsak prost elektron ( $e_0 E$ )  
enaka vztrajnostni sili ( $ma$ ):  $e_0 E = ma$ . Med kon-  
cema žice torej nastane napetost  $U = Eb = mab/l$   
 $e_0$ , ki požene tok  $I = U/R$  ( $R$  = upornost žice).  
Meritev je najnatančnejša, če izmerimo naboj  $e$ ,  
ki ob ustavitvi žice steče skozi galvanometer (gl.  
balistični galvanometer, str. 124):  $e = It = l v_0 / a =$   
 $= m v_0 b / e_0 R$  ali  $e_0 / m = v_0 b / e R$ . Mereč pretečeni  
naboj  $e$  (in njegov predznak), določimo količnik  
naboja in mase ( $e_0/m$ ) gibljivih električnih delcev  
v kovini. Meritve z različnimi kovinami so poka-  
zale, da se razmerje  $e_0/m$  v okviru natančnosti  
meritve povsem ujema z vrednostjo za elektrone  
( $= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} / 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ As/kg}$ ).

## Specifična upornost kovin

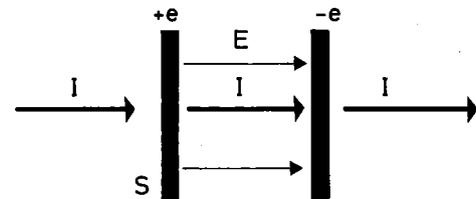
Recimo, da med konca kovinske žice (dolžina  $b$ ,  
preseka  $S$ ) priključimo napetost  $U$ . Na območju  
kovine se pojavi električno polje z jakostjo  $E =$   
 $= U/b$ , ki učinkuje na proste kovinske elektrone  
s silo  $e_0 E$  ( $e_0$  je osnovni naboj  $= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ ).



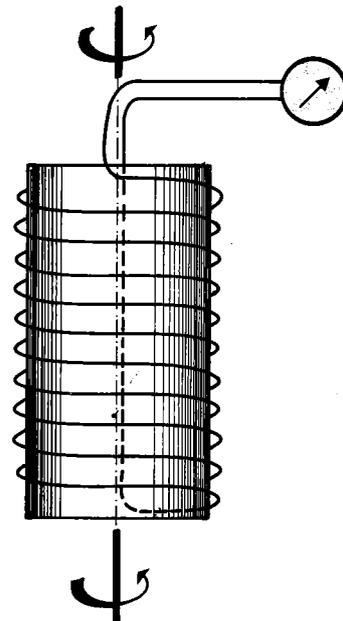
slika 2.19



slika 2.20



slika 2.21



slika 2.22

V času med zaporednimi trki se prosti elektroni v električnem polju gibljejo s pospeškom  $a = e_0 E / m$  ( $m$  je masa elektrona =  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg) proti smeri silnic in prejmejo povprečno hitrost  $\bar{v} = a t$ , kjer je  $t$  **povprečni prosti čas elektronov** ( $1/t$  je število trkov, ki jih prosti elektron povprečno doživi v enoti časa). Ob trkih se povečanje hitrosti v povprečju izgubi in elektroni se premikajo s stalno povprečno hitrostjo:

$$\bar{v} = (e_0 t / m) E = \beta E \quad (2.25)$$

Parameter  $\beta = e_0 t / m$  se imenuje **gibljivost prostih elektronov v kovini**.

Za kovine in polprevodnike je povprečni prosti čas ( $t$ ) (in s tem tudi gibljivost  $\beta$ ) prostih elektronov neodvisen od priključene napetosti oziroma od jakosti električnega polja, pa je zato **povprečna hitrost premikanja prostih elektronov premo sorazmerna z jakostjo električnega polja**, iz česar sledi Ohmov zakon.

V kratkem časovnem intervalu  $dt$  steče skozi prečni prerez  $S$  naboj  $de = e_0 N S \bar{v} dt$  (gl. podobno izvajanje za masni oziroma volumenski pretok, I. del, str. 57), kjer je  $N$  gostota prostih elektronov (to je število prostih elektronov v enoti prostornine kovine),  $\bar{v}$  pa povprečna hitrost njihovega premikanja. Električni tok je:

$$I = de/dt = e_0 N S \bar{v} = e_0 N S \beta E = e_0 N S \beta U / b = U / R$$

$R$  je električna upornost kovinske žice:

$$R = b / (e_0 N S \beta) = \zeta b / S$$

Ker je gibljivost ( $\beta$ ) prostih elektronov v kovini konstantna (neodvisna od napetosti), je tok  $I$  premo sorazmeren s priključeno napetostjo; za kovine torej velja Ohmov zakon. Specifična upornost kovin ( $\zeta$ ) je dana z izrazom:

$$\zeta = 1 / (e_0 N \beta) \quad (2.26)$$

Vidimo, da je obratno sorazmerna z gostoto in gibljivostjo prostih elektronov. Ker je gostota elektronov praktično neodvisna od temperature kovine, gibljivost elektronov pa se z višanjem temperature zmanjšuje (ker se zmanjšuje povprečni čas  $t$  elektronov), je zato specifična upornost kovin pri višjih temperaturah večja (gl. str. 43).

#### Primer:

Baker ima specifično upornost  $\zeta = 0,017 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$ , gostoto  $\rho = 8,9 \text{g/cm}^3$  in relativno atomsko maso  $A = 63,5$ . V enoti prostornine bakra je torej (gl. I. del, str. 185)  $(\rho/Ak)N_A$  atomov Cu =  $8,4 \cdot 10^{28}/\text{m}^3$ . Ker je baker dvovalenten, prispeva vsak atom bakra po dva prosta elektrona. Gostota

prostih elektronov v bakru je zato  $N = 1,7 \cdot 10^{29}/\text{m}^3$ . Njihova gibljivost je:

$$\beta = (e_0 N \zeta)^{-1} = 0,002 \text{ (m/s)/(V/m)}$$

Skozi bakreno žico s presekom  $S = 1 \text{mm}^2$  sme teči največ tok  $I = 10 \text{A}$  (da se žica preveč ne segreje). Na žico z dolžino  $b = 10 \text{m}$  (ki ima električno upornost  $R = \zeta b / S = 0,17 \Omega$ ) potemtako smemo priključiti napetost največ  $U = IR = 1,7 \text{V}$ . Tej napetosti ustreza na območju kovinske žice jakost polja:

$$E = U/b = 0,17 \text{V/m} = 1,7 \text{mV/cm}$$

Na strani 20 smo omenili, da na območju kovin ni električnega polja. To povsem velja, če naboji na površini kovine mirujejo. Pri električnem toku (ko se prosti elektroni pomikajo skozi kovino) pa je električno polje tudi v notranjosti kovine, vendar je pri običajnih (še dovoljenih) tokovih zelo šibko. Prosti elektroni se pomikajo skozi žico največ s povprečno hitrostjo:  $\bar{v} = \beta E = 0,34 \cdot 10^{-3} \text{m/s} = 0,34 \text{mm/s}$ . Celotno pri močnih tokovih je povprečna hitrost urejenega premikanja prostih elektronov skozi kovino manjša od  $0,5 \text{mm/s}$ .

#### Termoelektrični tok, Peltierov pojav

Če staknemo različni kovini, se nekaj prostih elektronov preseli prek stične ploskve z ene kovine na drugo, zaradi česar se ena kovina naelektri pozitivno (tista, ki izgubi elektrone), druga negativno in med kovinama nastane ti **kontaktna napetost**.

Ob stiku kovin se namreč »dotikata« tudi oblaka prostih elektronov obeh kovin, podobno kot npr. plina molekul v povezanih posodah (gl. I. del, str. 182, slika 8.9). Prosti elektroni z neurejenim termičnim gibanjem difundirajo prek stične ploskve iz prve kovine v drugo in obenem iz druge kovine v prvo. Pretok elektronov (število elektronov, ki v enoti časa difundirajo skozi enoto ploskve) iz kovine 1 v kovino 2 skozi enoto stične ploskve, je npr.  $N_1 \bar{v} / 4$ , kjer je  $N_1$  gostota prostih elektronov v kovini 1,  $\bar{v}$  pa njihova povprečna hitrost (ki je odvisna od temperature  $T$  kovine). Iz kovine 2 pa v enakem času difundira  $N_2 \bar{v} / 4$  elektronov v kovino 1 (kovini imata enako temperaturo  $T$ ). Če je gostota prostih elektronov v kovini 1 večja kot v kovini 2 ( $N_1 > N_2$ ), oddaja kovina 1 z difuzijo več elektronov kovini 2, kot jih prejema od nje in se zato elektri pozitivno (kovina 2 pa negativno). Med staknjenima kovinama tako nastane električno polje, ki ovira nadaljno difuzijo prostih elektronov. V ravnovesju se neto pretok elektronov ustavi in med kovinama je **kontaktna napetost** ( $U_k$ ). Ta je v prvem približku premo sorazmerna s temperaturo ( $T$ ) staknjenih kovin:

$$U_k = aT$$

Sorazmernostna konstanta  $a$  je odvisna od vrste

spojenih kovin razlikujeta (npr.

Različni kovini 2.23). Če sta sp. slika 2.23a), sta njih ploskvah nasprotujeta, in tok ne teče toplejše od druge. Taktnih napetosti imenuje **termoelektrični tok**, sorazmerna z

$$U_{te} = a(T - T_0)$$

Termoelektrični tokovni koeficient seveda premo sorazmerno s temperaturo spojišč st.

V tabeli na koncu poglavja (glej termoelektrični tok) so pomembne) koeficienti spojišč  $1 \text{K}$ , pri čemer je  $T_0$  temperatura spojišč. Kovina ima pozitivni termoelektrični tok na hladnejši strani, če pri spoju teče negativno termoelektrični tok na hladnejši strani, če pri spoju teče v ob.

Termoelektrični tokovi so pomembni v različnih aplikacijah, kot je na primer v termoelektričnih generatorjih, ki pretvarjajo toploto v električno energijo. Termoelektrični tokovi so tudi pomembni v termoelektričnih hladilnikih, ki se uporabljajo za hlajenje elektronike. Termoelektrični tokovi so tudi pomembni v termoelektričnih senzorjih, ki se uporabljajo za merjenje temperature. Termoelektrični tokovi so tudi pomembni v termoelektričnih napajalnikih, ki se uporabljajo za napajanje elektronike. Termoelektrični tokovi so tudi pomembni v termoelektričnih hladilnikih, ki se uporabljajo za hlajenje elektronike. Termoelektrični tokovi so tudi pomembni v termoelektričnih senzorjih, ki se uporabljajo za merjenje temperature. Termoelektrični tokovi so tudi pomembni v termoelektričnih napajalnikih, ki se uporabljajo za napajanje elektronike.

Primerno približje bimo tudi z bolometer, v počenjenem segreje) ali termokriž, ki se varjeno na tok; zaradi merju s kva

Skozi zaključ

spojenih kovin; je tem večja, čim bolj se kovini razlikujeta (npr. v gostoti prostih elektronov).

Različni kovini povežemo v zaključen krog (slika 2.23). Če sta spojišči enako topli (temperatura  $T_0$ , slika 2.23a), sta kontaktni napetosti v obeh spojnih ploskvah enaki. Ker si v tokovnem krogu nasprotujeta, je celokupna napetost v krogu nič in tok ne teče. Drugače je, če je eno spojišče toplejše od drugega (slika 2.23b). Razlika kontaktnih napetosti toplega in hladnega spojišča se imenuje **termoelektrična napetost** ( $U_{te}$ ); je premo sorazmerna z razliko temperatur obeh spojišč:

$$U_{te} = a(T - T_0)$$

(2.27)

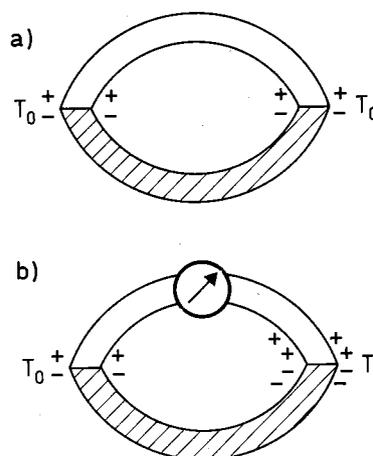
Termoelektrična napetost požene skozi zaključen tokovni krog ti. **termoelektrični tok**, ki je seveda premo sorazmeren s temperaturno razliko spojišč staknjenih kovin.

V tabeli na koncu knjige (str. 261) so podane termoelektrične napetosti za nekatere (praktično pomembne) kovine (pri temperaturni razliki spojišč 1 K), pri čemer je svinec izbran kot standard. Kovina ima pozitivno termoelektrično napetost, če pri spoju te kovine s svincem teče termoelektrični tok na hladnem spojišču s kovine na svinec; negativno termoelektrično napetost pa ima, če ta tok teče v obratni smeri.

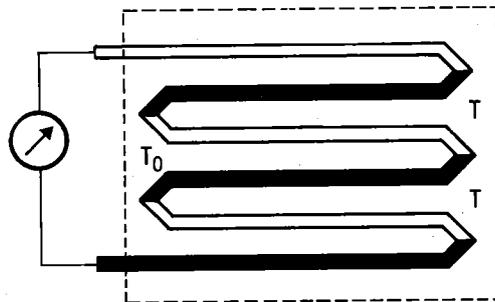
Termoelektrične napetosti so navadno razmeroma majhne, le nekaj  $\mu\text{V}$  na stopinjo temperaturne razlike; najugodnejša kombinacija je spoj antimona in bizmuta ( $0,1 \text{ mV/K}$ ). Pomagamo si tako, da zaporedno povežemo več (10 do 20) parov spojenih kovin. Dobimo t.i. **termoelement** ali **termočlen** (slika 2.24); topla spojišča ( $T$ ) so na eni strani termočlena, hladna ( $T_0$ ) na drugi. Termočlena sicer ne moremo uporabljati kot vir napetosti, je pa pripraven za **merjenje temperature**. Temperatura  $T_0$  hladnih spojišč je znana in stalna (npr. temperatura talečnega se ledu:  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ ), izmerjeni termoelektrični tok je merilo za temperaturo  $T$  toplih spojišč. Termoelement je umerjen tako, da kazalec galvanometra neposredno kaže merjeno temperaturo  $T$ . Tovrstni termometer je primeren za širok razpon temperatur, do  $1500^\circ\text{C}$ . Ker imajo toplotna spojišča majhno toplotno kapaciteto, lahko registrirajo tudi hitre spremembe temperature. Ugodno je, da lahko merimo temperaturo s pomočjo električnega toka, ki je osnova moderne merilne tehnike.

Primerno prilagojen termoelement lahko uporabimo tudi za merjenje **toplotnega sevanja** (kot **bolometer**, gl. III. del; sevanje se absorbira v počrnjenih spojiščih termoelementa in jih segreje) ali za merjenje **izmeničnega toka** (t.i. **termokriž**; toplo spojišče termoelementa je privarjeno na žico, po kateri teče merjeni električni tok; zaradi Joulove toplote se segreje v sorazmerju s kvadratom merjenega toka).

Skozi zaključen tokovni krog, ki ga sestavljata



slika 2.23



slika 2.24

različni kovini, teče termoelektrični tok, če je eno spojišče toplejše od drugega. Zaradi nastalega termoelektričnega toka se toplejše spojišče ohlaja, hladnejše pa segreva (to sledi neposredno iz zakona o ohranitvi energije, saj bi drugače imeli perpetuum mobile). Če želimo stalen termoelektrični tok, moramo toplejšemu spojišču dovajati toploto (da bo njegova temperatura kljub toku stalna), hladnejšemu pa toploto odvzeti (da se zaradi toka ne bo segrevalo). Vidimo, da termoelement učinkuje kot toplotni stroj (gl. I. del, str. 209): prejema toploto (na toplejšem spojišču), oddaja pa neposredno električno delo.

Delovanje vsakega toplotnega stroja lahko obrnemo, da nastane hladilni stroj, ki prejema delo, zato pa prenaša toploto s hladnejšega mesta na toplejše. Zatorej pričakujemo tudi pri termoelektričnem toplotnem stroju obraten pojav: da električni tok segreva eno spojišče in ohlaja drugo.

Če skozi enako topli spojišči pošljemo električni tok (ki ga poganja zunanji vir napetosti, npr. baterija), zares opazimo, da se zaradi toka eno spojišče segreva, drugo pa hladi. Nastala temperaturna razlika je tem večja, čim močnejši je tok in čim bolj se spojeni kovini termoelektrično razlikujeta. Če spremenimo smer toka, se temperaturi spojišč zamenjata. Ko zunanji vir napetosti izklopimo, steče zaradi temperaturne razlike med spojiščema termoelektrični tok v **nasprotni smeri**, kot je tekel prvotni tok, ki je temperaturno razliko povzročil.

Recimo, da spojišče segrejemo, tako da steče termoelektrični tok v dani smeri (pri spoju antimona in bizmuta npr. od bizmuta k antimonu). Če pa skozi to spojišče (namesto da ga segrejemo) pošljemo električni tok v taki smeri, kot pri segretju teče termoelektrični tok (to je od bizmuta k antimonu), se spojišče ohladi.

Zgoraj omenjeni pojav je znan pod imenom **Peltierov pojav** (J. Peltier, 1785–1845); izkoriščamo ga za hlajenje. Pojav je izrazitejši pri spoju kovine s polvodnikom (npr. pri spoju bizmuta in seleni).

## Električni tok v raztopinah elektrolitov

Čiste tekočine so sestavljene iz električno nevtralnih molekul, zato ne morejo prevajati električnega toka. Obsevajoč tekočino npr. z rentgenskimi žarki ali z žarki gama, lahko nekatere molekule tekočine spremenimo v pozitivne ali negativne ione in tako omogočimo električno prevodnost. Še enostavneje je, če v tekočini raztopimo elektrolite.

### Elektroliti

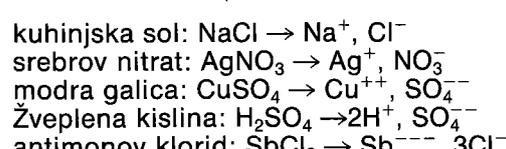
Elektroliti so snovi z ionsko kemično vezjo (gl. I. del, str. 127), npr. kisline (solna HCl, žveplena

H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> itd.), baze (NaOH, KOH, Ca(OH)<sub>2</sub> itd.) ter soli (NaCl, BaSO<sub>4</sub> itd.). Zgrajeni so iz pozitivnih ionov – **kationov** (npr. vodikovi kationi H<sup>+</sup> pri kislinah ter različni kovinski kationi pri bazah in soleh) in iz negativnih ionov – **anionov** (npr. hidroksilni anioni OH<sup>-</sup> pri bazah in kislinski anioni Cl<sup>-</sup>, SO<sub>4</sub><sup>2-</sup> itd. pri kislinah in soleh).

Število pozitivnih oziroma negativnih osnovnih nabojev ( $e_0$ ), s katerimi je navzven naelektrjen kation oziroma anion, izrazimo s t.i. **kemično valenco (V)** iona. Tako ima V-valenten kation naboj  $+Ve_0$  (kar pomeni, da mu primanjkuje V elektronov, da je ob ionizaciji oddal V elektronov), V-valenten anion pa naboj  $-Ve_0$  (ima V elektronov odveč). Vodikovi kationi so enovalentni (H<sup>+</sup>), ravno tako kationi alkalnih kovin (npr. Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup> itd.). Enovalentni so tudi hidroksilni anioni OH<sup>-</sup>, ki so karakteristični za baze. Atomi zemljoalkalnih kovin (Be, Mg, Ca itd.) se spremenijo v dvovalentne katione (Be<sup>2+</sup>, Mg<sup>2+</sup> itd.), dvovalentna je tudi anionska kislinska skupina žveplene kisline (SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>), pri fosforini kislini pa je trivalentna (PO<sub>4</sub><sup>3-</sup>).

Pozitivni kationi in negativni anioni elektrolita so medsebojno povezani z električnimi silami, ki omogočajo trdno zgradbo molekul (npr. kislin ali baz v tekočinskem stanju) oziroma ionskih kristalov (npr. soli v trdnem stanju). Ker ioni v trdnem elektrolitu niso gibljivi, v tekočinskem stanju pa so paroma povezani v električno nevtralne molekule, elektrolit v »suhem stanju« ni električno prevoden. Drugače je, če elektrolit raztopimo v topilu, to je v dielektriku z veliko dielektričnostjo, npr. v vodi ( $\epsilon \approx 81$ ), metilnem alkoholu (35), amoniaku (22), etru (4) itd. Molekule topila so električni dipoli s precejšnjim električnim dipolnim momentom (gl. str. 22). Pri vodnih molekularnih dipolih je težišče negativnega naboja na kisikovih atomih, težišče pozitivnega naboja pa na vodikovih (slika 1.30).

Če elektrolit (npr. kuhinjsko sol NaCl) raztopimo v vodi, se vodni molekularni dipoli zrinejo med katione (Na<sup>+</sup>) in anione (Cl<sup>-</sup>) s površine elektrolita in zrahljajo njihove električne vezi (električna privlačna sila med pozitivnimi in negativnimi naboji se zaradi dielektričnosti topila zmanjša za faktor  $\epsilon$ , gl. str. 23), tako da se ioni postopoma sproščajo. Raztopljeni ioni (Na<sup>+</sup> in Cl<sup>-</sup>) se nato gibljejo po topilu kot posamezniki, obdani z več sloji molekularnih dipolov topila, ki jih vlečejo s seboj (slika 2.25). Pravimo, da elektrolit v topilu **disociira** na proste katione in anione. Nekaj primerov disociacije elektrolitov v vodi:



V razredčenih raztopinah praktično vse molekule elektrolita disociirajo. V koncentriranih pa se izrazi tudi obraten pojav: **rekombinacija kationov**

in anionov  
oni in anio  
če so dov  
v električ  
dinamično  
disociirani  
v enakem  
trirane ra  
poleg kati  
traine mol

Recimo, d  
trično polj  
zunanja e  
jejo: poz  
anioni v r  
zavira visk  
obešenih  
Predposta  
7.42 na st  
merno s p  
enaka vis

$$eE = 6$$

Tu je e  
polmer ce  
Vidimo, c  
ionov v  
z jakostjo

$$\bar{v} = \beta E$$

Gibljivost  
z izrazom

$$\beta = e/(kT)$$

Vidimo,  
merna z  
Ker se z  
pri višji t  
knjige se  
pomemb  
nah. Od  
anionov

Pozitivni  
prečno  
gibljivos  
s povpre  
anionov)  
nabojev  
nih nabo  
raztopin  
kationov

$$I = de$$

Spomni  
premika  
torej po

Tok I iz  
raztopin  
nju toka

H, Ca(OH)<sub>2</sub> itd.) te  
eni so iz pozitivnih  
ovi kationi H<sup>+</sup> pri  
kationi pri bazah in  
v. – **anionov** (npr.  
ah in kislinski ani  
in soleh).

egativnih osnovnih  
avzven naelektr  
mo s t.i. **kemično**  
V-valenten katio  
a mu primanjkuje  
iji oddal V elektro  
oj – V<sub>e0</sub> (ima V elek  
oni so enovalentni  
ih kovin (npr. Na<sup>+</sup>  
hidroksilni anion  
aze. Atomi zemljo  
td.) se spremenijo  
Mg<sup>++</sup> itd.), dvova  
nska skupina žve  
forni kislini pa je

oni elektrolita so  
tričnimi silami, ki  
ekul (npr. kislina ali  
oma ionskih krista  
Ker ioni v trdnem  
činskem stanju pa  
no nevtralne mole  
nju« ni električno  
elektrolit. Raztopimo  
z veliko dielektrič  
metilnem alkoholu  
d. Molekule topila  
jšnjim električnim  
2). Pri vodnih mole  
ativnega naboja na  
ativnega naboja pa

pl NaCl) raztopimo  
dipoli zrinejo med  
s površine elektro  
ne vezi (električna  
mi in negativnimi  
i topila zmanjša za  
se ioni postopoma  
a<sup>+</sup> in Cl<sup>-</sup>) se nato  
zniki, obdani z več  
pila, ki jih vlečejo  
a elektrolit v topilo  
anione. Nekaj pri  
v vodi:

Cl<sup>-</sup>  
NO<sub>3</sub><sup>-</sup>  
SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>  
H<sup>+</sup>, SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>  
Sb<sup>3+</sup>, 3Cl<sup>-</sup>

ično vse molekule  
centriranih pa se  
binacija kationov

**in anionov** v električno nevtralne molekule. Kati  
oni in anioni se namreč električno privlačujejo in  
če so dovolj zgoščeni, se lahko spojijo nazaj  
v električno nevtralne molekule. Vzpostavi se  
dinamično ravnovesje, ko je število v enoti časa  
disociiranih molekul elektrolita enako številu  
v enakem času rekombiniranih molekul. Koncen  
trirane raztopine elektrolitov torej vsebujejo  
poleg kationov in anionov tudi električno nev  
tralne molekule raztopljenega elektrolita.

Recimo, da v raztopini elektrolita vključimo elek  
trično polje z jakostjo  $E$ . Na proste ione učinkuje  
zunanja električna sila ( $eE$ ), zato se ti pospešu  
jejo: pozitivni kationi v smeri silnic, negativni  
anioni v nasprotni smeri. Urejeno gibanje ionov  
zavira viskozna sila (ta učinkuje predvsem na roje  
obešenih dipolov topila, ki potujejo skupaj z ioni).  
Predpostavljamo viskozni upor (gl. I. del, enačba  
7.42 na strani 173). Če se ioni premikajo enako  
merno s povprečno hitrostjo  $\bar{v}$ , je električna sila  
enaka viskoznemu uporu:

$$eE = 6\pi\eta\bar{v}$$

Tu je  $e$  naboj iona,  $\eta$  viskoznost topila,  $r$  pa  
polmer celotnega roja, ki potuje skupaj z ionom.  
Vidimo, da je povprečna hitrost  $\bar{v}$  premikanja  
ionov v električnem polju premo sorazmerna  
z jakostjo električnega polja (gl. 2.25):

$$\bar{v} = \beta E \quad (2.25)$$

Gibljivost ( $\beta$ ) ionov v raztopini elektrolita je dana  
z izrazom:

$$\beta = e/(6\pi\eta r) \quad (2.28)$$

Vidimo, da je gibljivost ionov obratno soraz  
merna z velikostjo ionov in z viskoznostjo topila.  
Ker se zadnja s segrevanjem zmanjšuje, so ioni  
pri višji temperaturi gibljivejši. V tabeli na koncu  
knjige so navedene gibljivosti ionov nekaterih  
pomembnih elektrolitov v razredčenih raztopi  
nah. Od kationov so najgibljivejši vodikovi, od  
anionov pa hidroksilni.

Pozitivni kationi se premikajo v smeri silnic s pov  
prečno hitrostjo  $\bar{v}_+ = \beta_+ E$ , kjer je  $\beta_+$  njihova  
gibljivost, negativni anioni pa v nasprotni smeri  
s povprečno hitrostjo  $\bar{v}_- = \beta_- E$  ( $\beta_-$  je gibljivost  
anionov). Kar se toka tiče, je gibanje negativnih  
nabojev v eni smeri ekvivalentno gibanju pozitiv  
nih nabojev v nasprotni smeri. Torej je tok  $I$  skozi  
raztopino elektrolita sestavljen iz toka pozitivnih  
kationov in iz toka negativnih anionov:

$$I = de_+/dt + de_-/dt \quad (2.29)$$

Spomnimo se, da je smer toka  $I$  po definiciji smer  
premikanja pozitivnih nabojev; negativni anioni  
torej potujejo nasprotno smeri toka.

Tok  $I$  izrazimo z napetostjo  $U$  ( $=Eb$ ,  $b$  = dolžina  
raztopine v smeri toka) podobno kot pri prevaja  
nju toka v kovinah, le da sta pri elektrolitih dve

vrsti nosilcev naboja – kationi in anioni. Iz enačbe  
2.4 sledi:

$$I = S(e_+ N_+ \bar{v}_+ + e_- N_- \bar{v}_-) \quad S = \text{prečni presek}$$

Tu je  $N_+$  gostota kationov,  $N_-$  gostota anionov,  $e_+$   
in  $e_-$  pa njihova naboja ( $= Ve_0$ ,  $V$  = valenca iona,  
 $e_0$  = osnovni naboj). Pri enovalentnih ionih ( $V =$   
 $= 1$ ) je  $e_+ = -e_- = e_0$  in  $N_+ = N_- = N$ , kjer je  
 $N$  gostota molekul elektrolita, ki disociira v ione.  
Pri valenci  $V$  najbolj naelektrnega iona pa velja:

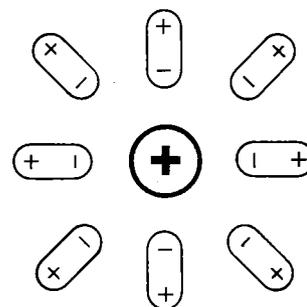
$$e_+ N_+ = e_- N_- = Ve_0 N \\ I = Ve_0 SN(\bar{v}_+ + \bar{v}_-) = Ve_0 SN(\beta_+ + \beta_-)(U/b) = \\ = U/R$$

Vidimo, da tudi za raztopino elektrolitov  
(podobno kot za kovine) velja **Ohmov zakon**  
(električni tok je premo sorazmeren s priključeno  
napetostjo).

Specifična upornost raztopine elektrolita je dana  
z enačbo (gl. 2.8 in 2.26).

$$\zeta = [Ve_0 N(\beta_+ + \beta_-)]^{-1} \quad (2.30)$$

Je torej tem manjša, čim večji sta koncentracija  
( $N$ ) elektrolita ter gibljivost ionov ( $\beta_+$  in  $\beta_-$ ) v raz  
topini, to je, čim višja je temperatura raztopine.  
**S segrevanjem se električna upornost raztopine  
elektrolita zmanjšuje.** Vemo, da se zaradi elek  
tričnega toka prevodnik segreva. Tok torej zmanjš  
uje električno upornost raztopine. Pri dani nape  
tosti se zato tok sam od sebe povečuje in razto  
pina postaja bolj in bolj prevodna. To se lepo  
kaže med segrevanjem stekla (gl. str. 43), ki ga  
lahko obravnavamo kot nekakšno raztopino žele  
zovih in drugih ionov. Temu pojavu nasprotuje  
dejstvo, da se s tokom odnašajo iz raztopine ioni  
(kationi na eno stran, anioni na drugo), zaradi  
česar se koncentracija ionov v raztopini zmanjš  
uje in električna upornost raztopine se pove  
čuje.



**Primer:**

Ocenimo specifično upornost vode.

V povsem čisti (demineralizirani in razplinjeni) vodi so prisotni le ioni  $H^+$  in  $OH^-$ , nastali z naravno disociacijo vode:



Ravnovesna koncentracija teh ionov pri  $18^\circ C$  je okrog  $N = 6 \cdot 10^{19}$  ionskih parov na  $m^3$  vode (kemiki pravijo, da ima takšna voda  $pH = 7$ ). Ker je  $V = 1$ ,  $\beta_+ = 33$  in  $\beta_- = 18 \cdot 10^{-6}$  (cm/s)/(V/m) (glej tabelo na koncu knjige), dobimo iz enačbe 2.30:

$$1/\zeta = Ve_0 N(\beta_+ + \beta_-) = 0,5 \cdot 10^{-5} A/Vm \text{ ali} \\ \zeta = 2 \cdot 10^5 \Omega m = 0,2 M\Omega m$$

Povsem čista voda je torej zelo slab prevodnik električnega toka (pri navadni ploščati žepni bateriji  $U = 4,5 V$  bi stekel skozi 1 cm vode s prečnim presekom  $1 \text{ cm}^2$  tok okrog  $0,2 \mu A$ ).

Navadna (sladka) voda ima zaradi raztopljenih mineralnih soli specifično upornost okrog  $30 \Omega m$  (glej tabelo na koncu knjige). V slani (morski) vodi omogočajo izredno dobro električno prevodnost predvsem ioni kuhinjske soli ( $NaCl$ ). Pri povprečni slanosti 3,5% je v  $m^3$  vode okrog 35 kg soli, to je (ker je relativna molekulska masa  $NaCl$  enaka  $23 + 35 = 58$ )  $= (35/58) \cdot 6 \cdot 10^{26} = 3,6 \cdot 10^{26}$  ionskih parov  $Na^+$ ,  $Cl^-$  v  $m^3$  vode. Specifična prevodnost te vode je enaka (podatki o gibljivosti ionov  $Na^+$  in  $Cl^-$  so na koncu knjige):

$$1/\zeta = 1,6 \cdot 10^{-19} As \cdot 3,6 \cdot 10^{26} m^{-3} (4,5 + 6,8) \cdot 10^{-8} m^2 V^{-1} s^{-1} \text{ ali} \\ \zeta = 0,15 \Omega m$$

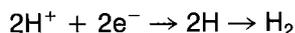
(Žepna baterija požene skozi morsko vodo že tok okrog 1 A).

**Elektroliza**

S tem izrazom označujemo kemične spremembe snovi, povzročene z električnim tokom, predvsem mislimo na kemični razkroj elektrolitov in na kemične spremembe elektrod, ki so potopljene v raztopino elektrolitov. Te spremembe se dogajajo v **elektrolitski celici**, v posodi z raztopino elektrolita, v kateri sta potopljeni ploščati (običajno kovinski) elektrodi, priključeni na vir stalne napetosti (slika 2.26). Elektroda v zvezi s pozitivnim polom napetostnega vira je **anoda (A)**, druga elektroda (ki je priključena na negativni pol vira) pa je **katoda (K)**. Anodi pramanjkuje elektronov, katoda jih ima preveč. V raztopini elektrolita med elektrodama je električno polje, silnice potekajo od anode h katodi. Ioni elektrolita se v električnem polju pospešijo: kationi h katodi, anioni k anodi. Tako skozi raztopino elektrolita teče električni tok ( $I$ ).

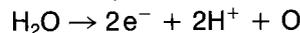
Kakšne kemične reakcije potekajo med prevajanjem električnega toka v elektrolitski celici, je odvisno od kemične narave elektrolita in potopljenih elektrod.

Najprej vzemimo, da sta elektrodi kemično inertni (neaktivni), npr. iz platine. Elektrolit je npr. razredčena žveplena kislina ( $H_2SO_4$ ) ali kakšna druga kislina (slika 2.27). Ko vodikovi kationi ( $H^+$ ) skupaj z ovoji usmerjenih dipolnih molekul vode prispejo do negativne elektrode, prejmejo manj kajoče elektrone, pri čemer nastajajo atomi vodika (H). Ti se takoj paroma povežejo v molekule plinskega vodika ( $H_2$ ); za vsak par prispelih vodikovih kationov (za vsak par prejetih elektronov) dobimo eno molekulo vodika:



Sproščeni vodik se nabira ob katodi v obliki mehurčkov.

Na drugi strani elektrolitske celice se ob anodi zbirajo sulfatni anioni skupaj z ovoji usmerjenih dipolov  $H_2O$ . Ob stiku s pozitivno anodo oddajo zunanji dipoli elektrone, pri čemer se sprošča nascentni (atomarni) kisik O, vodikovi kationi ( $H^+$ ) pa ostanejo v raztopini kot kationi elektrolita. Ob anodi potemtakem poteka reakcija:



Sproščajoči se atomi kisika se povežejo v molekule  $O_2$  plinskega kisika, ki se v obliki mehurčkov nabira ob anodi. Za vsak par oddanih elektronov dobimo en atom kisika, za dva para torej eno molekulo kisika.

Rezultat reakcij ob katodi in anodi je torej **razkroj vode na vodik in kisik**:



**Ob pozitivni katodi se izloča dvakrat toliko molekul vodika, kot se ob negativni anodi izloča molekul kisika.** Na sliki 2.27 je volumnen izločenega vodika (pri enakem tlaku in enaki temperaturi) dvakrat večji od volumna izločenega kisika.

Električni tok skozi raztopino žveplene kisline s platinastima elektrodama torej povzroča razkroj vode na vodik in kisik (t.i. **elektroliza vode**). Pri tem deluje elektrolit ( $H_2SO_4$ ) kot katalizator: omogoča reakcijo, sam pa se z reakcijo ne porablja, le nabira se ob anodi.

Kot drug primer si oglejmo elektrolitsko celico z modro galico ( $CuSO_4$ ) in bakrenima elektrodama. V raztopini elektrolita so kationi  $Cu^{++}$  in anioni  $SO_4^-$ . Ob katodi se nevtralizira elementarni baker, ki se nalaga nanjo in jo debeli. Bakrena anoda na drugi strani se zaradi prihajajočih negativnih sulfatnih ionov dodatno raztaplja (glej elektrodna napetost, str. 58): atomi Cu kot kationi  $Cu^{++}$  prehajajo v raztopino. Na vsak atom Cu, izločen na katodi, pride z anode v raz-

topino en katoda z električnim tokom na katodo, kjer se baker. Tudi to (vode) elektrolizira.

Z električnim tokom ali kovina (odvisno od materiala) je tok in izloči. Masa izločena od kemične reakcije.

Za vsak izločen atom katodi izloči. V elektronov, nem toku / pri kar pomeni, c

$$N = It/ve_0$$

atomov. Vsaka enota mase izločena zato je masa

$$m = NAu$$

**Primer:**

1. Koliko srebra se izloči pri elektrolizi srebrovne raztopine, če teče tok  $I = 1 A$  v 1 ur? Relativna atomna masa srebra je 108.

$$m = Ault/F$$

Tehtajoč snov, ki se izloči v enem intervalu, je snov izločena. enoto toka

1 A je tok, ki povzroča izločitev srebrovne snovi v 1 ur. Relativna atomna masa srebra je 108.

2. Skozi raztopino žveplene kisline s platinastima elektrodama teče stalen tok  $I = 1 A$  v 1 ur. Relativna atomna masa vodika je 1,008. Relativna atomna masa kisika je 16,00.

V času  $t$  se izloči snov  $m = It/e_0 = 2 \cdot 10^{22}$  molekul. T in tlaku  $p$

$$V = NkT/p \\ = 293 K / (1,013 \cdot 10^5 Pa) \\ V = 0,0023 m^3$$

V zvezi z izločenimi snovi

tekajo med prevajalnimi elektrolitskimi celicami, ki vsebujejo elektrolita in potujejo skozi kationične in anodne

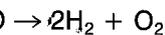
trodi kemično inertni. Elektrolit je npr. raztopina (H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>) ali kakšna druga kislina. Vodikovi kationi (H<sup>+</sup>) in negativni molekuli vode (OH<sup>-</sup>) prejemajo manjši naboj, ker nastajajo atomi, ki so bolj povezani v molekule. Za vsak par prispelih elektronov se na katodi prejete elektrone uporablja za nastanek molekula vodika:

b katodi v obliki mehurčkov.

Če se celice se ob anodi in katodi, ki so usmerjenih v pozitivno anodo oddajajo elektrone, če se sproščajo kisik (O<sub>2</sub>), vodikovi kationi (H<sup>+</sup>) in negativni molekuli elektrolita. Na katodi se reakcija:

se povežejo v molekule in v obliki mehurčkov se oddajajo elektrone. Dva para torej eno

anodi je torej razkroj



dvakrat toliko molekularnega kisika. Če je volumnen izloček enake temperature in tlaka, je enake količine izločenega kisika.

ino žveplene kisline, ki prej povzroča razkroj elektroliza vode). Pri tem kot katalizator: omožuje, da reakcija ne porablja, le

elektrolitsko celico bakrenima elektrodama so kationi Cu<sup>++</sup> in negativni molekuli nevtralizira elementarni naboj in jo debeli. Če se zaradi prihajajočih dodatno raztapljuje (glej str. 58): atomi Cu se raztopijo v raztopino. Na vsaki strani se elektroni preidejo z anode v raz-

topino en kation Cu<sup>++</sup>. Atomi bakra se torej z električnim tokom selijo z anode prek raztopine na katodo, kjer se nalaga t.i. elektrolitsko čisti baker. Tudi tu se (podobno kot pri elektrolizi vode) elektrolit ohranja.

Z električnim tokom ( $I$ ) se na katodi izloča vodik ali kovina (odvisno od vrste elektrolita). Čim močnejši je tok in čim dlje časa teče, tem več snovi se izloči. Masa izločene snovi je nadalje odvisna še od kemične valence ( $V$ ) in od atomske mase ( $A$ ).

Za vsak izločen atom elementa z valenco  $V$  se na katodi izloči naboj  $Ve_0$  (kation mora prejeti  $V$  elektronov, da se nevtralizira v atom). Pri stalnem toku  $I$  prejme katoda po času  $t$  naboj  $e = It$ , kar pomeni, da se ob njej izloči:

$$N = It/Ve_0 \quad (2.31)$$

atomov. Vsak atom ima maso  $Au$  ( $u$  = atomska enota mase =  $1,66 \cdot 10^{-27}$  kg, gl. I. del, str. 185), zato je masa  $m$  izločene snovi dana z izrazom:

$$m = NAu = Ault/Ve_0 \quad (2.32)$$

#### Primeri:

1. Koliko srebra (Ag) se izloči na katodi iz raztopine srebrovega nitrata (AgNO<sub>3</sub>) v času  $t = 1$  s, če teče tok  $I = 1$  A? Srebro je enovalentno ( $V = 1$ ), relativna atomska masa je  $A = 107,8$ .

$$m = Ault/Ve_0 = 1,118 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = 1,118 \text{ mg}$$

Tehtajoč snov, izločeno na katodi v danem časovnem intervalu, lahko merimo tok, ki stehtano snov izloči. Na tej osnovi so prvotno definirali enoto toka **1 ampere**:

**1 A je tok, ki mora teči skozi raztopino srebrovega nitrata, da se na katodi izloči 1,118 mg srebra v sekundi.**

2. Skozi raztopino razredčene žveplene kisline teče stalen tok  $I = 0,5$  A. Koliko cm<sup>3</sup> vodika se nabere v kraku nad platinasto katodo (slika 2.27) v času  $t = 2$  h, če je temperatura  $T = 20^\circ\text{C}$  in tlak  $p = 1$  bar?

V času  $t$  se izloči  $N_H$  atomov vodika (gl. 2.31):  $N_H = It/e_0 = 2,25 \cdot 10^{22}$ , oziroma  $N = 0,5 N_H = 1,125 \cdot 10^{22}$  molekul H<sub>2</sub>. Te zavzamejo pri temperaturi  $T$  in tlaku  $p$  prostornino (gl. I. del, enačbo 8.17):

$$V = NkT/p = 1,125 \cdot 10^{22} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \cdot 293 \text{ K} / (10^5 \text{ Nm}^{-2})$$

$$V = 0,000455 \text{ m}^3 = 455 \text{ cm}^3$$

V zvezi z računanjem množine z elektrolizo izločene snovi se je udomačila količina **Faradayev**

**naboj ( $e_F$ )**. Ta je definiran kot naboj, ki mora preteči skozi raztopino (in se nevtralizirati na katodi), da se izloči 1 kilogramom enovalentne snovi. Kilogramatom ima v zvezi z atomi podobno vlogo kot kmol v zvezi z molekulami. **Kilogramatom** je torej **A kg snovi**, pri čemer je  $A$  relativna atomska masa, in vsebuje (ne glede na vrsto snovi) **Avogadrovo število** ( $N_A = 6,0 \cdot 10^{26}$ ) atomov (podobno kot kmol vsebuje  $N_A$  molekul, gl. I. del, str. 185). Torej naboj  $e_F$  izloči  $N_A$  atomov enovalentne snovi:

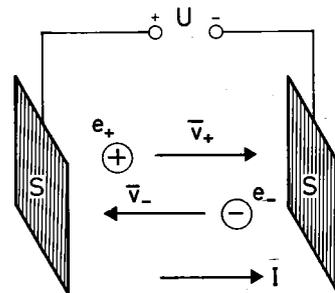
$$e_F = N_A e_0 = 6,0 \cdot 10^{26} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

$$e_F = 9,6 \cdot 10^7 \text{ As}$$

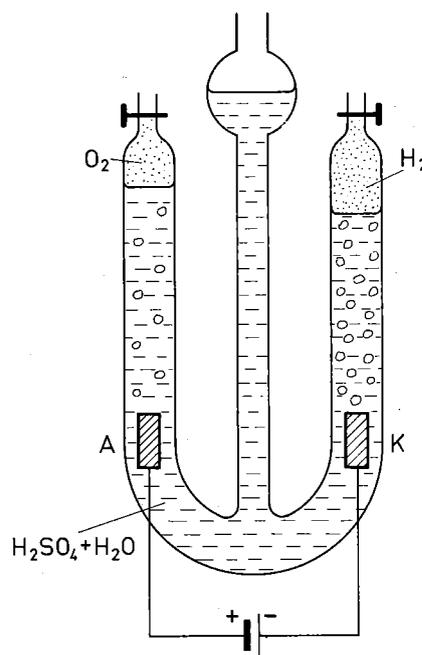
Da se izloči 1 kilogramatom  $V$ -valentnega elementa, mora preteči naboj  $Ve_F$ , pri čemer se izloči  $N_A$  atomov. Naboj  $e = It$  potemtakem izloči

$$N = (It/Ve_F) N_A = It/Ve_0 \quad (2.33)$$

atomov, kar že poznamo (2.31).



slika 2.26



slika 2.27

## Elektrodna napetost

Na strani 52 smo razpravljali o tem, kako se kovina naelektri ob dotiku z drugo kovino. Prosti elektroni difundirajo iz ene kovine v drugo, s čimer se prva naelektri pozitivno, druga pa negativno; med staknjenima kovinama nastane t.i. kontaktna napetost. Drugače je ob stiku kovine z raztopino elektrolitov. Če npr. potopimo kovino v vodo, se kovina naelektri negativno, voda pa pozitivno. Vendar ta naelektritev ni posledica pretakanja elektronov iz vode v kovino (saj kovina že vsebuje proste elektrone in bi jih večjemu oddala). Ob stiku kovine z vodo se dogaja tole: vodni molekularni dipoli se zrinejo med površinske katione kovine, zrahljajo njihove vezi in jih s tem sprostijo. **Potopljena kovina se ob stiku z vodo naelektri negativno, ker izgublja pozitivne površinske katione, ki prehajajo v raztopino.** Tako se kovina v vodi (topilu) raztaplja. Negativno naelektrana kovina električno privlačuje že raztopljene katione, zato se ti zadržujejo kot pozitivni oblak v neposredni okolici kovine (slika 2.28). Nastalo električno polje med raztopino in kovino ovira nadaljnje prehajanje kationov iz kovine v raztopino, zato se raztapljanje kovine slejkoprej konča. V nastalem ravnovesnem stanju je med raztopino in kovino t.i. **elektrodna napetost**, pri čemer je kovina negativna, raztopina pa pozitivna. **Za dano kovino je nastala elektrodna napetost odvisna od koncentracije kationov v raztopini.** Če so v raztopini že prisotni kationi kovine, še preden kovino potopimo v raztopino, se kovina manj raztopi, da se doseže ravnovesno stanje, in nastala elektrodna napetost je manjša. Pri preveliki začetni koncentraciji kovinskih kationov v raztopini se celo zgodi, da se potopljena kovina sploh ne raztaplja ali – v skrajnem primeru – da kovinski kationi prehajajo iz raztopine na kovino. Običajno se elektrodna napetost kovine navaja (glej tabelo na koncu knjige) glede na raztopino s tolikšno koncentracijo kovinskih kationov, da odpade na en liter raztopine Avogadrovo število ( $N_A = 6,0 \cdot 10^{26}$ ) osnovnih nabojev  $e_0$ , to je pri koncentraciji 1 kilogramatom enovalentne kovine na liter raztopine oziroma 0,5 kilogramatoma dvovalentne kovine, ali splošno ( $1/V$ ) kilogramatomov  $V$ -valentne kovine na liter raztopine.

Da izmerimo elektrodno napetost med potopljeno kovino in raztopino, moramo potopiti v raztopino drugo (merilno) elektrodo. **Toda tudi ta se v raztopini raztaplja, zato lahko določimo le razliko med elektrodnama napetostima merjene in merilne elektrode.** Ker za dano kovino ne moremo določiti absolutne vrednosti elektrodne napetosti, izberemo neko elektrodo kot standardno in nato primerjamo elektrodno napetost merjene kovine z elektrodno napetostjo izbrane standardne elektrode. Zadnja ima po dogovoru elektrodno napetost nič. **Kovina, ki je v topilu bolj topna kot standardna elektroda, ima potemtakem negativno elektrodno napetost (negativno glede na standardno elektrodo), in to tem bolj negativno, čim bolj je kovina topna. Kovine s pozitivno**

elektrodno napetostjo pa so manj topne od standardne elektrode, in to tem manj, čim bolj pozitivna je njihova elektrodna napetost. **Za standardno je izbrana na poseben način prirejen vodikova elektroda (platina z adsorbiranim vodikom v vodikovi atmosferi); njena elektrodna napetost je po definiciji 0,0 V.** V tabeli na koncu knjige (str. 261) so podatki za elektrodne napetosti nekaterih pomembnih kovin glede na standardno vodikovo elektrodo (in za standardno koncentracijo kovinskih kationov, glej zgoraj). Na vrhu tabele so zelo topne kovine (litij, natrij), na dnu pa malo topne (žlahtne) kovine (platina, zlato).

## Galvanski člen

IV galvanskem členu se kemična energija, ki se sprošča z raztapljanjem elektrod v topilu, spremeni v električno energijo. Vsak galvanski člen je sestavljen iz raztopine elektrolita in dveh elektrod, katerih elektrodni napetosti se kar najbolj razlikujeta (ena elektroda je v topilu zelo topna, druga malo). Zelo topna elektroda se v raztopini obda z močnim oblakom raztopljenih pozitivnih kovinskih kationov, malo topna pa s šibkim. V raztopini med elektrodama se zato pojavi električno polje, katerega silnice potekajo od zelo topne elektrode do malo topne. Če povežemo zunanja konca potopljenih elektrod (npr. prek upornika in galvanometra), steče električni tok, pri čemer učinkuje bolj topna elektroda kot negativni pol napetostnega vira, malo topna elektroda pa kot pozitivni (slika 2.29). **Napetost člena je enaka razliki elektrodnih napetosti obeh elektrod.**

IV raztopini se pozitivni kationi pomikajo v smeri silnic (to je proč od zelo topne elektrode), negativni anioni pa v nasprotni smeri. Zaradi tega se oblak pozitivnih kationov okrog bolj topne elektrode manjša, novi kationi pa prehajajo z elektrode v raztopino. Bolj topna elektroda se torej z električnim tokom dodatno raztaplja, in to tem močneje, čim večji je tok. Na drugi strani člena se ob manj topni elektrodi oblak pozitivnih kationov povečuje, zaradi česar se odvečni kationi nevtralizirajo (prejmejo od elektrode manjkajoče elektrone in se kot nevtralni atomi nalagajo na elektrodi). Manj topna elektroda se tako debeli in v splošnem (odvisno od vrste elektrolita) tudi kemično spreminja. S potovanjem ionov skozi raztopino (tako zaradi električnega toka kot zaradi različnih konvekcijskih tokov ali z difuzijo zaradi različne koncentracije) se oblaki kationov okrog potopljenih elektrod spreminjajo. **Elektrodna napetost elektrod (in s tem napetost člena) se zato spreminja s časom in je predvsem močno odvisna od toka.**

Preprost galvanski člen je znani **Voltov člen**, ki ga sestavljata cinkova in bakrena elektroda, elektrolit pa je razredčena žveplena kislina (slika 2.29).

Napetost tega člena je +0,34 V – (–0,34 V). Elektroda se v procesu nabira vodik. Na voltiometri se odvečni cinkov sulfat tok se torej v membrani cinkove se raztaplja, pri čemer se troši in na bakrena elektrodi nastane cinkova elektroda zaradi kemičnega elektrodni napetosti.

Pojav, da se v galvanskem členu oblagata in se s tem ni imenujemo elektrodo ob postopoma s prvotna napetost zacije bakrene Poleg tega poveča ohmski člen zmalo po vključitvi tok skozi člen.

Če želimo prazniti zaradi polarnosti sproti hovo nastaja **lovem členu** troda obdan kova elektrode vege sulfata vege sulfata pustna merionov, prepu kule. Pri vključitvi kationi pustne membrani nabrani pozitivni iz sosednjega členu. Zadnji nevtralizirajo skozi členu kationi (naslednja členu se potok bakreni členu je pre v raztopini bakreni elektrode).

Člen lahko kemijske produkti npr. z oksidacijo rane vodik takoj po vključitvi.

anj topne od stan-  
anj, čim bolj pozici-  
napetost. Za stan-  
n način prirejena  
dsorbiranim vodi-  
njena elektrodna  
V tabeli na koncu  
elektrodne napeto-  
n glede na stan-  
n za standardno  
v, glej zgoraj). Na  
ne (litij, natrij), na  
kovine (platina,

na energija, ki se  
d v topilu, spremi-  
galvanski člen je  
ita in dveh elek-  
sti se kar najbolj  
topilu zelo topna,  
oda se v raztopini  
pljenih pozitivnih  
na pa s šibkim.  
zato pojavi elek-  
potekajo od zelo  
e. Če povežemo  
elektrod (npr. prek  
če električni tok,  
elektroda kot nega-  
o topna elektroda  
napetost člena je  
etosti obeh elek-

omikajo v smeri  
elektrode), nega-  
ri. Zaradi tega se  
j bolj topne elek-  
prehajajo z elek-  
elektroda se torej  
ztaplja, in to tem  
gi strani člena se  
pozitivnih kationov  
ni kationi nevtra-  
manjkajoče elek-  
nalagajo na elek-  
e tako debeli in  
elektrolita) tudi  
jem ionov skozi  
čnega toka kot  
okov ali z difuzijo  
e oblaki kationov  
preminjajo. Elek-  
s tem napetost  
m in je predvsem

**Westonov člen**, ki ga  
elektroda, elektro-  
slina (slika 2.29).

Napetost tega člena je razlika elektrodnih nape-  
tosti bakra in cinka (glej tabelo na koncu knjige):  
 $+0,34\text{ V} - (-0,76\text{ V}) = 1,1\text{ V}$ . Cink kot bolj topna  
elektroda se v raztopini raztaplja:  $\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{++} + 2\text{e}^-$ . Ob manj topni bakreni elektrodi pa se  
nabira vodik. Negativni sulfatni anioni ( $\text{SO}_4^-$ ) se  
vežejo z odvečnimi kationi  $\text{Zn}^{++}$  in nastaja sol  
– cinkov sulfat. Med prevajanjem električnega  
toka se torej v Voltovem členu dogajajo tele spre-  
membe: cinkova elektroda (negativni pol člena)  
se raztaplja, prvotni elektrolit – žveplena kislina  
– se troši in nastaja nov elektrolit – cinkov sulfat,  
bakrena elektroda (pozitivni pol člena) se pre-  
kriva z vodikom. Člen preneha delovati, ko se  
cinkova elektroda povsem raztopi oziroma ko se  
zaradi kemičnih sprememb bakrene elektrode  
elektrodni napetosti obeh elektrod izenačita.

Pojav, da se manj topna elektroda (pozitivni pol  
člena) obloga z nevtraliziranimi kationi elektrolita  
in se s tem njena elektrodna napetost spreminja,  
imenujemo **elektrolitska polarizacija**. Pri ome-  
njemem Voltovem členu se manj topna bakrena  
elektroda obdaja z mehurčki vodika in se tako  
postopoma spreminja (kar se tiče topnosti in  
elektrodne napetosti) v vodikovo elektrodo.  
Prvotna napetost člena (+1,1 V) se zaradi polari-  
zacije bakrene elektrode zmanjša na 0,76 V.  
Poleg tega se z nastankom vodikove plasti  
poveča ohmski upor člena, pa se tudi zato tok  
skozi člen zmanjša. Iz obeh razlogov Voltov člen  
kmalu po vklopu odpove, posebno če je začetni  
tok skozi člen velik.

Če želimo preprečiti zmanjšanje napetosti člena  
zaradi polarizacije, moramo polarizacijske pro-  
dukte sproti odstranjevati ali pa preprečiti nji-  
hovo nastajanje. Druga možnost je pri t. i. **Daniel-  
lovem členu** realizirana tako, da je vsaka elek-  
troda obdana z lastnimi kationi (slika 2.30): cin-  
kova elektroda je potopljena v raztopino cinko-  
vega sulfata ( $\text{ZnSO}_4$ ), bakrena v raztopino bakro-  
vega sulfata ( $\text{CuSO}_4$ ). Elektrolita ločuje polpre-  
pustna membrana, ki ne prepušča cinkovih  
ionov, prepušča pa sulfatne ione in vodne mole-  
kule. Pri vključenem tokovnem krogu tečejo cin-  
kovi kationi proč od cinkove elektrode do polpre-  
pustne membrane, kjer se gomilijo. Ob membrani  
nabrani pozitivni naboj privlačuje sulfatne anione  
iz sosednjega elektrolita in odbija bakrove kati-  
one. Zadnji potujejo k bakreni elektrodi, kjer se  
nevtralizirajo in nalagajo. Sulfatni anioni prodi-  
rajo skozi membrano in se vežejo s cinkovimi  
kationi (nastaja cinkov sulfat). Med obratovanjem  
člena se porabljata cinkova elektroda in elektrolit  
okrog bakrene elektrode. Celotna reakcija v tem  
členu je prehajanje cinka z bolj topne elektrode  
v raztopino in izločanje bakra iz raztopine na  
bakreni elektrodi:  $\text{Zn} + \text{CuSO}_4 \rightarrow \text{Cu} + \text{ZnSO}_4$ .

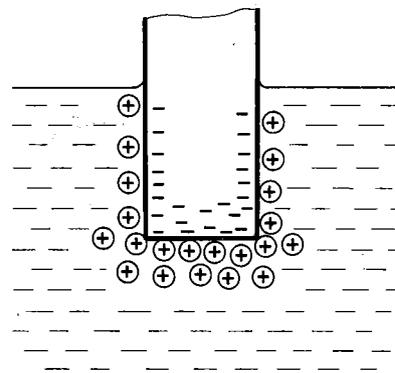
Člen lahko depolariziramo tudi tako, da polariza-  
cijske produkte (npr. vodik) sproti odstranjujemo,  
npr. z oksidacijo. Manj topna elektroda je obdana  
z oksidacijskim sredstvom, ki oksidira nevtrali-  
zirane vodikove katione v vodo. Napetost člena se  
takoj po vključitvi nekoliko zmanjša, ker je depo-

larizacija razmeroma počasna, posebno pri moč-  
nem začetnem toku. Sčasoma ali če člen za nekaj  
časa prekinemo, da se polarizacijski produkti  
odstranijo oziroma da difundirajo proč od manj  
topne elektrode, se spet vzpostavi prvotna nape-  
tost člena.

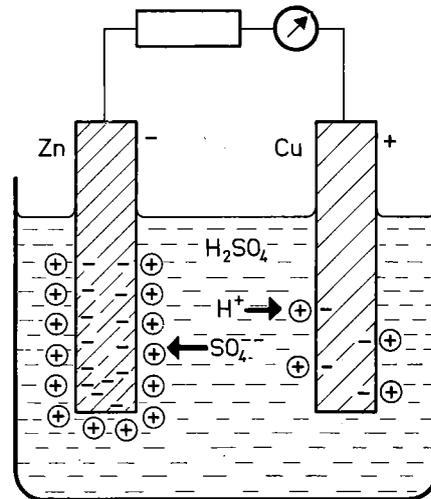
Omenimo še t. i. **Westonov člen**, ki ga pogosto  
uporabljamo kot standardni člen z znano in sta-  
bilno napetostjo. Pozitivna elektroda je iz živega  
srebra, negativna iz kadmijevega amalgama,  
elektrolit je raztopina kadmijevega sulfata. Nomi-  
nalna napetost tega člena je pri  $18^\circ\text{C}$  1,0183 V, pri  
 $0^\circ\text{C}$  pa 1,0187 V.

### Elektrolitska korozija

Pod tem pojmom razumemo razkrajanje (rjave-  
nje) kovin zaradi elektrolitskih reakcij, ki se dogaj-  
ajo, če so kovine povezane prek elektrolitov  
v raznovrstne galvanske člene.



slika 2.28



slika 2.29

Galvanski člen npr. imamo, če se dotikata (če npr. zvarimo) baker in železo. Elektrolit je vlaga v okolnišnem ozračju. Ta vsebuje vodikove katione predvsem zaradi ogljikove kisline, ki jo voda rada vsrkava. V nastalem galvanskem členu (ta sicer zaradi slabega elektrolita le počasi deluje) se raztaplja bolj topna kovina – železo; nastaja belkast železov hidrokسيد, ki se s kisikom iz zraka oksidira v rdečkastorjavo rjo ( $\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ ). Ob bakru se sprošča vodik, ki se sproti oksidira v vodo. Sledi torej, da se železo (v različnih konstrukcijah) ne sme neposredno stikati z bakrom.

Tudi sama kovina lahko vsebuje številne **mikro-galvanske člene**, če je npr. nehomogeno sestavljena litina (npr. nekvolitno jeklo), tako da so različni deli kovine v okolnišnem zračnem elektrolitu različno topni. V homogeno zgrajeni kovini se lahko pojavijo mikrogalvanski členi na površini, če se koncentracija zračnega kisika vzdolž površine kovine spreminja, npr. zaradi prahu ali madežev na površini kovine. Topnost kovine se namreč z večanjem koncentracije kisika zmanjšuje. Del površine kovine, ki se neposredno dotika zraka, je tako manj topen kot del, pokrit z madežem ali prahom. Znano je, da površina kovine, ki je dlje časa pokrita, močnejše korodira kot nepokrita del. Če je kovina že prekrita, pa mora biti prekrita povsem, da preprečimo elektrolitsko korozijo. Tudi kovina, ki je deloma potopljena v vodo ali drugo nevtralno tekočino, močnejše korodira na potopljenem delu (koncentracija kisika v vodi je manjša kot v zraku).

V kovini nastajajo mikrogalvanski členi tudi zaradi različnih mehanskih napetosti. Topnost kovine se namreč z večanjem mehanske obremenitve povečuje. Ob zakovicah ali vijakih (predvsem pri visokotlačnih kotlih) je kovina zaradi večje mehanske napetosti bolj topna in zato korodira.

Podzemne kovinske cevi (npr. vodovodne) korodirajo, če vodijo skozi vlažno zemljo in če so v bližini npr. tračnice cestne električne železnice (slika 2.31), ki prevajajo tok nazaj do centrale. Del tega toka teče tudi skozi vlažna tla in po kovinskih cevah (posebno če tračnice delajo velik ovinek). Cev najmočnejše korodira na mestih, kjer jo električni tok zapušča (električni tok lahko teče s kovine na okolišno vlažno zemljo le s prehajanjem pozitivnih kationov s kovine v zemljino vlago).

Korozijo kovin se da preprečiti ali vsaj vpočasnit na več načinov. Z dodatkom zelo topne kovine (cinka ali magnezija), se ustvarijo novi galvanski členi, v katerih se troši žrtvovana kovina, železo pa se ohranja. Na jekleno steno parnega kotla ali na zunanjo stran podvodnega jeklenega trupa ladje privarimo trakove cinka, ki se v nastalih galvanskih členih trošijo namesto jekla. Kovino tudi zaščitimo pred korozijo, če jo priključimo na negativni pol napetostnega vira. Kovinski kationi tem težje prehajajo v raztopino, čim bolj negativna je kovina. Tako npr. zaščitijo jekleno kon-

strukcijo mostu ali zgradbe; kot vir napetosti se uporablja akumulator, ki ga napajajo sončne celice (te spreminjajo sončno energijo v električno, str. 76).

Železo se najpogosteje zaščiti pred rjavenjem s pocinkanjem, poniklanjem, pokromanjem itd. Prevlaka preprečuje neposreden stik železa z elektrolitom – vlago. Če na pocinkani pločevini nastane raza (slika 2.32), nastane s tem galvanski člen, katerega bolj topna elektroda (-) je cinkova prevleka, manj topna (+) pa železo. Troši se cink; nastali cinkov oksid prekrije razo, s čimer se železo ponovno zaščiti. Drugače je, če nastane raza na kositrni prevleki železne pločevine; kositer je namreč manj topen kot železo.

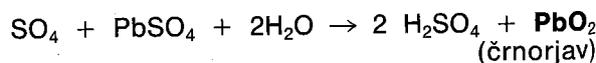
### Akumulator

Akumulator se uporablja za shranjevanje električne energije v obliki kemične energije. Med polnjenjem se električna energija spreminja v kemično, ki jo lahko akumulator hrani dlje časa. Med praznjenjem se vložena kemična energija spreminja nazaj v električno. Akumulator je sestavljen iz elektrod in raztopine elektrolita. Med polnjenjem deluje kot elektrolitska celica, med praznjenjem pa kot galvanski člen. Polnimo ga tako, da ga priključimo na vir enosmerne napetosti (minus akumulatorja na minus napetostnega vira, plus na plus). Skozenj teče električni tok, s čimer se elektrodi kemično spreminjata in postajata različno topni. Porabljena električna energija se tako spreminja v kemično energijo različno topnih elektrod; akumulator postane galvanski člen z napetostjo ( $U$ ), ki je razlika elektrodnih napetosti elektrod. Če akumulator priključimo na porabnik, steče zaradi različnih elektrodnih napetosti električni tok in razlika med elektrodama se zmanjšuje – kemična energija se spreminja v električno. Izgube energije zaradi ohmske upornosti akumulatorja so vzrok, da je napetost na sponkah akumulatorja med praznjenjem ( $U_{pr}$ ) manjša od nominalne napetosti ( $U$ ), med polnjenjem ( $U_{po}$ ) pa večja. Razmerje obeh dá **električni izkoristek akumulatorja**:

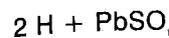
$$\eta = U_{pr}/U_{po}$$

Ta pove odstotek vložene električne energije, ki jo akumulator lahko vrne kot električno energijo. Pri običajnih akumulatorjih je električni izkoristek od 50 do 80%.

Od mnogih vrst akumulatorjev je najbolj znan **sviņcev akumulator**. Elektrodi praznega akumulatorja sta iz sviņcevega sulfata ( $\text{PbSO}_4$ ), ki je porozno nanešen na mrežastih sviņčenih okvirih, elektrolit je razredčena žveplena kislina ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ). Med polnjenjem potujejo negativni sulfatni anioni elektrolita k pozitivni anodi, kjer po oddaji naboja sprožijo reakcijo:



Na negativno vodikovi kation cija:



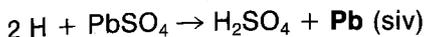
Vidimo, da se rjev sulfat na n. svinec Pb, na rjev oksid  $\text{PbO}_2$  trolita povečuj. hajajo v raztop. negativno (bo. tivno (manj t. nominalna nap.

Med praznjen kot galvanski v obratni smer poma spremin. centracija ele. sponkah akum.  $U_{pr} = 1,9 \text{V}$ , m. da električni. znaša okrog 7. prejme pribli. vsak kg lastne. tor pri višji tek. nim izkoristk. zmanjša).

Slaba stran. razmeroma t. elektrolita o. poškodbe. V. nov akumula. torja je iz nikel. železovega h. jev lug KOH. nja v elemen. oksid  $\text{Ni}_2\text{O}_3$ . F. Ah električne. deluje kot ga. okrog 1,5V, slabšem izk. sti je NiFe p. kompaktnjš. sljaje; njegov. škoduje dalj. obremenitev.

Kjer sta pon. napetostnega. akumulator. močan in st. torja je iz s. v  $\text{Ag}_2\text{O}_2$ . Kat. trodnima plo. z elektrolitom. se cink s kat. trolita in se. z anode pa s. čimer se sp. koncentraci. tega akumu. njem) ter 1,5.

Na negativno katodo akumulatorja pa potujejo vodikovi kationi elektrolita in tam se dogaja reakcija:



Vidimo, da se med polnjenjem akumulatorja svinčev sulfat na negativni katodi spreminja v sivkast svinec Pb, na pozitivni anodi pa v temnorjav svinčev oksid  $\text{PbO}_2$ . Poleg tega se koncentracija elektrolita povečuje; sulfatne skupine iz elektrod prehajajo v raztopino. Poln svinčev akumulator ima negativno (bolj topno) elektrodo iz svinca, pozitivno (manj topno) pa iz svinčevega dioksida: nominalna napetost je  $U = 2\text{V}$ .

Med praznjenjem, ko uporabljamo akumulator kot galvanski člen, potekata omenjeni reakciji v obratni smeri: Pb in  $\text{PbO}_2$  elektrodi se postopoma spreminjata nazaj v svinčev sulfat in koncentracija elektrolita se zmanjšuje. Napetost na sponkah akumulatorja med praznjenjem je okrog  $U_{pr} = 1,9\text{V}$ , med polnjenjem pa  $U_{po} = 2,4\text{V}$ , tako da električni izkoristek svinčevega akumulatorja znaša okrog  $\eta = 1,9/2,4 = 80\%$ . Akumulator lahko prejme približno 18Ah električnega naboja na vsak kg lastne mase. Pomembno je, da akumulator pri višji temperaturi obratuje z večjim električnim izkoristkom (ker se ohmska upornost zmanjša).

Slaba stran svinčevega akumulatorja je, da je razmeroma težak (svinec) in zaradi tekočega elektrolita občutljiv na mehanske in druge poškodbe. V tem pogledu je primernejši Edisonov akumulator NiFe. Anoda praznega akumulatorja je iz nikeljevega hidroksida  $\text{Ni(OH)}_2$ , katoda iz železovega hidroksida  $\text{Fe(OH)}_2$ , elektrolit je kalijev lug KOH. Med polnjenjem se katoda spreminja v elementarno železo Fe, anoda pa v nikeljev oksid  $\text{Ni}_2\text{O}_3$ . Poln akumulator NiFe hrani okrog 22 Ah električnega naboja na vsak kg lastne mase in deluje kot galvanski člen z nominalno napetostjo okrog 1,5V, električni izkoristek je 60%. Kljub slabšemu izkoristku in manjši nominalni napetosti je NiFe primernejši kot svinčev, saj je lažji, kompaktnější in manj občutljiv na mehanske tresljaje; njegovo vzdrževanje je cenejše in manj mu škoduje daljše skladiščenje ali močna tokovna obremenitev.

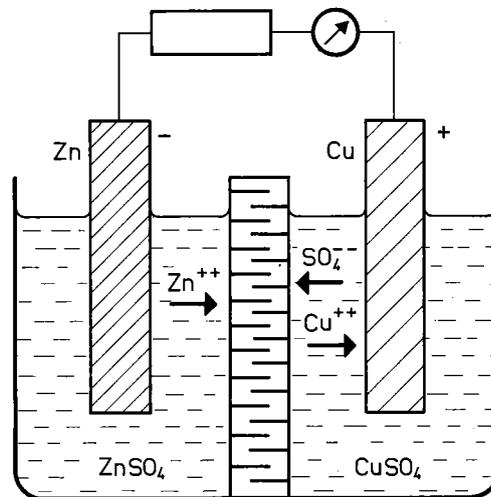
Kjer sta pomembni majhna prostornina in teža napetostnega vira (npr. v letalstvu), se uporablja akumulator ZnAg, ki je kompakten ter daje močan in stalen tok. Anoda polnega akumulatorja je iz srebra, ki je na površini oksidirano v  $\text{Ag}_2\text{O}_2$ . Katoda je iz poroznega cinka. Med elektrodama ploščama je celulozna folija, prepojena z elektrolitom (raztopina KOH). Med praznjenjem se cink s katode veže s hidroksilnimi anioni elektrolita in se spreminja v  $\text{Zn(OH)}_2$ , srebrov oksid z anode pa se reducira v elementarno srebro, pri čemer se sproščajo hidroksilni ioni, tako da se koncentracija elektrolita ne spreminja. Napetost tega akumulatorja je okrog 1,8V (med polnjenjem) ter 1,5V med praznjenjem, električni izkori-

stek je 80%. Velika kompaktnost in učinkovitost akumulatorja AgZn se kaže tudi v podatku, da lahko shrani okrog 75Ah naboja na kg lastne mase.

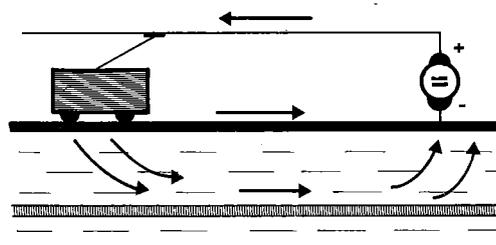
Akumulatorji so aktualni tudi za skladiščenje električne energije, ki jo pridobivajo iz alternativnih virov energije, npr. iz sončne energije, saj so ti izrazito sezonske narave.

## Električni tok v plinih

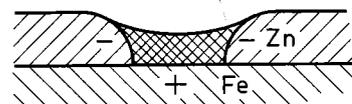
Plin je električno prevoden, če vsebuje proste električne delce – elektrone ali ione. Te ustvarjamo v plinu z ionizacijo nevtrálnih plinskih molekul ali pa jih plinu dovajamo od zunaj.



slika 2.30



slika 2.31



slika 2.32

t vir napetosti se napajajo sončne energijo v elek-

pred rjavenjem kromanjem itd. den stik železa cinkani pločevini e s tem galvanski da (-) je cinkova zo. Troši se cink: azo, s čimer se e je, če nastane e pločevine; kosi- lezo.

hranjevanje elek- ne energije. Med ergija spreminja or hrani dlje časa. kemična energija . Akumulator je e elektrolita. Med tska celica, med člen. Polnimo ga osmerne napeto- us napetostnega če električni tok, o spreminjata in bljena električna kemično energijo mulator postane ki je razlika elek- akumulator prik- di različnih elek- k in razlika med nična energija se e energije zaradi a so vzrok, da je orja med praznje- ne napetosti (U), Razmerje obeh dá rja:

rične energije, ki električno energijo. električni izkori-

y je najbolj znan praznega akumu- ta ( $\text{PbSO}_4$ ), ki je svinčenih okvirih, a kislina ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ). tivni sulfatni ani- li, kjer po oddaji

$2\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{PbO}_2$   
(črnorjav)

## Ionizacija in rekombinacija

Plin lahko ioniziramo tako, da ga obsevamo z ultravijoličnimi ali rentgenskimi žarki ali z žarki gama. Fotoni teh žarkov izbijajo elektrone iz plinskih molekul (gl. str. 204) in v plinu nastajajo **ionski pari** – prosti elektroni in pozitivni ioni. Ionizacija je popolna, če so vse molekule ionizirane. Močno ioniziranemu plinu pravimo **plazma**. Zemeljsko ozračje je stalno obsevano z radioaktivnimi žarki iz zemeljske skorje, s sončnim sevanjem ter s kozmičnimi žarki (visoko energijski fotoni in močno pospešeni elektroni, protoni in drugi delci), ki prihajajo iz Vesolja in z vseh strani oblivajo ozračje.

Plin je mogoče ionizirati tudi s segretjem na več tisoč °C. Pri tako visokih temperaturah je termično gibanje plinskih molekul zelo intenzivno, tako da se molekule plina ob medsebojnih trkih ionizirajo (del kinetične energije molekul se porabi za ionizacijo).

V močnem električnem polju se plin ionizira sam od sebe. Prosti elektroni, ki so v plinu vedno prisotni (prihajajo npr. s kozmičnimi žarki), se v močnem električnem polju pospešijo in plinske molekule se ob trkih z njimi ionizirajo; na novo sproščeni elektroni se pospešijo in ionizirajo nove molekule itd. Tako se npr. ionizira ozračje ob nevihtnih razelektrivah. Nasploh se razelektritve v plinih pogosto uporabljajo kot vir ionov.

Če ionizacija plina ni možna, napravimo plin prevoden tako, da mu dovedemo elektrone ali ione od zunaj. Najenostavneje jih dovedemo s plamenom. **Plamen** je pravzaprav vroč plin delno ioniziranih molekul in drugih delcev. Pri gorenju se sprošča kemična energija, ki se deloma porablja za vzburjanje (plamen sveti) in ionizacijo atomov goreče snovi. Če npr. s plamenom plinskega gorilnika oplazimo prostor med ploščama nabitega kondenzatorja, se kondenzator takoj izprazni (s plamenom dovedeni ioni prenesejo naboj z ene plošče na drugo, slika 2.33). Podobno se kondenzator izprazni, če npr. negativno ploščo – katodo obsevamo s kratkovalovnimi žarki (UV, rtg, gama), posebno če je plošča iz kovine, ki zlahka oddaja elektrone (npr. iz cezija). Fotoni žarkov izbijajo elektrone iz katode (t.i. **fotoemisija elektronov**, gl. str. 164). Ti se razkropijo po zraku med ploščama in napravijo zrak prevoden.

Elektrone lahko sprostimo iz katode tudi tako, da katodo segrejemo na več tisoč °C (t.i. **termična emisija elektronov**, gl. str. 69) ali če katodo obstreljujemo z močno pospešenimi elektroni oziroma drugimi električnimi delci (**sekundarna emisija elektronov**, gl. str. 249). V teh primerih je plin (zrak) prevoden zaradi prostih elektronov, ki pohajkujejo (termično) med električno nevtralnimi plinskimi molekulami. Nekatere molekule ob trkih zajamejo elektrone in se spremenijo v negativne ione.

V splošnem so v plinu tako pozitivni kot negativni ioni ter elektroni. Gostota (število v enoti prostornine, npr. v  $\text{cm}^3$ ) prvih je npr.  $n^+$ , drugih pa  $n^-$  (merska enota  $/\text{cm}^3$ ). Po navadi je  $n^- > n^+$  (predvsem zaradi prostih elektronov od zunaj). Le če je plin prevoden zgolj zaradi ionizacije plinskih molekul, se negativni elektroni in pozitivni ioni pojavljajo v parih:  $n^+ = n^-$ .

Negativni elektroni in pozitivni ioni se v plinu gibljejo termično in slejkoprej tudi zadenejo drug ob drugega, pri čemer se zaradi električne privlačne sile spet spojijo v električno nevtralne molekule. Pravimo, da se ionski pari **rekombinirajo**. Zaradi rekombinacije se število ionskih parov v plinu zmanjšuje s časom. Verjetnost, da se bodo ionski pari rekombinirali, je premo sorazmerna s produktom gostot elektronov ( $n^-$ ) in pozitivnih ionov ( $n^+$ ). Število ionskih parov, ki se v enoti časa rekombinirajo v enoti prostornine (t. i. hitrost rekombinacije), izrazimo z:

$$\alpha n^+ n^-$$

Tu je  $\alpha$  **koeficient rekombinacije** ( $\text{cm}^3/\text{s}$ ); odvisen je od vrste plina ter predvsem od temperature (pri višji temperaturi je večji). Za suh zrak pri normalnih pogojih je  $\alpha = 2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3/\text{s}$ . Če je  $n^+ = n^-$ , se torej v časovnem intervalu  $dt$  v enoti prostornine rekombinira  $\alpha n^2 dt$  ionskih parov.

Število ionskih parov v plinu (gostota  $n$ ) se spreminja s časom tako zaradi nastajanja novih (npr. s v enoti prostornine in enoti časa, merska enota  $\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$ ) kot zaradi rekombinacije. V časovnem intervalu  $dt$  se gostota  $n$  spremeni za  $dn$ :

$$dn = s dt - \alpha n^2 dt \quad \text{ali} \quad dn/dt = s - \alpha n^2$$

Z rešitvijo te diferencialne enačbe ugotovimo, kako se število ionskih parov zmanjšuje s časom, potem ko izvir ionov preneha proizvajati nove ionske pare. V ravnovesju, ko izvir ionov proizvaja ravno toliko ionskih parov, kot se jih izgubi zaradi rekombinacije, se gostota ionskih parov ustali ( $dn/dt = 0$ ) pri  $n = n_s$ , za katero velja:

$$s = \alpha n_s^2 \quad \text{ali} \quad n_s = (s/\alpha)^{1/2} \quad (2.34)$$

V suhem zraku blizu zemeljskega površja je pri normalnih pogojih  $n_s = 1000 / \text{cm}^3$ . Povprečna izdatnost ionskega izvora, ki pri normalnih pogojih v bližini zemeljskega površja ionizira zemeljsko ozračje, je potemtakem enaka:  $s = \alpha n_s^2 = 2 / \text{cm}^3\text{s}$ . Ta vrednost se precej poveča ob nevihtnem vremenu ali v času povečane sončne aktivnosti.

## Tokovna karakteristika plina

Zanima nas, kako je tok  $I$  skozi plin odvisen od napetosti  $U$ , ki je npr. priključena na plošči kondenzatorja (slika 2.34). Razmik med ploščama je  $d$ , površina vsake plošče je  $S$ . Zaradi ploščate geometrije je električno polje v plinu med plo-

ščama homogeno:  $j = I/S$ . Plin ne teče, ionov. Amperžamo vir ionov s ionskih parov. Napetost  $U$  pimerimo ustrezno  $I$  narašča preko 1–2 na sliki zakon. Ob počasneje navedenem zakonu **nasičenosti** napetosti je območja naraščati in p v območje pr  $U_{pr}$ , pri imenuje **prel** in tlaka plina

V območjih odvisen od imenuje **nes** preneha tud  $U > U_{pr}$  pa **(samostojni)** z razelektriteče tudi, če

Gostota  $n$  i zaradi prispe zaradi rekomb in ione iz p kondenzator  $V = Sd$  plir časa, ozirom V stacionarr minja s časom

$$s = \alpha n^2 + j$$

Na začetku hen ( $j/e_0 d <$  v plinu še p ter neodvis z (gl. 2.4 in )

$$j = v_+ e_0 n_+$$

Ker je hitros premo soraz (E), podobn 55), je tudi t torej velja O

V prehodnem opazno zma skih parov. z naraščanj območja na je tok že d rekombinac pobira vse (gostota  $n$  s

itivni kot negativni lo v enoti prostor-  
 $n^+$ , drugih pa  $n^-$   
 je  $n^- > n^+$  (pred-  
 od zunaj). Le če je  
 ionizacije plinskih  
 i in pozitivni ioni

i ioni se v plinu  
 tudi zadenejo drug  
 di električne pri-  
 ktrično nevtralne  
 ki pari **rekombini-**  
 e število ionskih  
 m. Verjetnost, da  
 li, je premo soraz-  
 lektronov ( $n^-$ ) in  
 nskih parov, ki se  
 ti prostornine (t.  
 no z:

e ( $\text{cm}^3/\text{s}$ ); odvisen  
 d temperature (pri  
 h zrak pri normal-  
 Če je  $n^+ = n^-$ , se  
 enoti prostornine  
 v.

ostota  $n$ ) se spre-  
 ajanja novih (npr.  
 asa, merska enota  
 cijie. V časovnem  
 eni za  $dn$ :

$$= s - an^2$$

ačbe ugotovimo,  
 manjšuje s časom,  
 proizvajati nove  
 izvir ionov proiz-  
 kot se jih izgubi  
 ta ionskih parov  
 katero velja:

$$(2.34)$$

ga površja je pri  
 $/\text{cm}^3$ . Povprečna  
 normalnih pogo-  
 a ionizira zemelj-  
 naka:  $s = an_s^2 =$   
 recej poveča ob  
 povečane sončne

i plin odvisen od  
 na na plošči kon-  
 med ploščama je  
 Zaradi ploščate  
 v plinu med plo-

ščama homogeno in lahko računamo z gostoto  
 toka:  $j = I/S$ . Kljub priključenju napetosti tok skozi  
 plin ne teče, če v plinu ni prostih elektronov ali  
 ionov. Ampermeter pokaže tok šele, ko pribli-  
 žamo vir ionov. Ta npr. ustvarja vsako sekundo  
 $s$  ionskih parov v enoti prostornine ( $\text{cm}^3$ ) plina.  
 Napetost  $U$  povečujemo od nič navzgor in sproti  
 merimo ustrezni tok. Opazimo, da v začetku tok  
 $I$  narašča premo sorazmerno z napetostjo (odsek  
 1–2 na sliki 2.35), kar pomeni, da velja Ohmov  
 zakon. Ob nadaljnjem večanju napetosti tok  
 počasneje narašča, kot bi pričakovali po Ohmov-  
 vem zakonu (odsek 2–3), nakar se v območju  
**nasičenosti** ustali (3–4); kljub povečevanju  
 napetosti je konstanten ( $j = j_{nas}$ ). Na koncu  
 območja nasičenosti (točka 4) začne tok spet  
 naraščati in po prehodnem območju (4–5) preide  
 v območje **preboja**, kjer se strmo povečuje. Nape-  
 tost  $U_{pr}$ , pri kateri se začne območje preboja, se  
 imenuje **prebojna napetost**; odvisna je od vrste  
 in tlaka plina.

V območjih 1–5 tokovne karakteristike je tok  
 odvisen od izdatnosti  $s$  ionskega vira, zato se  
 imenuje **nesamostojni tok**; če vir odstranimo,  
 preneha tudi tok. V območju preboja (to je za  
 $U > U_{pr}$ ) pa postane tok neodvisen od vira ionov  
**(samostojni tok)**. Samostojni tok se vzdržuje  
 z razelektrenjem v močnem električnem polju;  
 teče tudi, če vira ionov ni več.

Gostota  $n$  ionskih parov v plinu se povečuje  
 zaradi prispevkov ionskega vira, zmanjšuje pa se  
 zaradi rekombinacije in ker tok odnaša elektrone  
 in ione iz plina ter jih nevtralizira na ploščah  
 kondenzatorja. Pri toku  $I = jS$  se iz volumna  
 $V = Sd$  plina izgubi  $I/e_0$  ionskih parov v enoti  
 časa, oziroma  $I/e_0 V = j/e_0 d$  iz enote prostornine.  
 V stacionarnem stanju (ko se gostota  $n$  ne spre-  
 minja s časom) torej velja:

$$s = an^2 + j/e_0 d \quad (2.35)$$

Na začetku tokovne karakteristike je tok še maj-  
 hen ( $j/e_0 d \ll an^2$ ), pa je zato gostota ionov  
 v plinu še praktično konstantna:  $n \cong n_s = \sqrt{s/a}$   
 ter neodvisna od napetosti; lahko jo izrazimo  
 z (gl. 2.4 in 2.29):

$$j = v_+ e_0 n_+ + v_- e_0 n_- = (v_+ + v_-) e_0 n$$

Ker je hitrost elektronov ( $v_-$ ) ali ionov ( $v_+$ ) v plinu  
 premo sorazmerna z jakostjo električnega polja  
 ( $E$ ), podobno kot v raztopini elektrolitov (gl. str.  
 55), je tudi tok premo sorazmeren z napetostjo in  
 torej velja Ohmov zakon.

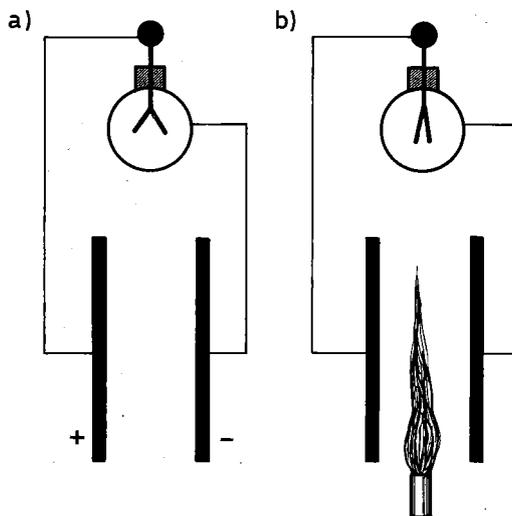
V prehodnem območju 2–3 se gostota ionov ( $n$ )  
 opazno zmanjšuje, ker tok pobira vedno več ion-  
 skih parov. Zato se tok le počasi povečuje  
 z naraščanjem napetosti, dokler se na začetku  
 območja nasičenosti (3) povsem ne ustali. Tedaj  
 je tok že dovolj velik, da velja  $j/e_0 d \gg an^2$ , in  
 rekombinacija ni več pomembna. Tok sproti  
 pobira vse ionske pare, ki jih vir dovaja plinu  
 (gostota  $n$  se zmanjša praktično na nič). Tok se

neposredno vzdržuje od vira ter je premo soraz-  
 meren z njegovo izdatnostjo  $s$ :

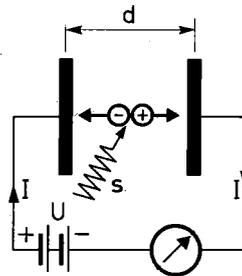
$$j = j_{nas} \cong se_0 d \quad (2.36)$$

Kolikor ionskih parov izvor dovede plinu v enoti  
 časa, toliko jih tok sproti nevtralizira na ploščah  
 kondenzatorja. Torej tok ne more naraščati,  
 četudi napetost povečujemo. Vidimo, da je tok  
 nasičenja premo sorazmeren tudi z razmikom ( $d$ )  
 plošč. Večjemu  $d$  namreč ustreza večji volumen  
 plina in zato več proizvedenih ionskih parov.

Na koncu vodoravnega dela tokovne karakteri-  
 stike začne tok ob večanju napetosti spet nara-  
 ščati, in to tem močnejše, čim večja je napetost  
 (območje 4–5 na sliki 2.35). Pri teh napetostih je  
 električno polje v plinu dovolj močno, da se pri-  
 marni elektroni (ki jih v plinu sprošča vir ionov)  
 na prosti poti v električnem polju dovolj pospe-  
 šijo, da se plinske molekule ob trkih z njimi ionizi-  
 rajo (spremenijo v ionske pare). Primarni ter na



slika 2.33



slika 2.34

novo sproščeni elektroni še naprej ionizirajo plinske molekule itd. Nastane **plaz** z ionizacijo sproščenih ionskih parov – elektronov in pozitivnih ionov (slika 2.36): po preteku vsakega prostega časa (ko elektroni pretečejo povprečno prosto pot med zaporednimi trki) se število ionskih parov podvoji. Tako se električni tok močno poveča, vendar je še odvisen od izdatnosti ( $s$ ) ionskega vira. Če vir odstranimo, preneha tudi plazovita ionizacija (tok je torej še nesamostojen). V tem območju tokovne karakteristike ionizirajo plinske molekule le elektroni. Pozitivni ioni so precej večji od elektronov, zato imajo manjšo povprečno prosto pot (gl. I. del, str. 180) in prejemajo od električnega polja manj energije kot elektroni.

Ko napetost prekorači prebojno vrednost ( $U > U_{pr}$ ), začne poleg elektronov ionizirati plinske molekule tudi masivni pozitivni ioni. Ob tem se sproščajo energetični fotoni (ultravijolični in rentgenski), ki se širijo v vse smeri in dodatno ionizirajo plinske molekule. Poleg tega (skupaj s pozitivnimi ioni) izbijajo iz elektrod sekundarne elektrone, ki nadaljujejo ionizacijo plinskih molekul itd. Plazovita ionizacija se tako razširi na celotno območje plina. Celotni tok se močno ojači in postane samostojen, neodvisen od prvotnega (zunanjega) ionskega izvora. Pravimo, da nastane **električni preboj**.

Prebojna jakost električnega polja ( $E_{pr} = U_{pr}/d$ ), pri kateri se začne množična plazovita ionizacija, je odvisna od vrste plina. Je tem manjša, čim daljša je povprečna prosta pot molekul v plinu, to je, čim manjši je tlak ( $p$ ) plina. Poskusi kažejo, da je  $E_{pr}$  premo sorazmeren s tlakom  $p$ ; količnik  $E_{pr}/p$  je za posamezen plin konstanten. Za zrak je npr.  $E_{pr}/p = 30$  kV/cmbar. Pri normalnih pogojih ( $p = 1$  bar) je torej prebojna jakost enaka 30 kV/cm, v vakuumu s tlakom 1 mbar pa le 30 V/cm.

Kakšen tok teče skozi plin, je odvisno predvsem od razmerja  $E/p$ . Če je to manjše od kritične vrednosti  $E_{pr}/p$ , je tok nesamostojen. Nesamostojni tok izkoriščamo za merjenje ionizacijske sposobnosti radioaktivnega sevanja (gl. str. 248), samostojni tok pa predvsem kot svetlobni izvor in za proizvodnjanje visokih temperatur.

### Samostojni tok

Omenili smo, da nastane električni preboj (razelektritev), če je jakost električnega polja v plinu večja od prebojne vrednosti (30 kV/cm za zrak pri normalnih pogojih). Če je vir napetosti dovolj močan, da po prvem preboju ne upade, si razelektritve sledijo zaporedoma – dobimo samostojni tok.

Samostojni tok spremljajo številni sekundarni pojavi. Zaradi intenzivne ionizacije se spremenijo kemične lastnosti plina. Plinske molekule disociirajo v atome in v plinu se sprožijo različne kemične reakcije, v ozračju npr. nastaja iz kisika

ozon, iz dušika pa različni dušikovi oksidi. Pospešeni elektroni in pozitivni ioni s trki vzbujaajo plinske molekule, da te sevajo svetlobo (in drugo elektromagnetne valove), ki so značilni za vrsto plina (gl. str. 66). Poleg tega udarjajo ob elektrodi, ki se zato močno segrejeta (do žarenja). Masivni pozitivni ioni izbijajo iz negativne elektrode poleg sekundarnih elektronov tudi kovinske atome, zaradi česar se katoda troši. Zaradi intenzivne ionizacije plina in sekundarne emisije elektronov in fotonov, ki spremljajo samostojni tok, se električni upor plina z večanjem toka opazno zmanjšuje. Pravimo, da ima plin v območju samostojnega toka **negativno karakteristiko**. Čim večji je tok, tem manjša napetost je potrebna za njegovo vzdrževanje (slika 2.37, nadaljevanje slike 2.35 v območje samostojnega toka). Zato moramo v tokovni krog vključiti dovolj velik ohmski upornik, da preprečimo kratek stik, ko se samostojni tok povsem razvije, postane namreč plin zelo prevoden.

Na sliki 2.37 je z  $U_{vz}$  označena t.i. **vžigna napetost**, to je prebojna napetost ( $U_{pr}$  na sliki 2.35), pri kateri se samostojni tok začne. V začetnem delu karakteristike samostojnega toka, ko je tok še razmeroma majhen, napetost pa velika, imamo t.i. **tleče ali koronasto razelektrenje**. Pri velikih tokovih, ko se napetost že močno zmanjša, pa je razelektrenje s **tokovim lokom** oziroma z **iskrenjem**.

Zgoraj smo obravnavali tok v dokaj homogenem električnem polju med ploščama kondenzatorja (slika 2.34). V splošnem pa je električno polje nehomogeno. Jakost električnega polja je posebno velika v bližini konic ter močno zakrivljenih delov kovinskih ali drugih prevodnih plošč (kjer so električne silnice močno zgoščene). Zgodí se, da jakost polja v bližini konic že presegá prebojno vrednost, medtem ko je drugje še ne dosega. Prosti elektroni iz zraka se v močnem električnem polju v neposredni bližini konic (npr. okrog mokre vejice, konice strelovoda, dežnika ipd.) močno pospešijo in lahko ionizirajo zračne molekule. Vzbujene molekule sevajo značilno škrlatno modrikasto svetlobo, ki obdaja konice (**korona ali Elijev ogenj**). Razelektrenje se nadaljuje s sekundarno emisijo elektronov iz negativne elektrode (če je konica negativna), ki jo obstreljujejo pozitivni ioni; vendar je omejeno na neposredno okolico konice. Tok pri koronastem razelektrenju je sicer razmeroma majhen, vendar stalen. Pomemben je npr. pri visokonapetostnem daljnovodu, kjer povzroča izgubo električne energije. Daljnovodne žice zato ne smejo imeti konic in morajo biti čimbolj debele. Da zaradi tega niso pretežke, so votle.

S koronastim razelektrenjem se plin močno ionizira, zato ga izkoriščamo kot vir ionov oziroma električnega naboja (npr. pri Van de Graafovem generatorju napetosti, str. 30, pri elektrostatskih filterih za naelektrenje prašnih delcev ipd.). Koronasto razelektrenje v plinu je pomembno tudi v kemiji, saj so v močno ioniziranem plinu možne

različne kemične reakcije, ki sproščajo različne dušikove kisline. Predvsem pa se pojavlja kot vir svetlobe.

Prebojna oziroma prebojna prične koronasto svetlobo (tok), se precej zmanjša, pa zato te pojavi v plinu.

Med elektrodi (dolgi 40–50 cm) nastane stalno napetost (slika 2.38). Pri normalnih pogojih ne spremljajo svetlobo (**trčenje**). Tlak plina je npr. priključimo zrak, zimo, da se svetloba (zraka) zmanjša, je povprečna napetost velika, da se svetloba relativno majhna, lahko ionizirajo pospešujejo sekundarne elektrone, kotno proč od katode, že na kratki razdalji dovolj naraste (zraka) in v bližini svetleči katode tega sloja se izgubi zaradi poveča, da elektroni jati molekule, čemu katodni prosti katodni prosti zaradi kontrastnega katodnega prou (zaradi in dar je še do praktično v bližini ioni se le pojavijo pa električnem katodnem naboj in me padec električnega **padec**, ki je  $U$  med elektrodi. Katodni padec katode; v splošnem ionizacijska manjše je svetlobo. Vidimo, da svetloba nehomogeno naboja; jakost svetlobe drugod pa je

Novo sproščeno svetlobo prejmejo drugi delci, so medtem dobijo začetno svetlobo, stora množico dobimo močno svetlobo (3 od vrste plina)

škivki oksidi. Pospeševanje s trki vzbujajo plin svetlobo (in druge pojave), ki so značilni za vrsto plina, ki udarjajo ob elektrode. Če se elektroni odbijejo (do žarenja) ali iz negativne elektrode, elektronov tudi kovinskih katodah troši. Zaradi sekundarne emisije elektroni spremljajo samostojni tok, ki se s večanjem toka povečuje, da ima plin značilno negativno karakteristiko. Pri manjši napetosti je tok enak (slika 2.37). Če napetost povečamo, se tok poveča, dokler ne doseže dovolj velikega, da prekrižamo kratek stik, ki se razvije, postane

na t.i. **vžigna napetost** ( $U_{pr}$  na sliki 2.35), pri kateri se začne vžigati. V začetnem delu toka, ko je tok še majhen, imamo **ohmsko razelektrjenje**. Pri velikih tokovih napetostno zmanjša, pa je to oziroma z **iskrenjem**

v dokaj homogenem toku. Če se na kondenzatorju nabije električno polje, ki je močno zakrivljeno, ter močno zakrivljeno (prevednih plošč, ki so močno zgoščene) v bližini konic že preden ko je drugje še majhen tok, se v močnem toku bližini konic (npr. na koncu strelovoda, dežnika) močno ionizirajo zračne molekule, ki obdajajo konic razelektrjenje se nadevajo elektronov iz negativne elektrode (ki je negativna), ki je omejeno na tok. Tok pri koronastem toku je majhen, vendar visokonapetostnem toku izgubo električne energije zato ne smejo imeti, ki je debele. Da zaradi

se plin močno ionizira, ki so medtem z ionizacijo izgubili nekaj svoje energije) začno na koncu temnega katodnega prostora množično vzbujati plinske molekule; dobimo močno svetlečo plast, t.i. **negativno tlečo svetlobo** (3 na sliki 2.38). Njena barva je odvisna od vrste plina (glej tabelo).

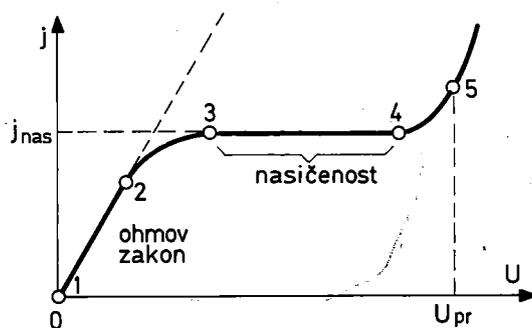
različne kemične reakcije; v zraku npr. sinteza dušikove kisline (pomembno gnojilo) iz dušika. Predvsem pa se koronasto razelektrjenje uporablja kot vir svetlobe.

Prebojna oziroma vžigna napetost, pri kateri se prične koronasto razelektrjenje (to je samostojni tok), se precej zmanjša, če zmanjšamo tlak plina, pa zato te pojave lažje opazujemo v razredčenem plinu.

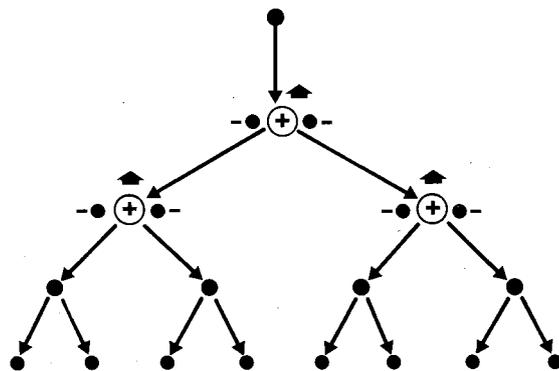
Med elektrodi v zaprti podolgovati stekleni cevi (dolgi 40–50 cm) priključimo (prek upornika) stalno napetost  $U$  (od 500 V do nekaj kV, slika 2.38). Pri normalnem tlaku (1 bar) prevaja plin le nesamostojni tok, ki pa je razmeroma šibak in ga ne spremljajo sekundarni pojavi (t.i. **tiho razelektrjenje**). Tlak plina postopoma zmanjšujemo (cev npr. priključimo na vakuumsko črpalko). Opazimo, da se samostojni tok prične, ko se tlak (zraka) zmanjša na nekaj milibarov. Pri tem tlaku je povprečna prosta pot elektronov v zraku dovolj velika, da se elektroni v električnem polju (kljub relativno majhni napetosti) zadosti pospešijo, da lahko ionizirajo molekule. Nastali pozitivni ioni se pospešujejo k negativni elektrodi in izbijajo iz nje sekundarne elektrone. Ti se pospešujejo pravokotno proč od katode. Njihova kinetična energija že na kratki razdalji (nekaj desetih mm) od katode dovolj naraste, da začno vzbujati molekule plina (zraka) in v neposredni bližini katode nastane svetleči katodni sloj (1 na sliki 2.38). Na koncu tega sloja se kinetična energija elektronov (kljub izgubi zaradi vzbujanja molekul) že toliko poveča, da elektroni v glavnem prenehajo vzbujati molekule, pač pa jih začno ionizirati. Svetlečemu katodnemu prostoru zato sledi temni katodni prostor (2 na sliki 2.38), ki se zdi temen zaradi kontrasta s svetlečim slojem. V temnem katodnem prostoru se kinetična energija elektronov (zaradi ionizacije) postopoma izgublja, vendar je še dovolj velika, da se elektroni gibljejo praktično v paralelnem curku. Nastali pozitivni ioni se le počasi premikajo, sproščene elektrone pa električno polje takoj odtegne, zato se v temnem katodnem prostoru nabere močan pozitivni naboj in med njim ter katodo se pojavi velik padec električnega potenciala, t.i. **katodni padec**, ki je le malo manjši od celotne napetosti  $U$  med elektrodama (gl. spodnji del slike 2.38). Katodni padec je odvisen od vrste plina in katode; v splošnem je tem manjši, čim manjša je ionizacijska energija plina (gl. str. 190) ter čim manjša je izstopno delo katode (gl. str. 68). Vidimo, da je električno polje v plinu izrazito nehomogeno (zaradi neenakomerne porazdelitve naboja); jakost polja je največja v bližini katode, drugod pa je polje razmeroma šibko.

Novo sproščeni elektroni (ki v katodnem padcu prejmejo dovolj energije) in prvotni elektroni (ki so medtem z ionizacijo izgubili nekaj svoje energije) začno na koncu temnega katodnega prostora množično vzbujati plinske molekule; dobimo močno svetlečo plast, t.i. **negativno tlečo svetlobo** (3 na sliki 2.38). Njena barva je odvisna od vrste plina (glej tabelo).

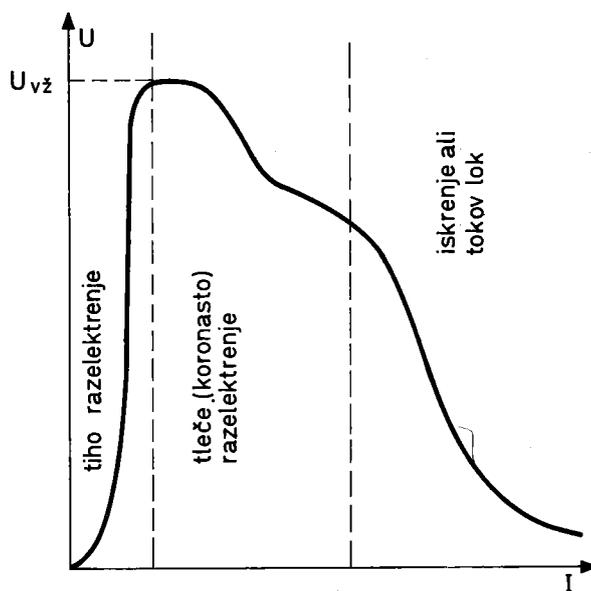
Na območju negativne tleče svetlobe se kinetična energija elektronov zaradi vzbujanja molekul in zaradi električnega privlačenja pozitivnega prostorskega naboja iz temnega katodnega prostora zmanjša skoraj do termičnih energij, tako da se elektroni na koncu tega območja gibljejo že cikcakasto (termično) v vseh smereh. Smo v območju drugega temnega prostora (4 na sliki 2.38), v katerem se elektroni gibljejo v glavnem



slika 2.35



slika 2.36



slika 2.37

termično, le pozitivna anoda jih nekoliko pospešuje. Na koncu tega prostora se kinetična energija elektronov dovolj poveča, da začno elektroni spet vzbuja in nekoliko tudi ionizirati plinske molekule. Tu se začenja območje **plazme** ali **pozitivne tleče svetlobe** (5 na sliki 2.38), ki se razteza skoraj do anode. Plazma je skorajda električno nevtralna (koncentracija pozitivnih ionov je približno enaka koncentraciji negativnih elektronov) in na njenem območju se električno polje le malo spreminja. Svetlečo plazmo uporabljamo za umetno razsvetljavo (npr. neonski napisi in reklame); spekter njene svetlobe je bližje dolgovolnim barvam kot spekter negativne tleče svetlobe, je pa prav tako odvisen od vrste plina (glej tabelo).

### Barva svetlobe v cevi s tlečim razelektrenjem

Plin	Negativno tlenje	Plazma
zrak	modra	škrlatno modra
vodik	svetlo modra	rožnata
dušik	modra	rdeča
helij	zelena	rdeča do vijolična
argon	temno modra	temno rdeča
neon	oranžna	opekasto rdeča
natrijeva para	belkasta	rumena
kalijeve para	svetlo modra	zelena
živo srebro	zelena	zelenkasta

Za tleče razelektrenje v plinih sta pomembna katodni padec (v katerem se elektroni pospešujejo v curku proč od katode) ter rob temnega katodnega prostora, kjer nastajajo pozitivni ioni. Lega anode in dolžina plazme (to je cevi) nista bistveni. Cev lahko priključimo tudi na izmenično napetost. Tedaj se katodni in anodni prostor stalno izmenjujeta (s frekvenco priključene napetosti, to je 50 Hz), zaradi česar npr. neonske reklame utripajo.

V katodnem padcu se poleg elektronov pospešijo tudi pozitivni ioni in sicer v smeri k negativni katodi. Močno pospešeni ioni bombardirajo katodo, jo pregrevajo, da žari, in celo izbijajo iz nje kovinske atome (t.i. **katodna atomizacija kovin**). Izparjeni kovinski atomi se nato nalagajo na hladnih stenah v okolici katode. Katodno atomizacijo izkoriščamo za metaliziranje različnih ploskev s tenkimi, trdnimi kovinskimi filmi, npr. za zelo kvalitetna zrcala, polprepustne plasti ipd.

Če je katoda preluknjana, prodrejo pospešeni pozitivni ioni skozi luknjice in na drugi strani katode se pojavijo curki pospešenih pozitivnih ionov plina, ki je v cevi (slika 2.39, t.i. **pozitivni ali kanalski žarki**). Takšna cev se npr. uporablja kot vir pozitivnih ionov pri različnih pospeševalnikih in masnih spektrometrih (str. 90 in 228).

Poglejmo, kaj se dogaja v taki cevi, če tlak plina pri stalni napetosti zmanjšujemo. Ker se povprečna prosta pot elektronov povečuje, se povečujeta tudi širini obeh temnih prostorov ob

katodi, in to na račun manjšanja dolžine plazme. Čim manjši je tlak, tem bolj plazma »leze« v anodo; običajno se pri tem cepi na svetle in temne prečne pasove. Pri tlaku nekaj stotink milibara plazma in drugi temni prostor izgineta, negativna svetleča plast pa doseže anodo. Če tlak še zmanjšamo, npr. na nekaj mikrobarev, izgine tudi negativna svetleča plast in temni katodni prostor se raztegne povsem do anode; cev »ugasne«. V tako močno razredčenem plinu je električni tok možen le, če napetost povečamo na več kV, s čimer omogočimo nadaljnjo ionizacijo plinskih molekul. V močnem električnem polju ob katodi se elektroni močno pospešijo in se gibljejo v premem curku pravokotno proč od katode (t.i. **katodni žarki**), ne glede na lego in obliko anode. Steklana stena cevi nasproti katode se svetlika v zelenkasti svetlobi, ker steklo zaradi udarcev pospešenih elektronov fluorescira. Pri tlakih manj od 0,01 mikrobarev je plin v cevi že tako močno razredčen (čeprav je še vedno okrog  $10^{11}$  molekul v  $\text{cm}^3$  plina), da trki elektronov ob molekule niso več pomembni (povprečna prosta pot je npr. večja od nekaj m) in samostojni tok ni več možen. Električni tok je v tem primeru le v obliki curka elektronov, ki izhajajo iz katode, npr. s termično ali fotoelektrično emisijo.

Tleče razelektrenje v razredčenih plinih se uporablja predvsem kot izvor svetlobe in ultravijoličnih žarkov. V ta namen so primerni žlahtni plini (neon, argon, kripton, ksenon) ter živosrebrna in natrijeva para. Pri reklamnih napisih se izkorišča pozitivna tleča svetloba (plazma), ki (ne glede na obliko in velikost cevi) napolnjuje celoten prostor med katodo in anodo. Barva svetlobe je odvisna od vrste plina in od njegovega tlaka. Neon pretežno sveti svetlordeče, helij rumeno, živosrebrna para modro zeleno itd. Bele fluorescenčne svetilke za dnevno osvetljevanje prostorov so polnjene z mešanico živosrebrne pare in neona; notranje stene cevi so prevlečene z različnimi luminiscenčnimi snovmi (npr. kalcijevim volfratom, cinkovim silikatom idr.). Ultravijolični žarki in kratkovalovna svetloba, ki jih oddaja plinilni plin, se absorbirajo v luminiscenčnih snoveh in se »predelajo« v različne barve, tako da v celoti dobimo belo svetlobo. Fluorescenčne svetilke so opremljene s starterjem, ki ob vklopu segreje katodo, da ta emitira elektrone, s čimer se omogoči vžig cevi. Tovrstne svetilke oddajajo okrog 60 lm svetlobnega toka na W porabljene moči (običajne žarnice z žarilno nitko pa le 10–15 lm/W).

**Tlivka** je hermetično zaprta steklana cev z vgrajenima elektrodama (iz železa ali aluminija, prevlečena z barijem). Napolnjena je z žlahtnim plinom pri nizkem tlaku, tako da je vžigna napetost nekaj nad 100 V in da sveti le negativna tleča svetloba (plazma ni). Ko napetost na tlivki prekorači vžigno vrednost, začne tlivka prevajati samostojni tok in plin v bližini katode zasveti (rdečkasto, če je plin neon). Ker se z naraščanjem napetosti upor prevodne tlivke zelo zmanjšuje (zaradi intenzivne ionizacije), mora biti v tokovnem

krogu tlivke (5 kΩ), ki omogoča tok 15–20 mA (druga tlivka poveča, nastane duje). Če se vlogi katode s tlivko ugotavljamo, vira (katoda je minus, anoda je priključena na zasveti minus, kuševalec vse

Recimo, da razelektrenje postopoma zmanjšamo, zmanjša se prevajajoči tok (ki v tlivki ugasne). Če napetost vžigne napetost, ugasno napetost, jamo žagasto

Posebej prirejen (npr. za proizvodnjo svetlobe. Električni tok v kratkem času tedaj močno

Samostojni tok izviruje, ker v razredčenem plinu ioni izbijajo iz katode, nadalje ionizirajo katode močno, da zažari. S povečanjem napetosti poveča: tleče svetlobo katodnega prostora (50 A) pri razredčenem (50–100 V). Tleče svetlobo (malnih ali celotnih barov).

Oglejmo si razelektrenje stima oglenilni, da med elektroni (izmenično) in elektroni (električni tok) elektroni uparajo trodi nekoli. Segreta katoda izmenično emisijo samostojni tok (v zraku) anoda se bo negativna katoda zadevajo elektroni polja (zaradi energije kot) zaradi termične segreti kot) z izhlapevanjem anode izbijajo t.i. anodni žarki in oglenilni plamen, razelektrenje

a dolžine plazme  
 plazma »leze«  
 cevi na svetle in  
 nekaj stotink mili-  
 prostor izgineta,  
 že anodo. Če tlak  
 mikrobarov, izgine  
 in temni katodni  
 do anode; cev  
 redčenem plinu je  
 tost povečamo na  
 daljnjo ionizacijo  
 ktričnem polju ob  
 ešijo in se gibljejo  
 oč od katode (t.i.  
 o in obliko anode.  
 katode se svetlika  
 o zaradi udarcev  
 scira. Pri tlakih  
 in v cevi že tako  
 vedno okrog  $10^{11}$   
 elektronov ob mole-  
 ečna prosta pot je  
 ostojni tok ni več  
 primeru le v obliki  
 katode, npr. s ter-

ih plinih se upo-  
 obe in ultravijolič-  
 nerni žlahtni plini  
 ter živosrebrna in  
 apisih se izkorišča  
 a), ki (ne glede na  
 je celoten prostor  
 etlobe je odvisna  
 a tlaka. Neon pre-  
 menno, živosrebrna  
 uorescence sve-  
 prostorov so pol-  
 e pare in neona;  
 čene z različnimi  
 kalcijevim volfra-  
 dr.). Ultravijolični  
 ki jih oddaja pol-  
 iscenčnih snoveh  
 ve, tako da v celoti  
 enčne svetilke so  
 ob vklopu segre-  
 rone, s čimer se  
 svetilke oddajajo  
 na W porabljene  
 rilno nitko pa le

klena cev z vgraje-  
 aluminija, prevle-  
 z žlahtnim plinom  
 na napetost nekaj  
 na tleča svetloba  
 tlivki prekorači  
 prevajati samo-  
 e zasveti (rdečka-  
 araščanjem nape-  
 zmanjšuje (zaradi  
 biti v tokovnem

krogu tlivke vključen zaščitni upornik (okrog  $5\text{ k}\Omega$ ), ki omejuje tok skozi tlivko na okrog  $15\text{--}20\text{ mA}$  (drugače se tok skozi tlivko zelo poveča, nastane tokov lok, in tlivka se poškoduje). Če se predznak napetosti spremeni, se vlogi katode in anode zamenjata. Tako lahko s tlivko ugotovljamo predznak pola napetostnega vira (katoda je npr. narejena v obliki predznaka minus, anoda pa v obliki plusa). Če je katoda priključena na negativni pol napetostnega vira, zasveti minus, drugače pa plus. Tudi fazni preizkuševalec vsebuje tlivko.

Recimo, da napetost na tlivki, ki prevaja tok, postopoma zmanjšujemo. Tudi ko se napetost že zmanjša pod vžigno vrednost, tlivka še naprej prevaja tok (ker je plin v cevi še močno ioniziran). Tlivka ugasne šele, ko se napetost spusti pod t.i. **ugasno napetost** ( $U_{ug}$ ), ki je za  $30\text{--}50\text{ V}$  nižja od vžigne napetosti. Zaradi razlike med vžigno in ugasno napetostjo lahko s pomočjo tlivke ustvarjamo žagasto napetost (gl. str. 73).

Posebej prirejena tlivka (običajno polnjena s ksenonom) se uporablja kot **elektronska bliskavica** za proizvodnjo kratkotrajnih močnih bliskov bele svetlobe. Električna energija kondenzatorja se v kratkem času (nekaj ms) izprazni skozi tlivko, ki tedaj močno zasveti.

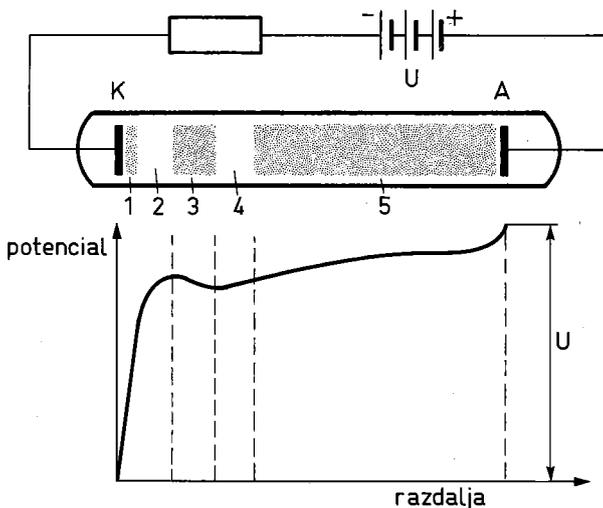
Samostojni tok s tlečim razelektrenjem se vzdržuje, ker v razredčenem plinu pospešeni pozitivni ioni izbijajo iz katode sekundarne elektrone, ki nadalje ionizirajo plin. Emisijo elektronov iz katode močno povečamo, če katodo segrejemo, da zažari. S tem se samostojni tok močno poveča: tleče razelektrenje preide v **tokov lok**, za katerega so značilni veliki tokovi (nekaj deset do  $50\text{ A}$ ) pri razmeroma nizkih delovnih napetostih ( $50\text{--}100\text{ V}$ ). Tokov lok je posebno izrazit pri normalnih ali celo povišanih tlakih (npr. do  $100\text{ barov}$ ).

Oglejmo si značilnosti tokovega loka med paličastima ogljenima elektrodama. Lok vžgemo tako, da med elektrodi priključimo napetost (lahko tudi izmenično) in ju zblizamo, da se stakneta. Steče električni tok, ki elektrodi ob stiku (kjer je velika električna upornost) močno segreje. Nato elektrodi nekoliko (za nekaj mm) razmaknemo. Segreta katoda začne oddajati elektrone (gl. termično emisijo elektronov, str. 69), ki sprožijo samostojni tok: med elektrodama nastane tokov lok (v zraku sveti škrlatno modrikasto). Pozitivna anoda se bolj segreva (celo do  $4000\text{--}5000\text{ }^\circ\text{C}$ ) kot negativna katoda (največ do  $4500\text{ }^\circ\text{C}$ ), ker vanjo zadevajo elektroni, ki prejemajo od električnega polja (zaradi daljše povprečne proste poti) več energije kot pozitivni ioni. Poleg tega se katoda zaradi termične emisije elektronov ne more toliko segreti kot anoda (podobno kot se voda hladi z izhlapevanjem hlapov). Z udarci elektronov se iz anode izbijajo tudi atomi anodne kovine, nastaja t.i. anodni krater. Razpršeni delci anode v loku žarijo in oddajajo belo svetlobo (t.i. obločni plamen, njegova temperatura je okrog

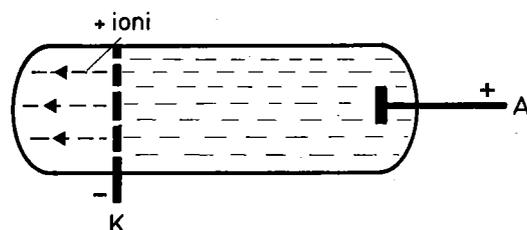
$3000\text{--}4000\text{ }^\circ\text{C}$ ). Razžarjeni elektrodi in obločni plamen oddajajo belo svetlobo; večina te (okrog  $85\%$ ) prihaja od anodnega prostora, precej manj ( $15\%$ ) pa od katodnega.

Tokov lok se uporablja kot močan vir bele svetlobe (npr. **obločnica** pri kinoprojektorjih) ter za proizvodnjo visokih temperatur, npr. za varjenje, taljenje kovin z visokim tališčem ter za različne visokotemperaturne kemične reakcije (npr. za sintezo dušikove kisline iz dušika in kisika v zraku).

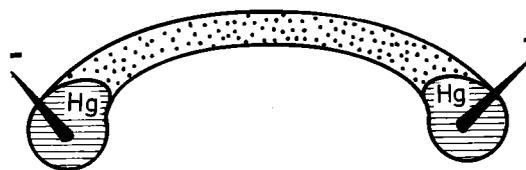
Poseben je tokov lok pri **živosrebrni svetilki**, ki jo uporabljamo kot vir ultravijoličnih žarkov (t.i. višinsko sonce). V cevi iz kremenčevega stekla sta elektrodi iz (tekočega) živega srebra (slika 2.40). Cev nagnemo, da se elektrodi zlijeta, s čimer se sklene tokovni krog. Nastali električni tok segreje živo srebro, ki zato deloma izpari (delni tlak živosrebrne pare v cevi je okrog  $10\text{ mbar}$ ). Ko se stik med elektrodama prekine, zagori v živosrebrni atmosferi tokov lok. Ta oddaja predvsem kratkovalovno svetlobo in ultravijolične žarke (valovna dolžina navzdol do  $0,2\text{ }\mu\text{m}$ ).



slika 2.38



slika 2.39



slika 2.40

## Električni tok v vakuumu

Vakuum je omejen prostor, v katerem je zrak tako močno razredčen, da je povprečna prosta pot zračnih molekul velika v primerjavi z dimenzijami prostora, tako da medsebojni trki molekul niso pomembni. Da lahko prostor obravnavamo kot vakuum, mora biti tlak zraka npr. v centimetrski posodi (glej tabelo na koncu knjige) manjši od 0,1  $\mu$ bar, v meter dolgi cevi pa celo manjši od  $10^{-10}$  bar. Toda celo pri tako nizkem tlaku je še vedno okrog  $3 \cdot 10^{10}$  molekul v  $\text{cm}^3$  zraka. Vakuum torej še ne pomeni povsem praznega prostora.

Zaradi izredno majhne gostote se zračne molekule v vakuumu praktično ne ionizirajo. Električni tok zato lahko teče skozi vakuum le, če iz sten (ki omejujejo prostor) izhajajo električni delci, ki nato potujejo skozi vakuum. Najlažje izstopajo elektroni, in to iz kovine, če je ta priključena (kot katoda) na negativni pol napetostnega vira. Večinoma to dosežemo tako, da katodo osvetlimo s kratkovalovno svetlobo (fotoelektrična emisija) ali da jo segrejemo (termoelektrična emisija). Elektrone lahko potegnemo iz kovine tudi z močnim električnim poljem, npr. z 10 MV/cm (katoda mora biti koničasta), s čimer omogočimo stalen tok skozi vakuum.

### Fotoelektrična emisija – fotocelica

Kratkovalovno elektromagnetno valovanje (gamma, rentgenski in ultravijolični žarki, od svetlobe pa predvsem vijolične in modre barve), ki obseva kovino, izbija iz nje proste elektrone.

Na strani 51 smo omenili, da je za kovino značilen oblak prostih elektronov, ki se preliva med pozitivnimi kationi kovinske kristalne mreže (elektroni v oblaku se gibljejo termično, podobno kot molekule v plinu). Ti elektroni so sicer znotraj kovine bolj ali manj prosti (se lahko premikajo po celotni notranjosti kovine), vendar jo lahko zapuste le z njenega površja, če je njihova kinetična energija večja od t.i. **izstopnega dela kovine** ( $W_i$ ), ki je odvisno od vrste kovine. Najmanjše izstopno delo (1–2 eV) zahtevajo alkalne in zemljoalkalne kovine ter njihovi oksidi, največje pa platina (5 eV, glej tabelo na koncu knjige).

Elektromagnetno valovanje vpadna na kovino kot tok fotonov (gl. str. 166). Vsak foton ima energijo  $h\nu = hc/\lambda = 1,24 \text{ eV m}/\lambda$ , kjer je  $\lambda$  valovna dolžina vpadnega elektromagnetnega valovanja. Ob interakciji fotona s prostim elektronom foton izgine, njegovo energijo pa prejme elektron. Ta torej lahko zapusti kovino, če je energija vpadnega fotona najmanj enaka izstopnemu delu ( $W_i$ ) kovine. Razliko med energijo fotona in izstopnim delom odnese pobegli elektron v obliki kinetične energije:  $W_{kin} = h\nu - W_i$ . Iz platine potemtakem lahko izbijajo elektrone le elektromagnetni valovi z valovno dolžino manjšo od 0,23  $\mu\text{m}$  (npr. ultravijolični žarki), pri ceziju pa to uspe tudi svetlobi

z valovno dolžino do 0,64  $\mu\text{m}$  (rdeča barva to ne more).

Recimo, da kovino obseva stalen tok svetlobe, izbija iz nje elektrone. Izbiti elektroni se zaradi električnega privlaka pozitivno naelektrirane kovine zadržujejo v njeni bližini in ob osvetljeni površini kovine se nabere oblak izbitih elektronov. Elektroni v tem oblaku pohajkujejo termično, sem ter tja in nekateri se slučajno tudi vračajo v kovino (slika 2.41). Vzpostavi se dinamično ravnovesje: število iz kovine izbitih elektronov v povprečju izenači s številom vrnjenih elektronov (podoben pojav je pri izhlapevanju vodne zaradi osvetljevanja). Povprečno število elektronov je pri dani vrsti (barvi) svetlobe sorazmerno z osvetlitvijo ( $E$ ) kovine; bolj kot je kovina osvetljena, gostejši je oblak. Kovina z nizkim izstopnim delom, ki je prirejena tako, da se pri dani osvetlitvi emitira čimveč elektronov, se imenuje **fotokatoda**.

**Fotocelica** je evakuirana steklena bučka, v kateri sta vdeleni fotokatoda in anoda (slika 2.42). Prva je ploščica kovine z nizkim izstopnim delom (npr. prevlečena s cezijem ali barijevim oksidom), iz nje vpadna svetloba izbija elektrone. Pozitivna anoda je žičnata, da ne zaslanja vpadne svetlobe. Med anodo (+) in fotokatodo (-) priključimo napetost  $U$  in z občutljivim galvanometrom merimo fotoelektrični tok ( $I$ ), ki teče skozi fotocelico. Tok teče le, če je fotokatoda osvetljena.

Opazimo, da galvanometer kaže (majhen) tok, četudi ni napetosti med anodo in fotokatodo (t.i. **mrtvi tok**). Iz fotokatode izbiti elektroni imajo namreč različne kinetične energije in se gibljejo v različnih smereh, tako da nekateri (predvsem najhitrejši) prispejo tudi do anode. Število teh zmanjšamo, če anodo povežemo z negativnim polom napetostnega vira (fotokatodo pa s pozitivnim). Pri napetosti  $U = -U_c$  (t.i. **zaporna napetost**) postane tok skozi fotocelico zanemarljivo majhen. Negativna zaporna napetost povsem upočasni najhitrejše izbite elektrone, prepreči njihov stik z anodo. Velja:

$$e_0 U_c = W_{kin} = h\nu - W_i \quad (2.37)$$

$W_{kin}$  je največja kinetična energija izbitih elektronov (odvisna je od vrste fotokatode in od valovne dolžine vpadne svetlobe).

Poglejmo, kako je fotoelektrični tok  $I$  odvisen od napetosti  $U$  med anodo in fotokatodo (slika 6.2). Pozitivna anoda priteguje elektrone iz katodnega oblaka (podobno kot veter odnaša hlape z vodne gladine) in s tem zmanjšuje število elektronov, ki se iz oblaka vračajo v kovino. Večji anodni napetosti  $U$  ustreza večji fotoelektrični tok  $I$ ; katodni oblak se močneje prazni. Pri napetosti okrog  $10^1$  V se katodni oblak že povsem izprazni, anoda takoj odtegne vse elektrone, ki jih vpadna svetloba izbije iz fotokatode. Kljub nadaljnjemu večanju napetosti se tok ne povečuje (glej podoben pojav pri nesamostojnem toku, str. 63). Nastali tok nast

čenja ( $I_{nas}$ ) je nastjo ( $E$ ) foto

Premo sorazmernim tokom ( $I_{nas}$ ) izkoriščamo. V tej vlogi ni fotoelektrona ali fotoelektronskega fotoelektronskega svetlobnega fotoelektronskega svetlobnega za čitanje zvo

### Termična emisija

S segrevanjem elektrona namreč povprečne kinetične energije kationov kovine elektronov ob pri višji temperaturi elektronov z (večjo od izstopnega delu kar pomeni, da elektronov. Pri obliki je število takih elektronov vendar se z nje čuje. Pri tem žari (oddaja) pa že precej dovolj energije (izhlapijo). Iz v oblaku obliki emisiji. Tudi število izhlapanih s številom njih) elektroni tem več elektroni mična emisija analogna izl

Kakor se kahladi, tako s tudi kovina. temperatura (elektronov), ji npr. z elektronskega krogu (t. i. k

Izhlapevanje odnaša hla kovine. Vloga nov napetost pri fotocelici katodo na rpa na pozitivni poleg vira (t. i. anodni z upornost njih anodni perature (7 kot pri foto

čenja ( $I_{nas}$ ) je premo sorazmeren z osvetljenostjo ( $E$ ) fotokatode.

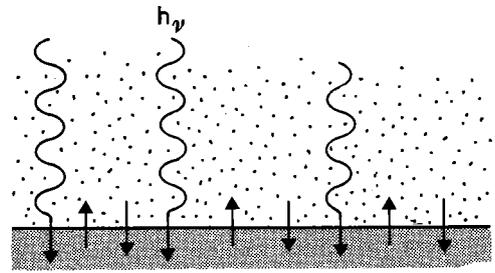
Prema sorazmernost med nasičenim fotoelektričnim tokom ( $I_{nas}$ ) in osvetljenostjo ( $E$ ) fotokatode izkoriščamo za merjenje osvetljenosti fotokatalode. V tej vlogi se fotocelica uporablja kot svetlometer ali fotometer. S fotocelico tudi spreminjamo svetlobne pulze v električne, npr. pri različnih svetlobnih relejih in kontrolnih napravah, za čitanje zvoka s filma (v kinematografiji) ipd.

### Termična emisija elektronov

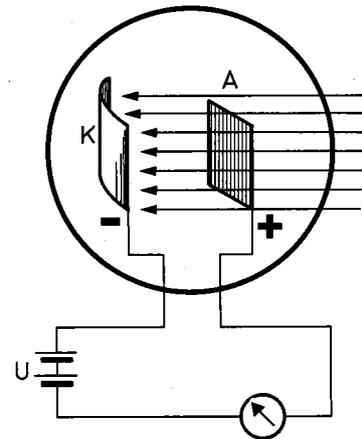
S segrevanjem kovine dosežemo, da kovina emitira elektrone. Povišanje temperature kovine namreč pomeni sorazmerno povečanje povprečne kinetične energije termično nihajočih kationov kovinske kristalne mreže. Oblak prostih elektronov ob interakciji s kovinskimi kationi zato pri višji temperaturi prejme več energije in število elektronov z dovolj veliko kinetično energijo (večjo od izstopnega dela) se poveča (gl. str. 51), kar pomeni, da se poveča število emitiranih elektronov. Pri običajnih temperaturah (nekaj sto °C) je število takšnih elektronov še sorazmerno malo, vendar se z višanjem temperature strmo povečuje. Pri temperaturah nad tisoč °C, ko kovina že žari (oddaja termično sevanje, gl. III. del, str. 80), pa že precej elektronov s površja kovine prejme dovolj energije, da lahko zapustijo kovino (da izhlapijo). Izhlapeli elektroni se nato zadržujejo v oblaku ob kovini, podobno kot pri fotoelektrični emisiji. Tudi tu nastane dinamično ravnovesje: število izhlapelih elektronov se v povprečju izenači s številom vračajočih se (to je »kondenziranih«) elektronov. Čim višja je temperatura kovine, tem več elektronov je v oblaku ob kovini. Termična emisija elektronov je v glavnih značilnostih analogna izhlapevanju kapljevine.

Kakor se kapljevina zaradi izhlapevanja vlage hladi, tako se z »izhlapevanjem« elektronov hladi tudi kovina. Da ima ta kljub temu dovolj visoko temperaturo (potrebno za termično emisijo elektronov), ji moramo dovajati potrebno energijo, npr. z električnim tokom v posebnem tokovnem krogu (t. i. kurjava), v katerega je vključena.

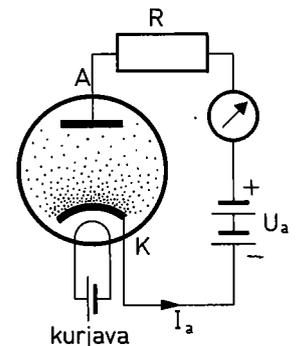
Izhlapevanje kapljevine pospešuje veter, ki odnaša hlape in prazni oblak ob gladini kapljevine. Vlogo vetra ima pri termični emisiji elektronov napetost (oz. električno polje). Podobno kot pri fotocelici priključimo žarečo kovino kot katodo na negativni pol napetostnega vira, anoda pa na pozitivni pol (slika 2.43). V tokovni krog je poleg vira anodne napetosti ( $U_a$ ) in merilca toka (t. i. anodnega toka  $I_a$ ) vključen še prevodnik z upornostjo  $R$ . Izmerimo anodni tok  $I_a$  pri različnih anodnih napetostih  $U_a$ , in to za različne temperature ( $T_1, T_2, \dots$ ) katode (slika 2.44). Podobno kot pri fotocelici (slika 2.42) tudi tu ugotovimo, da



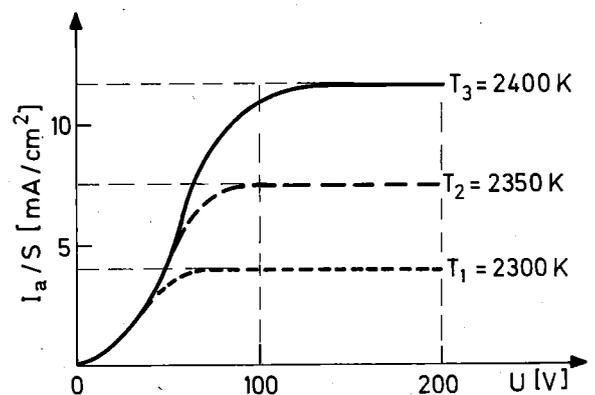
slika 2.41



slika 2.42



slika 2.43



slika 2.44

se anodni tok pri dovolj veliki anodni napetosti (nekaj deset V) ustali. Dobljeni tok nasičenja ( $I_{nas}$ ) narašča približno eksponentno s temperaturo  $T$  katode (podobno kot narašča s temperaturo kapljevine nasičeni parni tlak, l. del, slika 9.1) Približno velja:

$$I_{nas} = AST^2 \exp(-W_i/kT) \quad (2.38)$$

$S$  je sevalna površina katode,  $W_i$  izstopno delo (gl. tabelo na koncu knjige),  $A$  pa sorazmernostna konstanta, ki je za večino kovin (npr. za volfram) okrog  $60 \text{ A/cm}^2 \text{K}^2$ . Slika 2.45 podaja odvisnost gostote toka nasičenja ( $I_{nas}/S$ ) od temperature  $T$  volframske katode; tipične vrednosti so okrog  $1 \text{ mA/cm}^2$ .

Takoj po vključitvi anodne napetosti (potem ko katoda že nekaj časa žari) katoda nekoliko potemni (mrkne). Vključeno električno polje namreč takoj odtegne elektrone iz katodnega oblaka in hipoma pospeši njihovo izhlapevanje, zaradi česar se katoda ohladi (kot nas zazebe, če smo mokri in nenadoma potegne veter).

### Elektronke

To so vakuumске prozorne (steklene) cevi z vgrajenimi elektrodami, v katerih izkoriščamo termično emisijo elektronov. Vsaka elektronka ima katodo in anodo. Negativno katodo segrevamo z električnim tokom, da termično seva elektrone, ki jih nato privlačuje pozitivna anoda. Posamezne elektronke se razlikujejo v številu in razporeditvi dodatnih elektrod, s katerimi vplivamo na emitirane elektrone in tako reguliramo tok skozi elektronko. Poznamo **diodo** (2 elektrodi – katoda in anoda), **triodo** (3 elektrode, poleg katode in anode še mrežica), **tetrodo** (4 elektrode), **pentodo** (5 elektrod) itd.

**Dioda** je najenostavnejša elektronka; ima le katodo in anodo. Katoda je običajno žičnata, obdana z valjasto anodo. Med anodo in katodo priključimo anodno napetost  $U_a$  (nekaj sto V), tako da je anoda pozitivna in katoda negativna. Shema diode je na sliki 2.43; podobna je shemi fotocelice (slika 2.42). V tokovni krog sta poleg vira napetosti ( $U_a$ ) vključena še občutljiv merilec anodnega toka ( $I_a$ ) ter anodni upornik  $R$  (nekaj deset  $\text{k}\Omega$ ), s katerega snemamo napetost ( $I_a R$ ). Poseben tokovni krog je za kurjavo, s katero segrevamo katodo do žarenja. Odvisnost anodnega toka ( $I_a$ ) od anodne napetosti  $U$  med anodo in katodo je skicirana na sliki 2.44. Ker je anodni tok velikostnega reda nekaj mA, nastajajo na anodnem uporniku  $R$  napetosti nekaj deset V.

Iz katode emitirani elektroni se na poti do anode pospešujejo. Pospešeni elektroni udarjajo ob anodo in jo vzbujajo, da seva zelenkasto svetlobo (ta je opazna predvsem pri velikih tokovih). Podoben pojav izkoriščamo pri rentgenskih ceveh (gl. str. 204) za proizvajanje rentgenskih žarkov. Pravzaprav je tudi dioda rentgenska cev, le da zaradi nizke anodne napetosti seva le rentgenske žarke

z zelo veliko valovno dolžino, ki jih steklena stena diode zlahka absorbira.

Dioda prevaja električni tok, če je katoda negativna in anoda pozitivna. Pri nasprotnih predznkih obeh elektrod pa tok skozi diodo ni mogoč. Pozitivna katoda namreč ne more oddajati elektronov (četudi je vroča), saj ji elektronov primanjkuje (razen tega posrka nazaj izhlapele elektrone). Negativna anoda pa tudi ne (čeprav ima preveč), ker je hladna. To lastnost diode izkoriščamo za **usmerjanje izmenične napetosti** (dioda **usmerjevalka**). Izmenično napetost, ki želimo usmeriti, priključimo kot anodno napetost med anodo in katodo; usmerjeno napetost snemamo z upornika  $R$  (slika 2.46). Usmerjeno napetost zgledi kondenzator, priključen vzporedno k anodnemu uporniku  $R$  (gl. str. 49). Anodni tok teče le polovico vsakega priključene izmenične napetosti (dokler je anoda pozitivna; druga polovica se izgubi. To pomanjkljivo odpravimo, če anodo razpolovimo (slika 2.47) in izmenično napetost priključimo med razpolovljena dela ( $A_1$  in  $A_2$ ), katodo pa prek upornika  $R$  ozemljimo. S tem dosežemo, da je en del anodne napetosti pozitiven, da torej anodni tok teče v obeh polovicah vsakega nihaja. Tako izpopolnjena dioda se imenuje **duodioda**.

Diodo usmerjevalko uporabljamo npr. za usmerjanje visokofrekvenčnih signalov, ki jih z elektro magnetnimi valovi prestreza sprejemna antena. Amplituda tega visokofrekvenčnega nihanja je npr. modulirana z zvočnimi frekvencami (oddajni postaji). Visokofrekvenčni moduliran signal se v diodi usmeri in zgledi (slika 2.46). Ni izhodu dobimo usmerjeno napetost, ki utripa z zvočnimi frekvencami. To dodatno ojačimo (gl. spodaj) in nato pošljemo v zvočnik.

**Trioda** ima eno elektrodo več kot dioda. V prostoru med katodo in anodo je v bližini katode dodatna elektroda – **mrežica** (mrežasta valjasta elektroda, ki obdaja katodo). Ta je priključena na mrežno napetost ( $U_m$ ) in je glede na katodo ali pozitivna ali negativna. Pozitivna mrežica pomaga anodi prazniti oblak elektronov ob katodi in anodni tok se spreminja z mrežno napetostjo podobno kot pri diodi v odvisnosti od anodne napetosti. Negativna mrežica pa omejuje vpliv anode na anodni tok, saj deloma odbija elektrone, ki jih anoda vleče skozi mrežico. Na sliki 2.48 je skiciran anodni tok v odvisnosti od mrežne napetosti ( $U_m$ ) za različne anodne napetosti ( $U_1, U_2, \dots$ ). Pri  $U_m = 0$  je tok enak kot pri diodi. Dovolj negativna mrežica pa povsem onemogoči anodo, da njeno polje ne more prodreti do katode; anodni tok preneha. Čim večja je anodna napetost, tem bolj negativna mora biti mrežica, da prepreči tok skozi triodo. V tej vlogi se trioda uporablja kot **prekinjevalka**, za hitro prekinjanje in vključevanje električnega tokovnega kroga. Signal za prekinitev priključimo kot negativno mrežno napetost.

S slike 2.48 je razvidno, da je karakteristika triode

na naraščajočeren da je sprememba anodni napetost; membo mrežne  $\Delta U_m$  se imenuje

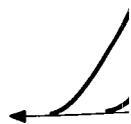
$$k = \Delta I_a / \Delta U_m$$

Običajno želimo anodni tok čim petostjo.

Triodo s strmo uporabljamo ko njih izmeničnih napetost, ki jo mrežno napetost vključena še sta režim triode v karakteristike. ( $\Delta U_m$ ), se spremin z njim vred

$$\Delta U_R = R \Delta I_a =$$

$U_3$   
 $U_2$   
 $U_1$



, ki jih steklena stena

, če je katoda negativna, nasprotnih predznakov, dioda ni mogoča, more oddajati elektrone, i elektronov primarne, lazaj izhlapele elektrone, tudi ne (čeprav je to lastnost diode).

**Izmenične napetosti** - izmenično napetost, ki jo kot anodno napetost uporabljamo, je spremenjena napetost snage (2.46). Usmerjeno napetost, ki jo želimo ojačiti, priključimo kot mrežno napetost; poleg nje je v mrežni krog vključena še stalna napetost, ki omogoča delovni režim triode v območju ravnega dela tokovne karakteristike. Ker se spreminja mrežna napetost ( $\Delta U_m$ ), se spreminja tudi anodni tok ( $\Delta I_a = k \Delta U_m$ ) in z njim vred napetost na anodnem uporniku:

na naraščajočem delu skoraj ravna, kar pomeni, da je sprememba anodnega toka ( $\Delta I_a$ ) pri dani anodni napetosti premo sorazmerna s spremembo mrežne napetosti ( $\Delta U_m$ ). Razmerje  $\Delta I_a / \Delta U_m$  se imenuje **strmina triode** ( $k$ ):

$$k = \Delta I_a / \Delta U_m \quad (2.39)$$

Običajno želimo triodo s čim večjo strmino, da se anodni tok čim močneje spreminja z mrežno napetostjo.

Triodo s strmo in čimbolj linearno karakteristiko uporabljamo kot **ojačevalko**, za ojačevanje majhnih izmeničnih napetosti (slika 2.49). Izmenično napetost, ki jo želimo ojačiti, priključimo kot mrežno napetost; poleg nje je v mrežni krog vključena še stalna napetost, ki omogoča delovni režim triode v območju ravnega dela tokovne karakteristike. Ker se spreminja mrežna napetost ( $\Delta U_m$ ), se spreminja tudi anodni tok ( $\Delta I_a = k \Delta U_m$ ) in z njim vred napetost na anodnem uporniku:

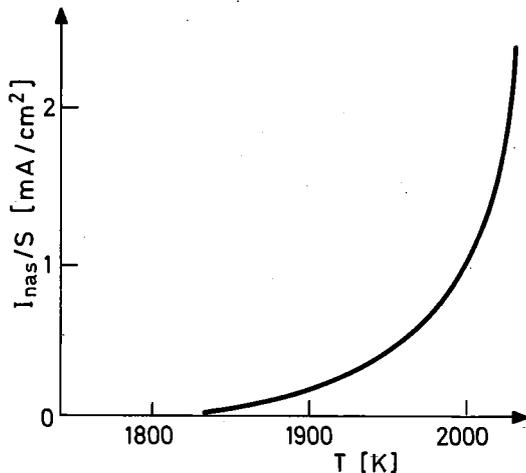
$$\Delta U_R = R \Delta I_a = k R \Delta U_m \quad (2.40)$$

ljamo npr. za usmerjanje valov, ki jih sprejemna antena sprejema, nihanja s temi frekvencami (frekvenčni modulirani signali) (slika 2.46). Na mrežico, ki utripa dodatno ojačimo (gredni tokovnik).

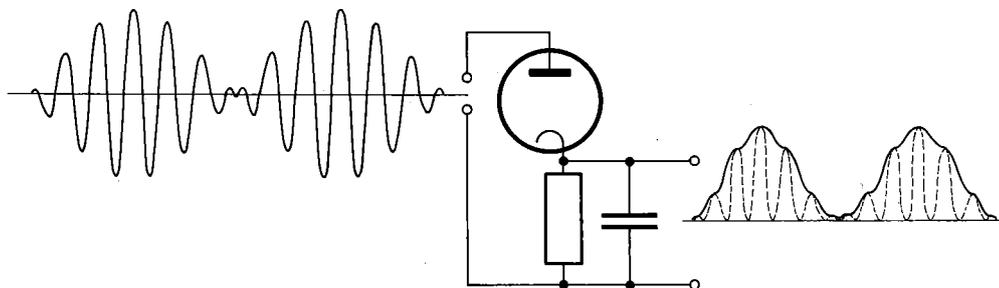
č kot dioda. V prvem je v bližini katode mrežasta valjasta mrežica (mrežasta valjasta mrežica).

Ta je priključena na mrežo glede na katodo anode. Pozitivna mrežica odloča za plav elektronov od katode ininja z mrežno napetostjo v odvisnosti od mrežice pa omejuje, saj deloma odbija elektrone skozi mrežico. Na tok v odvisnosti od mrežice različne anodne napetosti je tok enak kot pri mrežici pa povsem omejuje ne more prodreti mrežice. Čim večja je mrežna napetost, negativna mora biti mrežica. V tej vlogi mrežica deluje kot **kinjevalka**, za hitro spreminjanje električnega tokovnika priključimo kol

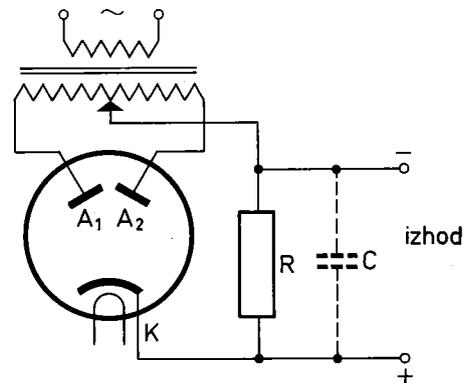
karakteristika triode



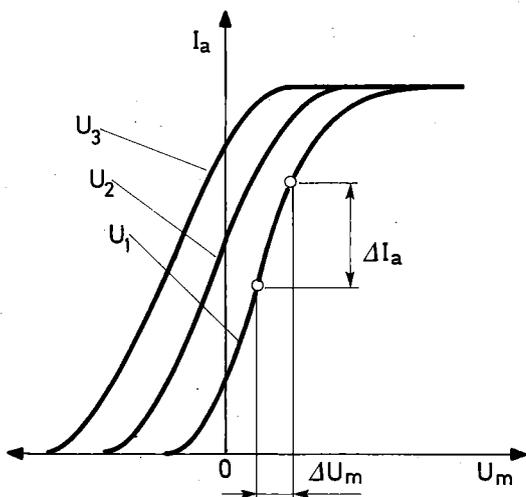
slika 2.45



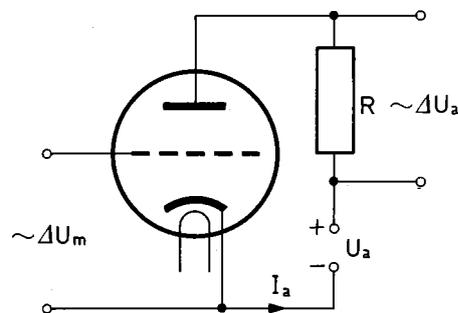
slika 2.46



slika 2.47



slika 2.48



slika 2.49

Razmerje sprememb napetosti na anodnem uporniku ( $\Delta U_R$ ) in mrežne napetosti ( $\Delta U_m$ ) (pri dani anodni napetosti) je **ojačevalni faktor triode** ( $= kR$ ); ta je tem večji, čim bolj strma je tokovna karakteristika triode in čim večji je anodni upornik  $R$  (običajno je 30–50). Ojačeno napetost snemamo z anodnega upornika. Če ta še ni dovolj velika, jo priključimo kot mrežno napetost na naslednjo triodo itd. (**večstopenjska ojačevalka**).

Triodo ojačevalko uporabljamo tudi za vzdrževanje nedušenega nihanja v električnem nihajnem krogu (str. 142). V mrežnem krogu triode je npr. tuljavica, ki je induktivno sklopljena s tuljavo nihajnega kroga, ta pa je v anodnem krogu triode (sl. 2.50). V tokovnem krogu nihajoči električni tok z indukcijo spreminja mrežno napetost triode tako, da ta »odpira« triodo v pravih trenutkih, da nastali anodni tok ojači tok skozi nihajni krog.

Slabost elektronk je predvsem v tem, da začno delovati šele nekaj minut po vklopu kurjave, ko se žarilna nitka katode dovolj segreje, da začne emitirati elektrone. Poleg tega so kot steklene vakuumске cevi mehansko občutljive. Pogosto elektronka odpove, ker žarilna nitka pregori (zaradi nepopolnega vakuumu se sčasoma v cevi nabere dovolj zraka, da nitka oksidira in razpade). Kljub tem pomanjkljivostim so bile elektronke nekdanj nepogrešljiv element radijske tehnike in drugih elektronskih ojačevalnih naprav. Dandanes so jih povsem izpodrinili polvodniški elementi (razen kjer so potrebne velike moči, npr. pri radijskih oddajnikih).

### Katodna cev

Katodna cev je posebno oblikovana elektronska cev; v njej ustvarjamo curke elektronov in opazujemo njihovo gibanje v električnem in magnetnem polju. Običajno je hruškaste oblike, velika od nekaj dm do 1 m. V zoženem vratu je t.i. elektronski top, ki ustvarja curke elektronov; širši del pa se končuje z ravnim zaslonom. Ta je na notranji strani prevlečen s fluorescenčnimi sloji (cinkov sulfid z različnimi dodatki, podobno kot fluorescenčne svetilke, gl. str. 198). Curki pospešenih elektronov po prehodu električnega in magnetnega polja v notranjosti cevi zadevajo ob fluorescenčni zaslon in ga vzbuja, da oddaja svetlobne bliske (pike). Po tem, kako te svetlobne pike potujejo po katodnem zaslonu, sklepamo o gibanju elektronskih curkov skozi električno in magnetno polje v notranjosti cevi.

**Elektronski top** sestavlja katoda (K na sliki 2.51), ki ima podobno vlogo kot pri vseh elektronkah: s termično emisijo oddaja elektrone. Te priteguje pozitivna anoda (A). Napetost  $U$  med anodo in katodo pospeši elektrone, da zdrviyo skozi luknjico v sredini anode s hitrostjo  $v$ . Delo električne napetosti ( $e_0U$ ,  $e_0$  = naboj elektrona) se naloži v kinetično energijo pospešenega elektrona (=

$mv^2/2$ ,  $m$  = masa elektrona). Iz anode tako izhajajo curke elektronov, katerih hitrost je:

$$v = \sqrt{2e_0U/m} \quad (2.41)$$

Vidimo, da je hitrost elektronov, izhajajočih iz elektronskega topa, odvisna predvsem od anodne napetosti (ta je običajno nekaj kV).

Jakost ali **tok curka** izrazimo s povprečnim številom elektronov, ki v enoti časa stečejo skozi prečni prerez curka. Spreminjamo ga s posebno t.i. **krmilno elektrodo** (KR), ki ima podobno vlogo kot mrežica pri triodi. Je negativna glede na katodo in bolj ali manj odbija elektrone, ki jih pozitivna anoda priteguje. Anoda zato pritegne skozi luknjasto krmilno elektrodo KR v povprečju tem manj elektronov, čim bolj negativna je krmilna napetost  $U_k$ . Tok curka elektronov torej spreminjamo tako, da spreminjamo krmilno napetost. Običajno je v prostoru med katodo in anodo poleg krmilne elektrode še več drugih (posebno oblikovanih) elektrod, s katerimi fokusiramo (širimo ali ožimo) elektronski curek (podobno kot leče pri optičnih napravah).

Elektronski curek iz elektronskega topa nato prehaja skozi električno polje med navpičnima in vodoravnima ploščama kondenzatorja, ki ga odklanjata v vodoravni in navpični smeri. Potuje tudi skozi magnetno polje tuljave, ki obdaja cev. Kako se elektronski curek širi skozi magnetno polje, bomo obravnavali kasneje (str. 88). Tu najprej pogledajmo, kako se odklanja v navpični ( $y$ ) smeri v homogenem električnem polju med vodoravnima ploščama kondenzatorja (sl. 2.52).

Elektron s hitrostjo  $v$  vstopi v homogeno električno polje npr. v smeri pravokotno na silnice. Jakost polja je  $E = U_y/d$ , kjer je  $U_y$  napetost med ploščama,  $d$  pa razmik med njima. Na elektronu potemtakem deluje električna sila  $e_0E$ , usmerjena navzgor (če je zgornja plošča pozitivna), in vsiljuje elektronu pospešek  $a_y = e_0E/m = (e_0/md)U_y$ . Zaradi tega prejme elektron po času preleta  $t$  navpično komponento hitrosti  $v_y = a_y t$ , kjer je  $t = l/v$  ( $l$  = dolžina plošč v smeri vstopnega elektronskega curka). Med prehodom skozi električno polje se zato elektronski curek odkloni navzgor za  $y = a_y t^2/2 = (e_0U_y/md) (l/v)^2/2 =$

$$y = (l^2/4d)U_y/U \quad (2.42)$$

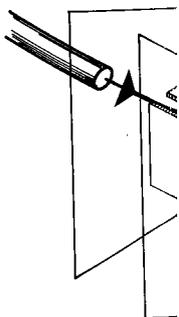
Vidimo, da je prečni odklon elektronskega curka premo sorazmeren z odklonsko napetostjo  $U_y$  med ploščama kondenzatorja in obratno sorazmeren s pospeševalno napetostjo  $U$  elektronskega topa. Če se torej pri stalni napetosti  $U$  (to je pri stalni vstopni hitrosti  $v$  v elektronov) spreminja napetost  $U_y$  med ploščama kondenzatorja, se elektronski curek odklanja gor in dol v prejem sorazmerju z odklonsko napetostjo. Pomembno je, da elektronski curek zlahka sledi (zaradi majhne mase elektronov) spreminjajoči se napetosti.

Na elektronski curku z vodoravnimi silnicami v vodoravni smeri za x napetost med navpičnimi ploščama curek se potemtakem odkloni v vodoravni smeri za y (sl. 2.52). Spreminjata s časom zaslonu gor in dol.

Napetost  $U_x$  za katodni zaslon običajno žagasta (gledano s časom, nato spet enakomerno) se s periodo  $t_0$  mu vplivom te napetosti zaslonu enakomerno v levo, spet potuje

Svetlobni bliski, v fluorescenčni svetilki (0,1 s). Če se curk še preden predlasko perioda žagaste na zaslonu enakomerno žagasta napetost zaslonu dovolj veliko frekvenco katodni zaslon enakomerno

Jakost svetlobne pike komerno svetilke odvisna od kinetične energije (to je od pospešenosti elektronskega topa) (to je od krmilne napetosti) ševalna napetost. Običajno je ta napetost prenevarna, da zaslon ne poškodujemo, njamo krmilno napetost, tem bolj je jakost elektronskega curka (to je od njegove jakosti) zaslonu) spremeni. Tako lahko prepoznamo elektronske signale.



na). Iz anode tako izhaja hitrost je:

elektronski curek vpliva tudi električno polje vodoravnimi silnicami in ga odklanja v vodoravni smeri za  $x = (l^2/4d)U_x/U$ , pri čemer je  $U_x$  napetost med navpičnima ploščama. Elektronski curek se potem takem po prehodu obeh električnih polj odkloni od sredine katodnega zaslona vodoravni smeri za  $x$  in obenem v navpični smeri za  $y$  (sl. 2.53). Če se napetosti  $U_x$  in  $U_y$  preminjata s časom, potuje elektronski curek po zaslonu gor in dol pa sem ter tja.

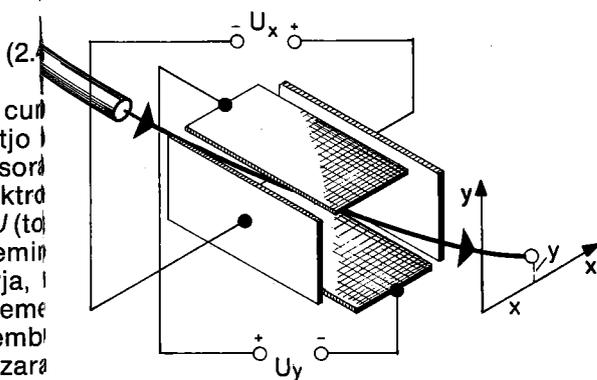
zimo s povprečnim številom notri časa stečejo skrajšujemo ga s posebnimi napetostmi  $U_x$  za vodoravno odklanjanje je običajno žagasta (gl. str. 50); enakomerno narašča. Če negativna glede na časom, nato nenadoma spremeni predznak, odbija elektrone, ki pot enakomerno narašča itd. (sl. 2.54). Ponavlja se s periodo  $t_0$  med amplitudama  $+U_0$  in  $-U_0$ . Pod elektrodo KR v povprečnem plivom te napetosti potuje elektronski curek čim bolj negativna zaslonu enakomerno v desno, nenadoma skoči levo, spet potuje enakomerno v desno itd.

elektronskega topa nato polje med navpičnima silnicama kondenzatorja, ki in navpični smeri. Potuje tuljave, ki obdaja curek širi skozi magnetni tok kasneje (str. 88). Tu odklanja v navpični smeri v električnem polju med voltenzatorja (sl. 2.52).

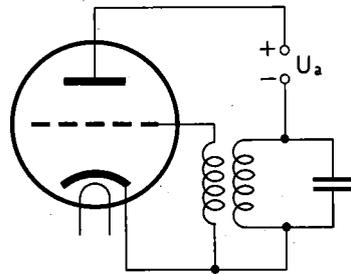
stopi v homogeno električno polje pravokotno na silnicah, kjer je  $U_y$  napetost med njima. Na elektronskega curka prek katodnega zaslona se trična sila  $e_0E$ , usmerjena ploščo pozitivna, in v zaslonu) spreminja enako kot krmilna napetost.  $a_y = e_0E/m = (e_0/md)U$  preko časa preleta  $t$  potuje  $v_y = a_y t$ , kjer je  $t = l/v$  vstopnega elektronskega curka skozi električno polje, odkloni navzgor  $y = (1/2)at^2 =$

svetlobni bliski, ki jih vpadni elektroni vzbujajo fluorescenčnem zaslonu, trajajo nekaj časa (do 1 s). Če se curek vrne na dano mesto zaslona, preden predhodni blisk ugasne (to je, če je perioda žagaste napetosti krajša od 0,1 s), vidimo na zaslonu enakomerno svetlo črto. Če ima tudi žagasta napetost  $U_y$  za navpično odklanjanje dovolj veliko frekvenco ( $> 10\text{ Hz}$ ), je celoten katodni zaslon enakomerno osvetljen.

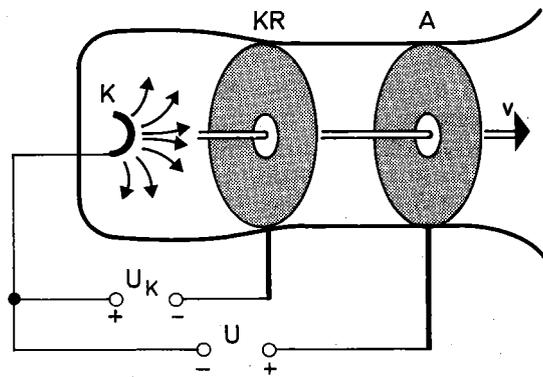
svetlobnega bliska (oziroma svetlost enakomerno svetečega katodnega zaslona) je odvisna od kinetične energije vpadnih elektronov (je od pospeševalne anodne napetosti  $U$  elektronskega topa) ter od toka elektronskega curka (je od krmilne napetosti). Čim večja je pospeševalna napetost  $U$ , tem bolj je zaslon osvetljen. Običajno je ta napetost stalna (je prevelika in nevarna, da bi jo spreminjali), pač pa spreminjamo krmilno napetost (čim manj negativna je, tem bolj je zaslon svetel). Med potovanjem elektronskega curka prek katodnega zaslona se njegova jakost (s tem pa tudi svetlost bliska na zaslonu) spreminja enako kot krmilna napetost. Tako lahko prek krmilne napetosti spreminjamo elektronske signale v slikovne (prenos TV slike).



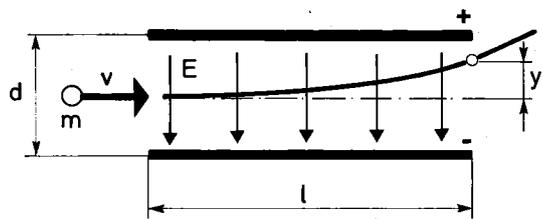
slika 2.53



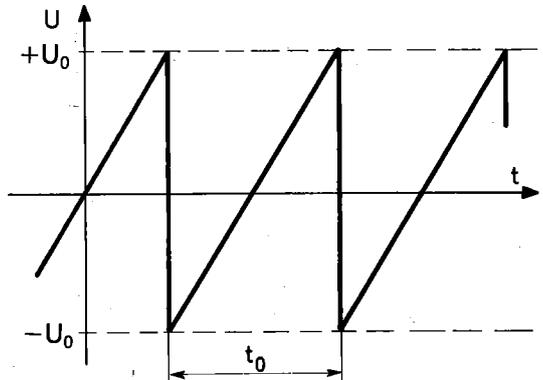
slika 2.50



slika 2.51



slika 2.52



slika 2.54

odklon elektronskega curka (odklonsko napetostjo) kondenzatorja in obratno sorazmerno napetostjo  $U$  elektronskega topa. Pri stalni napetosti  $U$  (to je, če je  $U_x$  in  $U_y$  stalni) spreminjamo odklanjanje gor in dol v premenljivi napetostjo. Pomembno je, da se odkloni sledi (zaradi visoke frekvence) spreminjajoči se napetosti  $U_x$  in  $U_y$ .

Katodna cev je pomemben del mnogih elektronskih naprav za registriranje in opazovanje spreminjajočih se električnih signalov (npr. kot monitor). Pri teh je napetost za vodoravno odklanjanje žagasta in meri čas, opazovani električni signal pa regulira napetost za navpično odklanjanje (krmilna napetost je stalna). Elektronski curek popisuje na katodnem zaslonu krivuljo—časovni potek opazovanega električnega signala. Če npr. želimo na zaslonu opazovati Lissajouxove krivulje (gl. I. del, str. 125), priključimo na oba para plošč harmonični napetosti in spreminjamo njuni frekvenci, da sta v razmerju celih števil.

## Električni tok v polvodnikih

Na koncu poglavja o električnem toku bomo na kratko razpravljali še o značilnostih prevajanja električnega toka v polvodniških snoveh, tokrat le fenomenološko, teoretsko poglobljeno pa kasneje (str. 211). V polvodnikih sicer prevajajo električni tok elektroni (podobno kot v kovinah), vendar je prevodnost močno odvisna od temperature (narašča s segrevanjem), osvetlitve in predvsem od različnih primesi ali nečistoč. Pri nizkih temperaturah so polvodniki slabi prevodniki elektrike (izolatorji), pri visokih temperaturah in ob različnih dodatkih pa prevajajo skoraj tako dobro kot kovine. Njihova specifična električna upornost je npr. med  $10^6 \Omega\text{m}$  in  $10^{-3} \Omega\text{m}$ ; pomembno je, da jo razmeroma zlahka spreminjamo. Polvodniški so predvsem elementi iz sredine periodnega sistema elementov, npr. silicij, germanij, antimon, arzen, telur, kovinski selen ter številne spojine, npr. bakrov oksidul  $\text{Cu}_2\text{O}$ , različni arsenidi, selenidi itd.

### Polvodniki tipa n in p

Kot primer si oglejmo polvodnik **germanij** (Ge). Na sliki 2.55 je shema kristalne celice germanijeva kristala. Vsak germanijev atom ima 4 valenčne elektrone, ki ga kemično vežejo s sosednjimi atomi v kristalno mrežo. V čistem kristalu germanija tako ni prostih elektronov, zato je germanij izolator, vsaj pri nizkih temperaturah. Če kristal segrejemo na več sto °C, se zaradi termičnega gibanja nekatere elektronske vezi sprostijo in germanij postane delno prevoden. Se lažje sprostimo elektrone s primesmi. Talini germanija (iz katere med ohlajevanjem kristalizira germanij) npr. dodamo 5-valentni arzen (As), tako da npr. na vsakih  $10^6$  atomov germanija odpade en atom As. V nastalem kristalu germanija s primesjo je vsak milijonti atom Ge nadomeščen s 5-valentnim atomom As. S štirimi valenčnimi elektroni se atom As veže na sosednje atome Ge, peti valenčni elektron pa je odveč in razmeroma prost (sl. 2.56). S segrevanjem se ti odvečni elektroni sprostijo in kristal postane prevoden. O tem se prepiramo s poskusom na sliki 2.57.

Kristal z večvalentno primesjo povežemo z občutljivim mikroampermetrom v zaključen tokovni krog. Ker v krogu ni vira napetosti, tok seveda ne teče. Brž ko kristal na enem koncu segrejemo (npr. s-plamenom vžigalice), pokaže instrument majhen tok, ki teče v takšni smeri, kot da je segreti konec kristala pozitiven pol napetostnega vira (hladni pa negativen). S segretjem sproščeni odvečni valenčni elektroni primesi namreč difundirajo skozi kristal v smeri hladnega konca (puščica na sliki), kar pomeni, da tok teče v nasprotni smeri. Ta poskus potrjuje, da so nosilci toka v tem primeru negativni elektroni. Zato se tak kristal imenuje **polvodnik tipa n** (n pomeni negativne nosilce naboja). Tak polvodnik dobimo tudi če 4-valentnemu siliciju dodamo 5-valentni fosfor; kristal postane prevoden že pri koncentraciji primesi  $1 : 10^9$ , pri koncentraciji  $1 : 10^3$  pa se njegova električna prevodnost že primerja s prevodnostjo kovin.

Druga skupina polvodnikov so **polvodniki tipa p**, pri katerih prevajajo električni tok t.i. **pozitivne vrzeli**. Polvodnik tipa p dobimo, če 4-valentnemu elementu dodamo 3-valentno primes, germaniju npr. indij (ali bor). Indijev atom ima 3 valenčne elektrone; za trdno vez s sosednjimi Ge atomi pa potrebuje 4. Manjkajoči elektron ob prvi priliki (tem prej čim višja je temperatura) odzame sosednjemu Ge atomu, ob katerem zato nastane pozitivna vrzel (nevtralni Ge atom se z oddajo elektrona naelektri pozitivno). Ta se takoj nato »napolni« z elektronom od naslednjega sosednjega Ge itd. Rezultat takega preskakovanja elektronov od atoma do atoma je, kot da se pozitivne vrzeli gibljejo v nasprotni smeri.

Večvalentna primes, ki napravi kristal polvodnik tipa n, se imenuje **donor** (darovalec – elektronov), manjvalentna primes, potrebna za polvodnik tipa p, pa **akceptor** (sprejemnik – elektronov).

Primesi povzročajo da je električna upornost polvodnikov močno odvisna od temperature, pa so zato polvodniki marsikje zelo uporabni. Naprava, pri kateri izkoriščamo izredno močno odvisnost električne upornosti polvodnikov od temperature, se imenuje **termistor**; običajno je narejen iz zmesi  $\text{TiO}_2$  in  $\text{MgO}$ . Termistor se npr. uporablja za merjenje temperature (kot del uporabnega mostička, gl. str. 44), npr. hladilne vode pri avtomobilskem motorju, za kontrolo pregretja (npr. elektromotorja). Uporablja se tudi za kontrolo dotoka tekočine v rezervoar ali iztoka iz njega. Dokler je termistor obdan s tekočino, je odzgem toplote velik in zato temperatura termistorja nizka, njegova električna upornost pa velika. Ko se gladina zniža pod termistor, se temperatura termistorja dvigne (zaradi šibkega toka, ki teče stalno skozi termistor), njegova električna upornost močno upade in povečan električni tok skozi termistor ustavi odtekanje tekočine. Kako se s termistorjem meri hitrost pretakanja tekočine, je shematsko prikazano na sliki 2.58. Enaka termistorja (1 in 2 na sliki) sta povezana v uporovni mostiček in potopljena v merjeno tekočino:

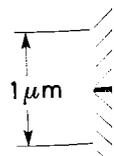
1 v tok tekočine  
2 pa v mirujoči  
storja 1 je tem  
(v) tekočine. Ra  
jev 1 in 2 (p  
odvisna predvs  
določimo.

Električna up  
odvisna tudi o  
sprostitvev od  
vodniku tipa n  
v polvodniku  
tudi tako, da  
polvodnik osv  
trična uporno  
dani priključe  
nik imenuje fo  
mijev sulfid. N  
zmanjša od 10  
sti 150 lx. Fc  
svetlobnih rel  
čih trakovih ip

izjemne lastno  
žejo, če spoji  
dobimo npr. p

### Polvodniška

Sestavljena j  
tipa p in polv  
jev kristal npr  
(tip n), na d  
S termičnim  
troni v plasti  
ploskve v pla  
primanjkuje).  
tri pozitivno  
plast p na dr  
elektrone), s  
ustavi nadal  
stične površ  
sloja na obe  
med njima je  
0,8 V), torej j  
zelo velika (  
sloju na obel  
nov ali vrzeli



povežemo z občutljivimi tokovi, zaključen tokovi, tok seveda na koncu segrejem, pokaže instrumenti smeri, kot da je napetostnega, segretjem sproščeni, namreč difundirnega konca (pušča tok teče v nasprotni smeri, ki so nosilci tokovi elektroni. Zato se ta tok (n pomeni negativni tok) dobimo tudi pri 5-valentni fosforju, če pri koncentraciji 1 : 10<sup>3</sup> pa se to t že primerja s pre-

o polvodniki tipa p, tok t. i. pozitivni, če 4-valentnemu, primese, germaniju, ima 3 valenčne elektrone, dnjimi Ge atomi pa elektron ob prvi priliki (temperatura) odvzame, terem zato nastane atom se z oddajo. Ta se takoj nato naslednjega sosedu, kovanja elektronov, se pozitivne vrzel

vi kristal polvodnik, valec – elektronov, za polvodnik tipa (elektronov).

rična upornost pol, temperature, pa so uporabni. Naprava, močno odvisnost, nikov od tempera, ičajno je narejen iz, se npr. uporablja za, del uporabnega, dilne vode pri avto, olo pregretja (npr., e tudi za kontrolo, ali iztoka iz njega, tekočino, je odzvem, eratura termistorja, rnost pa velika. Ko, or, se temperatura, kega toka, ki teče, va električna upor, električni tok skozi, tekočine. Kako se, etakanja tekočine, ki 2.58. Enaka ter, vezana v uporovni, merjeno tekočino:

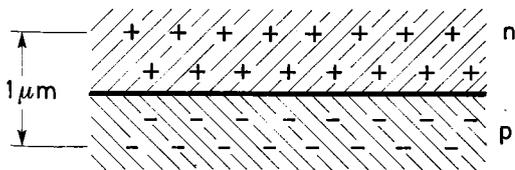
1 v tok tekočine, katerega hitrost želimo določiti, 2 pa v mirujoči del tekočine. Temperatura termistorja 1 je tem nižja, čim večja je merjena hitrost (v) tekočine. Razlika med upornostma termistorjev 1 in 2 (pokaže jo uporovni mostiček) je odvisna predvsem od hitrosti tekočine, ki jo tako določimo.

Električna upornost polvodnika je močno odvisna tudi od osvetlitve. Energijo, potrebno za sprostitve odvečnih valenčnih elektronov v polvodniku tipa n (oziroma za preskakovanje vrzeli v polvodniku tipa p), namreč lahko dovedemo tudi tako, da kristal osvetlimo. Čim močneje je polvodnik osvetljen, tem manjša je njegova električna upornost, tem večji tok teče skozenj pri dani priključeni napetosti. V tej vlogi se polvodnik imenuje **fotoupor**; običajno se uporablja kadmijev sulfid. Njegova električna upornost se npr. zmanjša od 10 kΩ v temi na 150 Ω pri osvetljenosti 150 lx. Fotoupor se uporablja pri različnih svetlobnih relejih, npr. za štetje izdelkov na tekočih trakovih ipd.

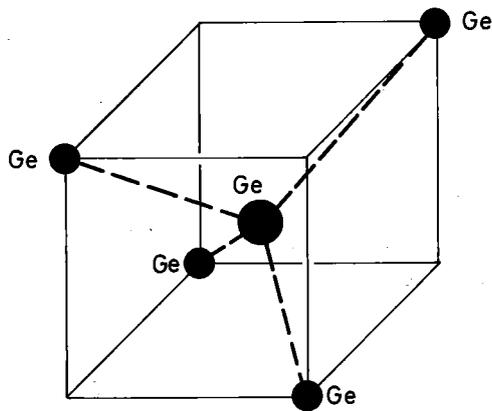
Izjemne lastnosti polvodnikov se predvsem pokažejo, če spojimo polvodnike različnih tipov, da dobimo npr. polvodniško diodo ali tranzistor.

**Polvodniška dioda**

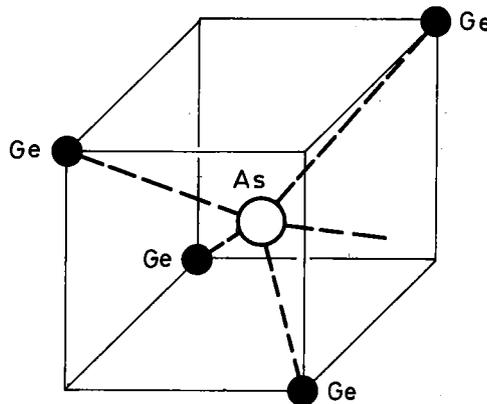
Sestavljena je iz dveh tankih plasti polvodnika tipa p in polvodnika tipa n (t. i. **p-n stik**). Germanijev kristal npr. vsebuje na eni strani primese arzen (tip n), na drugi strani pa primese indij (tip p). S termičnim gibanjem se odvečni valenčni elektroni v plasti n sprostijo in difundirajo prek stične ploskve v plast p, kjer so vrzeli (kjer elektronov primanjkuje). S tem se plast n tik ob stiku naelektri pozitivno (ker izgubi negativne elektrone), plast p na drugi strani pa negativno (ker prejme elektrone), slika 2.59. Nastalo električno polje ustavi nadaljnje preseljevanje elektronov prek stične površine. V ravnovesju sta naelektrena sloja na obeh straneh stika debela nekaj μm in med njima je napetost okrog 0,4 V (pri siliciju celo 0,8 V), torej je jakost električnega polja ob stiku zelo velika (okrog 1 kV/cm). Ker v naelektrnem sloju na obeh straneh stika p-n ni prostih elektronov ali vrzeli, je sloj izolator in ne prepušča toka.



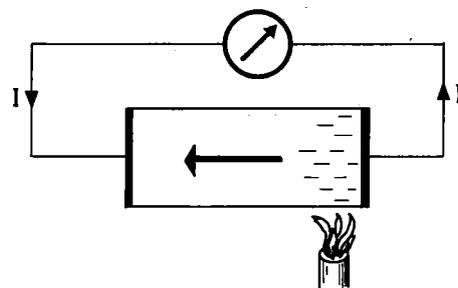
slika 2.59



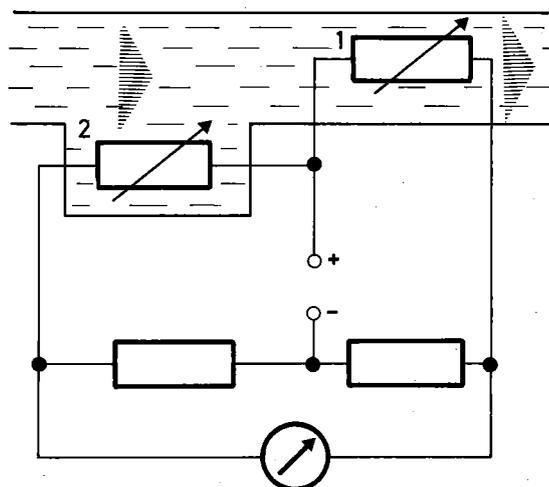
slika 2.55



slika 2.56



slika 2.57



slika 2.58

Polvodniško diodo priključimo na vir napetosti, najprej recimo plast p na negativni pol napetostnega vira, plast n pa na pozitivni pol. Takoj po vklopu posrka pozitivni pol napetostnega vira nekaj elektronov iz plasti n, negativni pol pa obenem vrine nekaj elektronov plasti p, zaradi česar se naelektrena sloja na obeh straneh stika p-n razširita (napetost med njima naraste, tudi do 100 V) in pretok elektronov se praktično ustavi. V tem stiku polvodniška dioda prevaja le neznameniten tok (nekaj  $\mu\text{A}$ ), ki ga lahko zanemarimo (slika 2.60a).

Drugače je, če pola zamenjamo, da je plast n priključena na negativni pol napetostnega vira, plast p pa na pozitivni pol (slika 2.60b). Negativni pol sproti dobavlja plasti n elektrone, ki jo zapuščajo z difuzijo, pozitivni pol na drugi strani pa sproti odzema elektrone, ki se selijo prek stika v sloj p. Naelektrena sloja na obeh straneh stika zato izgine in tok lahko neovirano teče.

Tokovna karakteristika polvodniške diode je skicirana na sliki 2.61. V odprti smeri (ko je plast p na pozitivnem polu vira, plast n pa na negativnem) ima dioda upornost okrog 50 ohmov in prepušča razmeroma velik tok (do 10 A na  $\text{cm}^2$  stične ploskve), v zaprti smeri (ko je plast n na pozitivnem polu vira, plast p pa na negativnem), pa je tok zanemarljivo majhen (nekaj  $\mu\text{A}$ ). Le če napetost prekorači mejno vrednost (okrog 100 V, odvisno od vrste polvodnika), prevaja polvodniška dioda opazen tok tudi v zaprti smeri.

Polvodniško diodo uporabljamo (podobno kot vakuumsko diodo, gl. str. 70) kot **usmerjevalko**, za usmerjanje izmenične napetosti. Plast n ima vlogo katode (emitira oz. dovaja proste elektrone), plast p pa vlogo anode (sprejema elektrone). Preprost usmernik je npr. stik jeklene konice in polvodniškega svinčevega sulfida, ki ga lahko uporabimo v povezavi s sluškami kot preprost radijski sprejemnik.

Majhen tok skozi polvodniško diodo v zaprti smeri je močno odvisen od temperature ter predvsem od osvetljenosti diode (predvsem pri germanijevi diodi). Če npr. diodo osvetlimo s 500 lx, se tok v zaprti smeri poveča od nekaj  $\mu\text{A}$  na 50  $\mu\text{A}$ , pri 1000 lx pa celo na 0,1 mA. Torej lahko polvodniško diodo v zaprti smeri uporabljamo podobno kot fotocelico (t.i. **fotodioda**). Tok skozi fotodiodo v zaprti smeri je premo sorazmeren z osvetljenostjo. Fotodioda se uporablja predvsem kot hiter svetlobni rele.

Nekatere polvodniške diode (npr. galijev arzenid) oddajajo v odprti smeri obenem z električnim tokom tudi svetlobo (t.i. **svetleče diode** ali **LED = Light Emitting Diode**), slika 2.62. Elektroni se namreč ob stiku p-n tako močno pospešijo, da lahko s trki vzbudijo atome polvodniške snovi, da ti sevajo svetlobo (galijev arzenid npr. rdečo). Jakost emitirane svetlobe je premo sorazmerna s tokom (pri toku 1 mA dobimo svetlobni tok okrog 40 lm). Zaradi linearne karakteristike lahko

s svetlečo diodo spreminjamo električne signale v svetlobne, pa so zato te diode sestavni del različnih monitorjev.

Omenimo še znani **silicijev fotoelement**, ki se kot sončna celica uporablja za spreminjanje svetlobne (sončne) energije neposredno v električni tok. Plast n-silicija (primes arzen) je prevlečen s tenko (za svetlobo prepustno) plastjo p-silicija (primes galij). Vpadna svetloba sprosti v tenki plasti nekaj elektronov. Ti se v močnem električnem polju zaprtega sloja stika p-n pospešijo proti plasti n in skozi zaključen tokovni krogi steče električni tok, ki je premo sorazmeren z osvetljenostjo (slika 2.63). Pri osvetlitvi s sončno svetlobo nastane napetost 0,5–0,6 V in kratkostični tok okrog 25 mA na  $\text{cm}^2$  osvetljene površine; izkoristek pretvorbe sončne energije v električno je okrog 10%.

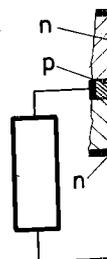
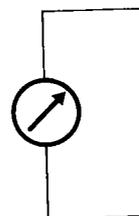
### Tranzistor

Tranzistor je sestavljen iz treh polvodniških plasti, ali v stiku p-n-p ali n-p-n. Srednja plast je tenka (običajno nekaj deset mikrometrov) in z razmeroma majhno koncentracijo primesi; imenuje se **baza** (slika 2.64 za stik n-p-n). Nanjo sta z obeh strani nanešeni plasti nasprotnega tipa (n na sliki 2.64). Večja (na sliki zgornja) plast se imenuje **kolektor**, manjša (spodnja) pa **emitor**. Emitor in bazo priključimo na napetost  $U_1$  tako, da učinkujeta kot dioda v odprti smeri (baza p je torej priključena na pozitivni pol napetosti  $U_1$ , emitor n pa na negativni pol). Emitor oddaja elektrone, ki difundirajo skozi bazo. Ker je ta tenka in ima malo akceptorjev, prodrejo elektroni skozi bazo, še preden jih vrzeli posrkajo, in vstopajo v kolektor. Med kolektor in emitor je prek upornika  $R$  priključena napetost  $U_2$ , tako da je kolektor pozitiven glede na bazo ( $U_2 > U_1$ ). Pozitivni pol napetostnega vira  $U_2$  privlačuje elektrone, ki skozi bazo vstopajo v kolektor. Nastali kolektorski tok povzroča na uporniku  $R$  napetost, ki je premo sorazmerna s tokom skozi emitor in bazo, torej premo sorazmerna z napetostjo  $U_1$ . Kakor se spreminja napetost  $U_1$  med bazo in emitorjem, tako se spreminja tudi napetost na uporniku  $R$  v kolektorskem krogu. Tranzistor potemtakem lahko uporabljamo podobno kot vakuumsko triodo za ojačevanje napetosti (emitor je analogen katodi, kolektor anodi in baza mrežici). S tranzistorjem lahko dosežemo velik faktor ojačitve, tudi do 100. Napetost, ki jo želimo ojačiti, vklopimo kot napetost  $U_1$  v emitorski krog. Ojačeno napetost odvezemo s prevodnika  $R$  v kolektorskem krogu (slika 2.65). V emitorski krog je poleg izmenične napetosti vključena še stalna napetost, ki skrbi, da je emitor ves čas negativen glede na bazo.

Podobno kot transistor n-p-n deluje tudi tranzistor p-n-p, le da emitor »oddaja« pozitivne vrzeli namesto negativnih elektronov; predznaka napetosti  $U_1$  in  $U_2$  morata biti ravno nasprotna kot v primeru n-p-n.

Tranzistor je v vakuumski triodi (zato troši manj dobe za začetek in mehansko cenejša. Slaba delovanje, občembe.

100 V



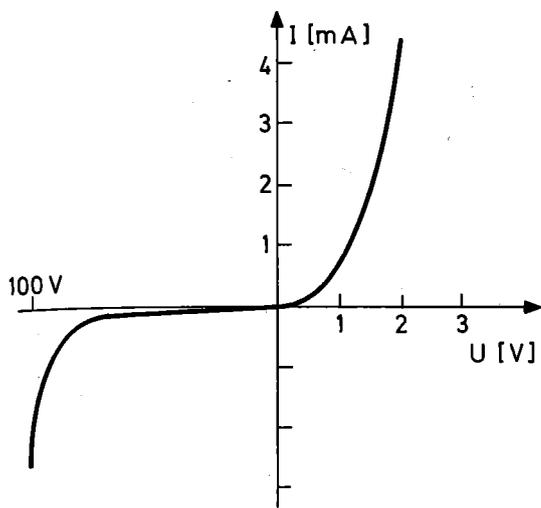
električne signale  
diode sestavni del

element, ki se ko  
spreminjanje svet  
redno v električno  
n) je prevlečen  
o) plastjo p-silicija  
ba sprosti v tenk  
se v močnem elek  
stika p-n pospešijo  
ičen tokovni krog  
premo sorazmeren  
3). Pri osvetlitvi  
napetost 0,5–0,6 V in  
na cm<sup>2</sup> osvetljene  
e sončne energije

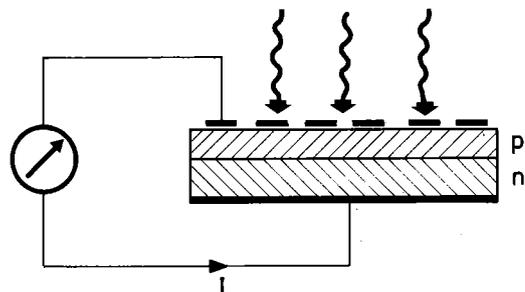
polvodniških plasti  
dnja plast je tenka  
etrov) in z razme  
rimese; imenuje se  
. Nanjo sta z obeh  
nega tipa (n na sliki  
plast se imenuje  
emitor. Emitor in  
U<sub>1</sub> tako, da učinku  
ri (baza p je torej  
napetosti U<sub>1</sub>, emitor  
oddaja elektrone  
je ta tenka in ima  
elektroni skozi njo, še  
stopajo v kolektor  
upornika R priklju  
kolektor pozitiven  
ativni pol napetost  
one, ki skozi bazo  
blektorski tok pove  
ki je premo soraza  
bazo, torej premo  
kakor se spreminja  
rjem, tako se spre  
niku R v kolektor  
ntakem lahko upo  
nsko triodo za oja  
analogen katodi,  
i). S tranzistorjem  
čitve, tudi do 100.  
klopimo kot nape  
no napetost odvze  
lektorskem krogu  
e poleg izmenične  
napetost, ki skrbi  
glede na bazo.

deluje tudi tranzi  
ja« pozitivne vrzeli  
y; predznaka nape  
no nasprotna kot

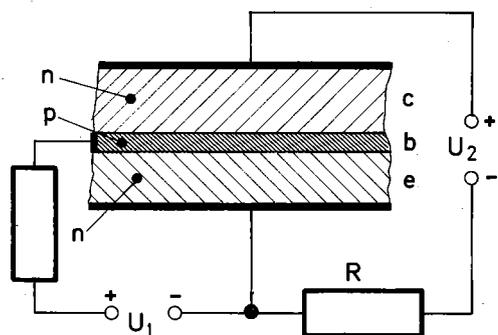
Tranzistor je v marsikaterem pogledu boljši od vakuumске triode: ne potrebuje vroče katode (zato troši manj električne energije, ni čakalne dobe za začetek delovanja), je lažji, kompaktnjši in mehansko odpornejši, njegova izdelava je cenejša. Slaba stran pa je, da je, kar zadeva delovanje, občutljiv na temperaturne spremembe.



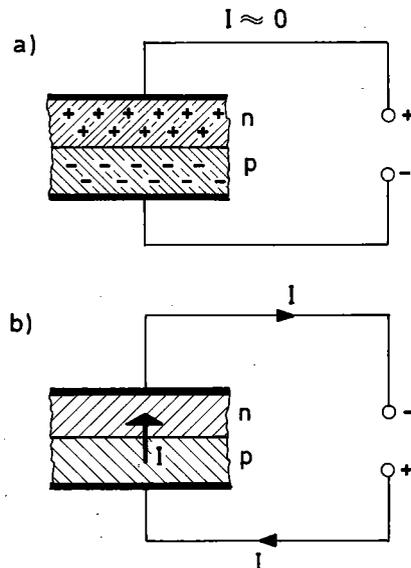
slika 2.61



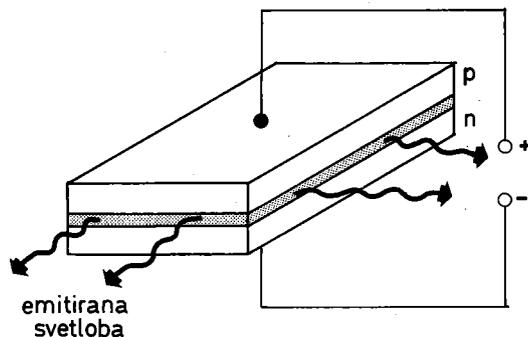
slika 2.63



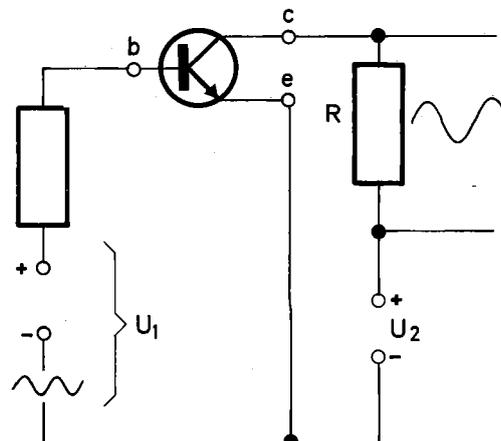
slika 2.64



slika 2.60



slika 2.62



slika 2.65

V poglavju Električno polje smo razpravljali o električni sili med električnimi delci. Omenili smo (Coulombov zakon, str. 10), da je električna sila odvisna od velikosti nabojev in od trenutne oddaljenosti med njimi. Molče smo obšli morebitno vprašanje, ali to velja tudi za gibajoče električne delce, ali drugače: je električna sila odvisna tudi od hitrosti delcev? Celo v poglavju Električni tok, v katerem smo obravnavali pojav v zvezi z gibanjem električnih delcev, nas to vprašanje ni zanimalo. Govorili smo le o pojavih, ki jih lahko pojasnimo z učinki znane (Coulombove) električne sile (npr. delo in moč električne napetosti). Da je električna sila med električnimi delci odvisna tudi od njihovih hitrosti, dokazujejo magnetni pojavi, ki so v zvezi z električnimi tokovi, to je z gibanjem električnih delcev.

Če npr. teče električni tok po dveh vzporednih kovinskih žicah v enaki smeri, opazimo, da se vodnika privlačujeta (gl. str. 92). Ta privlačna sila med vzporednima tokovnima vodnikoma gotovo ni električna (Coulombova) sila, kakršno poznamo, saj sta kovinski žici električno nevtralni (pozitivni naboj kovinskih kationov se navzven nevtralizira z negativnim nabojem elektronov v žici, razlika med njimi je le v tem, da se prosti elektroni gibljejo, kovinski kationi pa ne). Tej sili pravimo magnetna sila: je posledica urejenega gibanja električnih delcev, to je, odvisna je od hitrosti električnih delcev. Če delci mirujejo (če torej v žici ni električnega toka), tudi magnetne sile ni. Poskusi kažejo, da je magnetna sila vedno pravokotna na smer toka, to je na smer hitrosti električnih delcev. Če se smer toka spremeni, se spremeni tudi smer magnetne sile. Tako je magnetna sila med vzporednima žicama odbojna, če tečeta tokova v nasprotnih smereh; nasprotna tokova se odbijata.

Magnetna sila med tokovnimi vodniki pravzaprav pomeni magnetno silo med gibajočimi se električnimi delci. Enako naelektrena električna delca se npr. privlačujeta z magnetno silo, če se gibljeta paralelno v enaki smeri, odbijata pa se, če se gibljeta v nasprotnih smereh (Coulombova električna sila med njima je v obeh primerih odbojna, gl. str. 8). Seveda se takoj pojavi vprašanje, ali je magnetna sila povsem nova sila ali kako povezana z običajno električno silo. Izkaže se (gl. str. 80), da je magnetna sila le posebno ime za tisti del splošne električne sile med gibajočimi se električnimi delci, ki je odvisen od hitrosti delcev. **Električno silo med gibajočimi se električnimi delci namreč lahko razstavimo na dva člena**. Prvi člen je običajna **Coulombova električna sila**, ki je odvisna le od nabojev in lege delcev v prostoru (to je od razdalje med delci). Drugi člen pa podaja novo **magnetno silo**, ki je odvisna od nabojev in od hitrosti električnih delcev. Če delci mirujejo, magnetne sile ni in med delci učinkujejo le Coulombove električne sile. Brž ko se električni delci gibljejo, pa moramo upoštevati (poleg Coulombove električne sile) tudi magnetno silo. Zadnja je sicer v primerjavi s Coulombovo električno silo večinoma zanemarljivo

### III. MAGNETNO POLJE

majhna (gl. str. 80), delcih niti ni treba o magnetna sila le relativno sile zaradi gibanja delcev. Če je hitrost delcev. Zato lahko v večini gibanje posamičnih Coulombova električna sila pomembna sila veliko in če se Coulombova prisotnosti pozitivnih delcev povsem izničijo elektromotorje.

Iz klasične mehanike Newtonovih zakonov ni mogoče misliti, da so sile odvisne le od lege delcev njihovih hitrosti (gl. str. 80). Imamo v klasični mehaniki **skimi silami**, ki niso. Takšne so npr. gravitacijske, električne sile (in npr. adhezijske in kohezijske) in kvantonske magnetne sile. Ne moremo pojasniti mehanike, potrebna

#### Magnetna sila kot popravek električne sile

Medsebojno elektronsko delcev popisujemo z električnim poljem. Mislimo si, da ustvarja v svoji okolici z jakostjo  $E$ , ki nima (naboj  $e$ ) z električnimi delci. Poznamo, če električno polje, če se delci gibajo, ali se gibajo? Ljudje opažajo, da se delci gibajo v sistemov (ki se uporabljajo v laboratorijskem in na katerega se poskušajo

#### Električno polje gibajočih delcev

Mirujoč električni tok kroglasto simetrično silnice so radialni žarki po smereh (izotropno) od smeri, spreminjajo delca, npr.  $E = e/r^2$ . Električno polje zaznamo električnega delca. Negativna sistema, ki je pozitivna. Kakšno pa je to polje dinamičnega sistema? Gibljejo?

Prehod iz gibajočih delcev v mirujoči (ali labo

smo razpravljali o delci. Omenili smo, da je električno polje v in od trenutnega gibanja delca. Če delci gibanje, smo obšli morebiti za gibajoče se delce. Če je električna sila zaradi gibanja delcev? Celotno poglavje obravnavamo pojave delcev, nas to vprašanje o pojavih, ki jih povzročajo (Coulombove) električne nape. Električnimi delci

dokazujejo magnetnimi tokovi, to je.

dveh vzporednih delci opazimo, da se privlačna sila odbojnoma gotovo la, kakršno poz- električno nevtralni onov se navzven pojem elektronov tem, da se prosti oni pa ne). Tej sili sledica urejenega je, odvisna je od delci mirujejo (če a), tudi magnetne gnetna sila vedno na smer hitrosti oka spremeni, se sile. Tako je mag- ama odbojna, če nerek; nasprotna

odniki pravzaprav baječimi se elek- a električna delca o silo, če se gib- bijata pa se, če se Coulombova elek- primerih odbojna, vi vprašanje, ali je la ali kako pove- lzkaže se (gl. str. sebno ime za tisti ed gibajočimi se od hitrosti delcev. ni se električnimi o na dva člena. va električna sila, ege delcev v pro- (ci). Drugi člen pa ki je odvisna od h delcev. Če delci med delci učinku- e sile. Brž ko se oramo upoštevati e sile) tudi mag- merjavi s Coulom- ma zanemarljivo

magnetna (gl. str. 80), tako da je pri posamičnih delcih niti ni treba omenjati. Videli bomo, da je magnetna sila le relativistični popravek električne sile zaradi gibanja delcev. Ta pa je pomemben le, če je hitrost delcev v bližini svetlobne hitrosti. Zato lahko v večini primerov vzamemo, da na gibanje posamičnih električnih delcev vpliva le Coulombova električna sila. Pač pa postane magnetna sila pomembna, če je električnih delcev veliko in če se Coulombove električne sile zaradi prisotnosti pozitivnih in negativnih električnih delcev povsem izničijo. Lahko npr. celo poganja elektromotorje.

Iz klasične mehanike, ki je osnovana na znanih Newtonovih zakonih mehanike, smo navajeni misliti, da so sile med delci oziroma telesi odvisne le od leg delcev v prostoru ne pa tudi od njihovih hitrosti (gl. I. del, str. 53). Pravimo, da imamo v klasični mehaniki popravek z **newtonskimi silami**, ki niso odvisne od hitrosti delcev. Takšne so npr. gravitacijske sile ter Coulombove električne sile (in različne sile, izvedene iz njih, npr. adhezijske in kohezijske sile). Niso pa newtonske magnetne sile. Zato njihovih značilnosti ne moremo pojasniti s predpostavkami klasične mehanike, potrebna je relativistična mehanika.

## Magnetna sila kot relativistični popravek električne sile

Medsebojno električno učinkovanje električnih delcev popisujemo s pomočjo pojma električno polje. Mislimo si, da npr. en električni delec ustvarja v svoji okolici električno polje (npr. z jakostjo  $E$ ), ki nato učinkuje na drug delec (naboj  $e$ ) z električno silo  $F = eE$ . Električno polje poznamo, če električni delec miruje. Kakšno pa je to polje, če se delec giblje, in kako učinkuje na gibajoči se delec? Pri tem je pomembna primerjava opazovanj dogodkov iz različnih koordinatnih sistemov (ki se gibljejo z delci) z opazovanji v laboratorijskem koordinatnem sistemu, glede na katerega se posamični električni delci gibljejo.

### Električno polje gibajočega se električnega delca

Mirujoč električni delec ustvarja v svoji okolici kroglasto simetrično električno polje (slika 1.7): silnice so radialni žarki, enakomerno razporejeni po smereh (izotropni), jakost polja je neodvisna od smeri, spreminja se le z oddaljenostjo ( $r$ ) od delca, npr.  $E = e/4\pi\epsilon_0 r^2$  (gl. 1.5). Takšno električno polje zaznamo tudi v okolici gibajočega se električnega delca, če opazujemo iz koordinatnega sistema, ki se giblje skupaj z delcem. Kakšno pa je to polje videti iz »mirujočega« koordinatnega sistema, glede na katerega se delec giblje?

Prehod iz gibajočega se koordinatnega sistema v mirujoči (ali laboratorijski) sistem je povezan

z relativističnimi transformacijami, o katerih bomo razpravljali v poglavju Relativistična mehanika (str. 150).

Recimo, da so koordinatne osi  $x, y, z$  laboratorijskega sistema paralelne s koordinatnimi osmi  $x', y', z'$  gibajočega se koordinatnega sistema, ki se glede na laboratorijski sistem giblje s hitrostjo  $v$  v smeri osi  $x$  oziroma  $x'$ . Ugotovili bomo, da so vse razdalje v smeri gibanja sistema, izmerjene iz gibajočega se sistema, krajše, kot če jih izmerimo iz mirujočega sistema (t.i. **relativistična kontrakcija dolžine**, gl. str. 153). Če npr. razdaljo  $dx$  v mirujočem koordinatnem sistemu izmerimo iz drugega koordinatnega sistema, ki se giblje s hitrostjo  $v$  v smeri merjene razdalje, dobimo krajšo vrednost:

$$dx' = dx/\gamma$$

Tu je  $\gamma$  t.i. **relativistični faktor**:

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \quad (\text{gl. 148})$$

Tu je  $c$  hitrost svetlobe (oziroma elektromagnetnega valovanja) v vakuumu ( $= 3 \cdot 10^8$  m/s).

Vse dimenzije v smeri gibanja koordinatnega sistema so iz gibajočega se koordinatnega sistema videti bolj stisnjene, kot če jih opazujemo iz mirujočega koordinatnega sistema. To ne velja za prečne dimenzije, ki so pravokotne na smer gibanja koordinatnega sistema. Če npr. kako razdaljo v smeri osi  $y$  izmerimo v laboratorijskem koordinatnem sistemu kot  $dy$ , dobimo za to razdaljo enako dolžino tudi, če merimo iz gibajočega se koordinatnega sistema:  $dy' = dy$ . Enako seveda velja tudi za razdalje v smeri osi  $z$  ( $dz' = dz$ ).

Zaradi relativistične kontrakcije je električno polje v okolici gibajočega se naboja drugačno, kot če naboj miruje.

Recimo, da opazujemo homogeno električno polje med vzporednima ploščama, ki sta enakomerno naelektreni z raznoimenskima nabojema z gostoto  $\sigma$ . V koordinatnem sistemu  $x, y, z$ , ki miruje skupaj z naboji, zaznamo običajno električno polje z jakostjo  $E = \sigma/\epsilon_0$  (gl. 1.11); silnice potekajo npr. v smeri osi  $y$  (slika 3.1a). To električno polje opazujemo tudi iz koordinatnega sistema  $x', y', z'$ , ki se giblje s hitrostjo  $v$  v smeri osi  $x$  oz.  $x'$ , to je v smeri pravokotno na silnice (slika 3.1b). Zaradi relativistične kontrakcije dolžine v smeri  $x$  (to je vzdolž plošč kondenzatorja), registrira opazovalec iz gibajočega se koordinatnega sistema za faktor  $\gamma$  večjo gostoto naboja kot mirujoči opazovalec in zato tudi močnejše električno polje:

$$E' = \gamma E$$

Drugače je, če se koordinatni sistem giblje v smeri  $y$ , to je vzdolž silnic električnega polja (pravokotno na naelektreni plošči). Z relativisti-

stično kontrakcijo dolžine se navidezno zmanjša razdalja med ploščama, gostota naboja pa ostane enaka. V tem primeru opazovalec iz gibajočega se koordinatnega sistema zazna enako električno polje kot mirujoči opazovalec. Iz tega sledi splošen zaključek:

**Prečna komponenta jakosti električnega polja** (ki je pravokotna na smer hitrosti gibajočega se koordinatnega sistema) **je v gibajočem se koordinatnem sistemu povečana za relativistični faktor  $\gamma$ , vzdolžna komponenta pa je enaka kot v koordinatnem sistemu, glede na katerega električni naboji mirujejo:**

$$\begin{aligned} E'_{\perp} &= \gamma E_{\perp} \\ E'_{\parallel} &= E_{\parallel} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$E_{\perp}$  in  $E_{\parallel}$  sta merjena v koordinatnem sistemu, ki se giblje skupaj z električnimi delci oz. glede na katerega električni delci mirujejo,  $E'_{\perp}$  in  $E'_{\parallel}$  pa v koordinatnem sistemu, ki se glede na električne delce giblje.

Omenimo še, da poskusi vsestransko potrjujejo invariantnost električnega naboja delca: ta je neodvisen od koordinatnega sistema, iz katerega ga merimo ( $e' = e$ ).

Povrnimo se k električnemu polju v okolici enega samega točkastega naboja  $e$ . V koordinatnem sistemu,  $x, y$  (zaradi lažje ponazoritve se omejimo na ravninski primer, os  $z$  je pravokotna na opazovalno ravnino), ki se giblje s hitrostjo  $v$  delca, registriramo običajno električno polje (slika 1.7). V dani točki polja ima jakost polja komponenti  $E_{\perp}$  in  $E_{\parallel}$ , tako da je:

$$E_{\perp}^2 + E_{\parallel}^2 = (e/4\pi\epsilon_0 r^2)^2$$

(slika 3.2a, električni delec je v koordinatnem izhodišču). V laboratorijskem koordinatnem sistemu,  $x', y'$ , glede na katerega se delec giblje s hitrostjo  $v$ , sta ustrezni komponenti jakosti električnega polja dani z enačbama 3.1:  $E'_{\perp} = \gamma E_{\perp}$  in  $E'_{\parallel} = E_{\parallel}$  (slika 3.2b, narisana je za trenutek, ko se električni delec giblje skozi koordinatno izhodišče). Prepričamo se lahko, da so silnice tudi v tem koordinatnem sistemu radialne, da torej potekajo iz trenutne lege električnega delca. Velja namreč:  $E_{\perp}/E_{\parallel} = \gamma/x$  ter  $E'_{\perp}/E'_{\parallel} = \gamma E_{\perp}/E_{\parallel} = \gamma\gamma/x = \gamma\gamma'/(v\gamma x') = \gamma'/x'$ .

Tudi silnice električnega polja v okolici gibajočega se električnega naboja potekajo radialno iz trenutne lege delca, le da niso izotropne (enakomerno razporejene po smereh). Zaradi povečane prečne komponente so silnice v prečni smeri zgoščene, v vzdolžni smeri pa razredčene (slika 3.3), tako da je električno polje najmočnejše v smeri, ki je pravokotna na smer gibanja električnega delca, najšibkejša pa v smeri hitrosti. Polje je osno simetrično glede na smer hitrosti delca.

### Magnetna sila med gibajočima se električnimi delcema

Najprej vzemimo, da se električna delca z naboma  $e_1$  in  $e$  gibljeta paralelno s hitrostma  $v$  v glede na mirujoči (laboratorijski) sistem  $x, y$ , sliki 3.4 je označen položaj v trenutku, ko delca vštric, razmknjena za  $d$ . Zanima nas električna sila, s katero gibajoči se delec  $e_1$  učinkuje na gibajoči se delec  $e$ . V mislih se prestavimo v koordinatni sistem  $x', y'$ , ki se giblje skupaj z delcem  $e$  (to je s hitrostjo  $v$  v smeri osi  $x$ ). Glede na ta koordinatni sistem se delec  $e_1$  giblje z relativno hitrostjo  $v' = (v_1 - v)/(1 - v_1 v/c^2)$  (glej relativistična relativna hitrost, str. 154) in za povzročča na mestu delca  $e$  električno polje z jakostjo  $E'_{\perp} = \gamma' E_{\perp} = \gamma' (e_1/4\pi\epsilon_0 d^2)$ , kjer je:

$$\begin{aligned} \gamma' &= (1 - v'^2/c^2)^{-1/2} = \\ &= (1 - v_1 v/c^2) (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \end{aligned}$$

Potemtakem čuti delec  $e$  v koordinatnem sistemu  $x', y'$  električno silo  $F'_{\perp} = eE'_{\perp}$  (v smeri  $-y'$ ) s katero ga delec  $e_1$  odbija v prečni smeri:  $F'_{\perp} = \gamma' e e_1 / (4\pi\epsilon_0 d^2)$ .

Da dobimo silo  $F$ , kakršno registriramo iz našega laboratorijskega koordinatnega sistema  $x, y$ , moramo preiti iz koordinatnega sistema  $x', y'$ , se giblje skupaj z delcem  $e$ , v »mirujoč«  
laboratorijski sistem. Pri tem prehodu se prečna komponenta sile ( $F'_{\perp}$ ) zmanjša za relativistični faktor  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  (vzdolžna komponenta ostane nespremenjena, gl. str. 159). Iz laboratorijskega sistema torej ugotovimo, da na delca  $e$  učinkuje v prečni smeri električna sila (gl. slika 3.5):

$$\begin{aligned} F_{\perp} &= F'_{\perp} (1 - v^2/c^2)^{-1/2} = \\ &= (e e_1 / 4\pi\epsilon_0 d^2) (1 - v_1 v/c^2) (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} \end{aligned}$$

To lahko razstavimo na dva člena:

$$\begin{aligned} F_{\perp} &= (e e_1 / 4\pi\epsilon_0 d^2) (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} - \\ &\quad - (e e_1 / 4\pi\epsilon_0 d^2) (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} \cdot v_1 v/c^2 = \\ &= F_e - F_m \end{aligned}$$

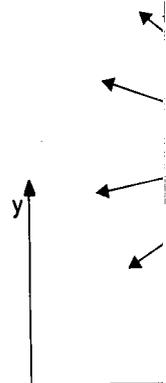
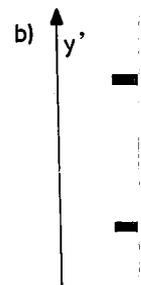
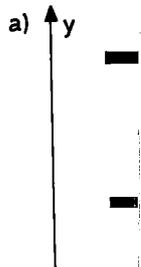
Prvi člen ( $F_e$ ) je običajna električna odbojna sila med enakoimenskima nabojema  $e$  in  $e_1$ , ki sta razmknjena za  $d$ :

$$\begin{aligned} F_e &= (e e_1 / 4\pi\epsilon_0 d^2) (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} \cong \\ &\cong e e_1 / 4\pi\epsilon_0 d^2 \quad (\text{za } v_1 \ll c) \end{aligned}$$

Drugi člen ( $F_m$ ) predstavlja novo (magnetno) silo:

$$F_m = (e e_1 / 4\pi\epsilon_0 d^2) (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} \cdot v_1 v/c^2 \quad (3.2)$$

Vidimo, da se vzporedno gibajoča se električna delca z magnetno silo privlačujeta, če imata istoimenska naboja in se gibljeta v isti smeri, ter odbijata, če sta naboja raznoimenska ali če se gibljeta v nasprotnih smereh ( $v$  ali  $v_1$  negativni). Takoj se tudi prepričamo, da je magnetna sila zares le relativistični popravek električne sile:



ma se električnim

rična delca z nab...  
no s hitrostma  $v_1$   
rijski) sistem  $x, y, z$ .  
v trenutku, ko s...  
d. Zanima nas ele...  
se delec  $e_1$  učinku...  
islih se prestavim...  
ki se giblje skup...  
v smeri osi  $x$ ). Gled...  
elec  $e_1$  giblje z rela...  
 $v_1/(1 - v_1 v/c^2)$  (gl...  
st, str. 154) in zat...  
e električno pol...  
 $4\pi\epsilon_0 d^2$ ), kjer je:

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

ordinatnem sistem...  
 $eE'_\perp$  (v smeri  $-y'$ )  
prečni smeri:  $F'_\perp$

gistriramo iz našeg...  
ega sistema  $x, y, z$ ,  
ga sistema  $x', y', z'$ ,  
»mirujoč« laborat...  
u se prečna kompo...  
relativistični fakt...  
na komponenta...  
r. 159). Iz laborato...  
vimo, da na delc...  
ktrična sila (gl. sli...

$$\gamma^2 (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2}$$

šlena:

$$\gamma^2 (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} \cdot v_1 v/c^2 =$$

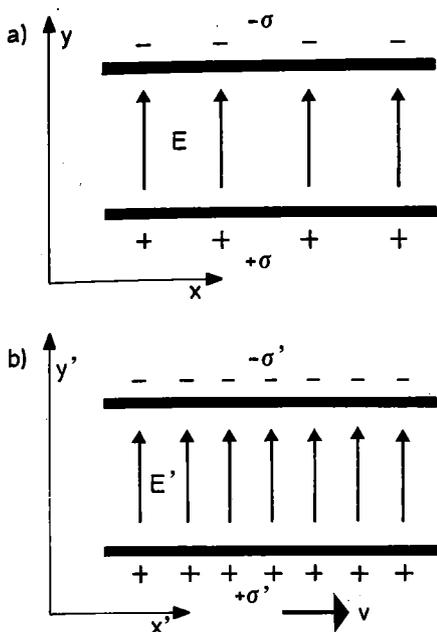
ktrična odbojna sil...  
ema  $e$  in  $e_1$ , ki s...

$$\gamma^{-1/2} \equiv$$

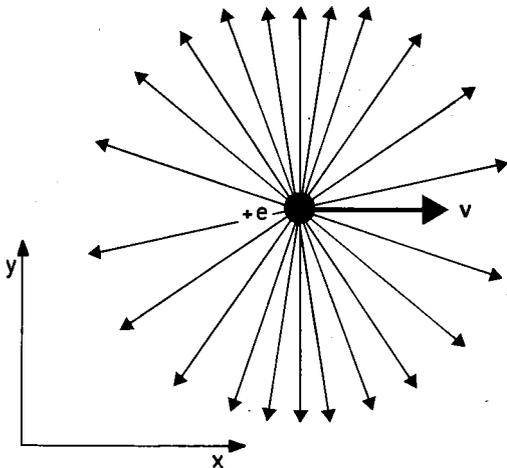
vo (magnetno) silo:

$$\gamma^{-1/2} \cdot v_1 v/c^2 \quad (3.2)$$

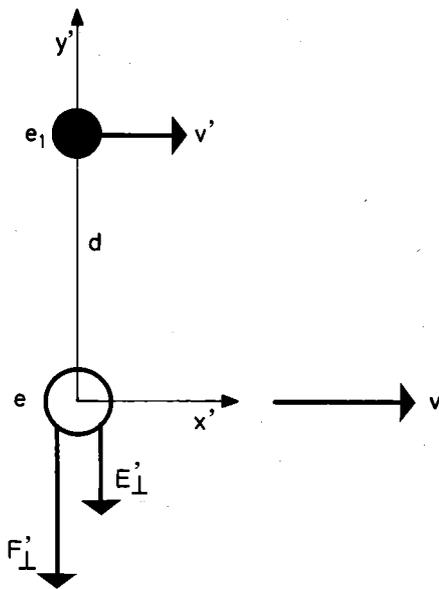
pajoča se električna...  
ujeta, če imata isto...  
ta v isti smeri, ter...  
oimenska ali če se...  
( $v$  ali  $v_1$  negativen),  
a je magnetna sila...  
k električne sile:



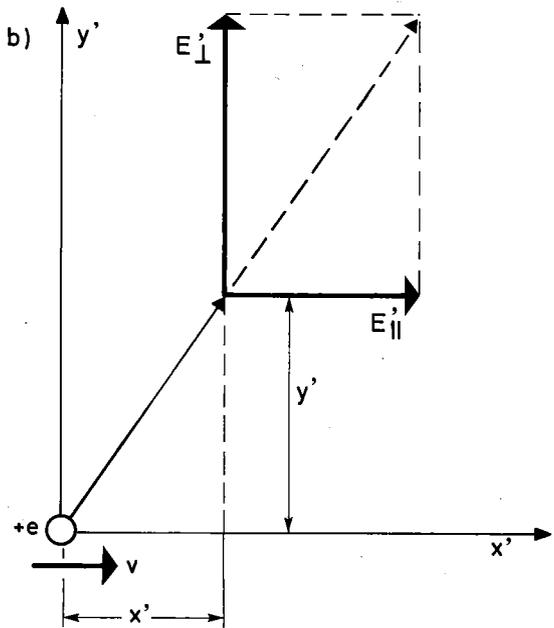
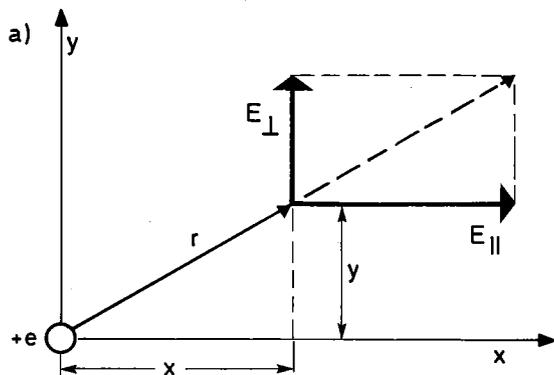
slika 3.1



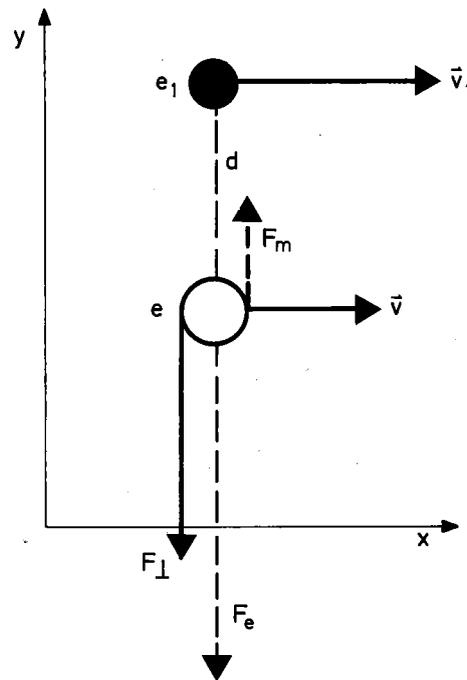
slika 3.3



slika 3.4



slika 3.2



slika 3.5

$$F_m/F_e = v_1 v/c^2 \ll 1 \text{ (v nerelativističnem približku)}$$

Magnetne sile ni, če vsaj eden od obeh delcev miruje. **Magnetno silo povzročajo le gibajoči se električni delci in magnetna sila učinkuje le na gibajoče se električne delce.**

Kakor izrazimo električno silo s pomočjo električnega polja, napravimo podobno tudi pri magnetni sili. Namesto da rečemo: Gibajoči se delec  $e_1$  učinkuje na gibajoči se delec  $e$  z magnetno silo  $F_m$ , lahko tudi izjavimo: Gibajoči se delec  $e_1$  povzroča v svoji okolici **magnetno polje**, ki z magnetno silo učinkuje na druge, gibajoče se električne delce.

V izrazu 3.2 za magnetno silo  $F_m$  združimo vse parametre, ki se nanašajo na električni delec in na prostor, v novo fizikalno količino  $B$ , t.i. **gostoto magnetnega polja**, tako da je:

$$F_m = evB \quad (3.3)$$

S to enačbo je definirana tudi merska enota nove količine:

$$[B] = [F]/[ev] = \text{N/Am} = \text{Ws/Am}^2 = \text{Vs/m}^2 = \text{T (tesla)}$$

Nova količina  $B$  je za zgornji primer dana z enačbo:

$$B = (e_1 v_1 / 4\pi \epsilon_0 d^2 c^2) (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} \quad \text{ali} \\ B = e_1 v_1 / (4\pi \epsilon_0 d^2 c^2)$$

ker lahko v nerelativističnem približku zanemarimo  $v_1^2/c^2$  v primerjavi z 1. Da se zgornji izraz nekoliko poenostavi, vpeljemo novo univerzalno konstanto  $\mu_0$  (t.i. **indukcijsko konstanto**), tako da je:

$$\epsilon_0 c^2 = 1/\mu_0 \quad \text{ali}$$

$$\mu_0 = (\epsilon_0 c^2)^{-1} = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am} \quad (\text{gl. III. del, str. 65})$$

in dobimo:

$$B = \mu_0 e_1 v_1 / 4\pi d^2 \quad (3.4)$$

Nova količina je gotovo vektor, zato moramo definirati tudi njeno smer. Izkaže se, da lahko enostavno izrazimo tako samo gostoto magnetnega polja kot magnetno silo na gibajoči se električni delec, če smer magnetnega vektorja  $B$  definiramo tako, da je pravokotna na smer vektorja  $r$  in na smer hitrosti  $v_1$  delca, ki magnetno polje povzroča.

Da to potrdimo, si oglejmo splošnejši primer slike 3.6. Delca  $e$  in  $e_1$  sta razmaknjena za krajevni vektor  $r$ , vendar se še gibljeta paralelno. V koordinatnem sistemu  $x', y'$ , ki se giblje skupaj z delcem  $e$ , povzročata delec  $e_1$  na mestu delca  $e$  električno

polje s komponentama  $E'_\perp = \gamma' E_\perp$  in  $E'_\parallel = E_\parallel$ , zato električno silo s komponentama  $F'_\perp = eE'_\perp$  in  $F'_\parallel = eE'_\parallel$ . Ob prehodu v laboratorijski koordinatni sistem se ti komponenti transformirata v  $F_\perp = \gamma F'_\perp$  in  $F_\parallel = F'_\parallel$  (slika 3.7). V vzdolžni komponenti ( $F_\parallel$ ) ni relativističnih popravkov, zato ta komponenta določa le vzdolžno komponento električne sile ( $F_e$ ) in ničesar ne prispeva k magnetni sili. Zadnja je skrita v prečni komponenti  $F_\perp$  (podobno kot zgoraj) napišemo kot razliko med prečno komponento električne sile ( $F_e$ ) in magnetno silo ( $F_m$ ):

$$F_\perp = eE_\perp (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} - eE_\perp (v_1 v/c^2) (1 - v_1^2/c^2)^{-1/2} = F_e - F_m$$

V nerelativističnem približku lahko člen  $(v_1 v/c^2)$  zanemarimo v primerjavi z 1 in zanemarimo tudi spremembo smeri krajevnega vektorja  $r$  ob prehodu v laboratorijski sistem, tako da je:

$$E_\perp = E \sin \theta \quad \text{in} \quad E_\parallel = E \cos \theta$$

kjer je  $E = e/(4\pi \epsilon_0 r^2)$ . Za ta približek potemtakem velja

$$F_{e\parallel} = eE \cos \theta \\ F_{e\perp} = eE \sin \theta \\ F_m = eE (v_1 v/c^2) \sin \theta$$

Vidimo, da se prečna in vzdolžna komponenta električne sile seštejeta v Coulombovo električno silo v smeri radija  $r$  (slika 3.7):

$$F_{e\parallel}^2 + F_{e\perp}^2 = (eE)^2$$

Magnetna sila  $F_m$  pa je usmerjena navzgor (pravokotno na hitrost  $v_1$  delca, ki magnetno polje ustvarja); njena velikost je dana z enačbo (3.3) pri čemer je:

$$B = \mu_0 e_1 v_1 \sin \theta / (4\pi r^2) \quad (3.5)$$

Če se domenimo, da je vektor  $B$  magnetnega polja pravokoten na vektor  $v_1$  (to je, da na sliki 3.6 kaže pravokotno v list), ga lahko izrazimo z enostavnim vektorskim produktom:

$$B = (\mu_0 / 4\pi) e_1 v_1 \times r / r^3 \quad (3.6)$$

Krajevni vektor  $r$  je usmerjen od delca, ki ustvarja magnetno polje, do mesta, za katerega iščemo vektor  $B$ .

Tako definirana smer vektorja magnetnega polja ( $B$ ) tudi omogoča enostaven izraz za magnetno silo na gibajoči se delec  $e$ . V našem preprostem primeru se delec  $e$  giblje s hitrostjo  $v$  v smeri pravokotno na vektor  $B$ . Ker je magnetna sila  $F_m$  pravokotna tako na smer hitrosti  $v$  kot na smer vektorja  $B$ , jo lahko izrazimo z vektorskim produktom:

$$F_m = ev \times B \quad (3.7)$$

pa ta izraz velja tudi za giblje poševno. Če se prepričati. Če se linatne osi z (to relativističnega p... di ni magnetne... a električni del... orja  $B$  ( $F_m = 0$ )... poševni smeri git... mer  $B$ ) razstavi... ento v smeri  $B$  i... pravokotno na... / splošnem je ta... enačbo:

$$F_m = e(v \sin \theta) B$$

To potrjuje, da... odaja smer in...

## Magnetno po

Magnetno polje... vimo) z magn... zanje je magne... črte, katerih ta... v posameznih... tokovnic, kolik... polja.

Z enačbo (3.6) točko magnetn... električnega d... polje. Zaradi... v enačbi (3.6) hitrost  $v_1$  delca... nice koncentri... kotne na smer... za gostoto mač... najmočnejše v... delca in je prav... v smeri giban... V splošnem se... šuje s kvadra... lege točkasteč... nostjo spremi... 1.5).

V splošnem je... ( $e_i$ ), ki se gi... Gostota magr... vektorska vsot... mezni delci (g

$$B = (\mu_0 / 4\pi) e_1 v_1 \times r / r^3$$

$r$  je trenutni l... usmerjen je o...  $B$ .

Omenili smo... gibajočimi s



popravek električne sile. Zato je za posamične delce pomembna le pri hitrostih blizu svetlobne hitrosti. Večinoma jo lahko v primerjavi z električno silo zanemarimo. To je vzrok, da je običajno niti ne omenjamo in tudi ne govorimo o magnetnem polju gibajočih se delcev.

Pač pa postane magnetna sila pomembna pri električnih tokovih, to je med tokovnimi vodniki, predvsem med kovinskimi in polvodniškimi. Z električnim tokom potuje skozi kristalno mrežo pozitivnih kovinskih kationov množica negativnih elektronov (pri toku 1 A npr. prekorači prečni prerez vodnika kar okrog  $6 \cdot 10^{18}$  elektronov v sekundi). Kovinski vodnik je navzven električno nevtralen (pozitivni naboj kovinskih kationov se nevtralizira z negativnim nabojem prostih elektronov), zato električno ne učinkuje na druge vodnike. Z gibanjem prostih elektronov v vodniku pa se izrazi magnetna sila, s katero se sosednji tokovni vodniki odbijajo oziroma privlačujejo. Pri običajnih tokovih nekaj A je zaradi velikega števila gibajočih se elektronov magnetna sila med vodniki že tako velika, da povzroča opazne spremembe, npr. poganja elektromotorje. Torej je pomembno, da poznamo magnetno polje v okolici posameznih tokovnih vodnikov.

### Biot-Savartov zakon

Iščemo gostoto magnetnega polja ( $\mathbf{B}$ ) v poljubni točki magnetnega polja, ki ga povzroča dan tokovni vodnik s tokom  $I$ . Tokovni vodnik v mislih razdelimo na diferencialno majhne elemente  $ds$ , ki so dovolj majhni, da elektroni iz posamičnega elementa povzročajo v okolici enako magnetno polje ( $d\mathbf{B}$ ). Na sliki 3.9 je označen vektor  $d\mathbf{B}$  magnetnega polja, kakršnega povzroča tokovni element  $ds$  z začetka krajevnega vektorja  $\mathbf{r}$ . Ker se elektroni iz tega elementa gibljejo z enako povprečno hitrostjo ( $\mathbf{v}_1$ ) in povzročajo enako magnetno polje, lahko  $d\mathbf{B}$  določimo z enačbo (3.6):

$$d\mathbf{B} = dN (\mu_0/4\pi) e_1 \mathbf{v}_1 \times \mathbf{r}/r^3$$

pri čemer predstavlja  $dN$  število elektronov v tokovnem elementu  $ds$ . S slike 3.10 je razvidna zveza:  $dN = NSds$ , kjer je  $N$  gostota prostih elektronov v kovini. To povežemo s tokom  $I$  (gl. 2.4):  $I = e_1 NSv_1$  in dobimo:

$$dN = Ids/(e_1 v_1)$$

Dobljeni  $dN$  vstavimo v zgornjo enačbo za  $d\mathbf{B}$ . Nastala enačba se poenostavi, če smer vektorja hitrosti elektronov ( $\mathbf{v}_1$ ) prenesemo na smer toka  $I$  oziroma na smer tokovnega elementa  $ds$  (ki ima smer toka), to je, če pišemo:  $\mathbf{v}_1 ds = v_1 ds$ . Produkt  $e_1 v_1$  se krajša in dobimo enostavno enačbo.

$$d\mathbf{B} = (\mu_0/4\pi) ds \times \mathbf{r}/r^3 \quad (3.8)$$

Vidimo, da gostota magnetnega polja ni odvisna od posamičnih količin (naboja  $e_1$ , hitrosti  $v_1$  in

števila  $N$  elektronov), ampak je pomembna celoten električni tok ( $I$ ) teh delcev. Magnetno polje je pri toku  $I$  enako, četudi so električni tokovi drugačni (pozitivni ali negativni, elektroni ali protoni) ali se drugače gibljejo, če je le električni tok enak.

Celotni  $\mathbf{B}$ , ki ga povzroča celotni tokovni vodnik, dobimo, če diferencialna polja  $d\mathbf{B}$  (3.8) posameznih tokovnih elementov  $ds$  vektorsko seštejemo oziroma integriramo:

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B}$$

$$\mathbf{B} = (\mu_0 I/4\pi) \int ds \times \mathbf{r}/r^3$$

Dobljena enačba je znana pod imenom **Savartov zakon**. Omogoča nam, da pri poljubni legi in razporeditvi tokovnega vodnika v prostoru izračunamo gostoto magnetnega polja v poljubni točki prostora. V enačbi integriramo vzdolž linije tokovnega vodnika, kakorkoli že je oblikovan (t. i. **linijski integral**). Tok  $I$  smo izpostavili iz integrala, saj je za vsak tokovni element enak.

Če je v prostoru več tokovnih vodnikov, izrazimo  $\mathbf{B}$  za vsak vodnik posebej in nato po superpoziciji dobimo celotno  $\mathbf{B}$ -je vektorsko seštejemo.

### Primeri:

1. **Magnetno polje ravnega vodnika** (slika 3.10). Iščemo  $\mathbf{B}$  na oddaljenosti  $a$  pravokotno od vodnika. Vsak tokovni element  $ds$  ravnega vodnika ima enako smer, zato so posamezni  $d\mathbf{B}$ -ji enako usmerjeni in jih lahko kar algebraično seštejemo. Celotni  $\mathbf{B}$  ima smer tangente na krožnico v ravnini, ki je pravokotna na vodnik; njegova velikost znaša:

$$B = \int dB$$

Tu je  $dB = (\mu_0 I/4\pi) ds \sin\theta/r^2$  (glej enačbo 3.8 in sliko 3.11). Integral se najbolj poenostavi, če krožnico integracijsko spremenljivo izberemo kot slika 3.11 so razvidne te zveze:  $s = a \tan\varphi$  in  $ds = (a/\cos^2\varphi) d\varphi$ ,  $r = a/\cos\varphi$  ter  $\sin\theta = \cos\varphi$ . Dobimo:  $dB = (\mu_0 I/4\pi a) \cos\varphi d\varphi$  ter

$$B = (\mu_0 I/4\pi a) \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\varphi d\varphi$$

$$B = \mu_0 I/2\pi a \quad (3.11)$$

**Gostota magnetnega polja** v okolici neskončno dolgega ravnega vodnika **pojema obratno sorazmerno s pravokotno oddaljenostjo od vodnika**. Potek tokovnic v ravninah pravokotno na vodnik se vzdolž vodnika ne spreminja (če je le vodnik zelo dolg). Smer  $\mathbf{B}$ -ja si zapomnimo s pravilom desnega vijaka: **če desnosučni vijak zasukamo**

smeri tokovni vijaka.

**Magnetno polje** v okolici zanke. Če desnosučni vijak zasukamo, se prenosni tokovi zanke.

ostoto magnetnega polja v okolici zanke (zaradi simetrije) je enaka v vsaki točki P povzročena s posameznimi zankami. Razstavimo zanko na diferencialne elemente  $ds$  in izračunamo magnetno polje v točki P. Če desnosučni vijak zasukamo, je zanka enaka v vsaki točki P.

$$B = \int \cos\varphi ds$$

er sta  $r$  in  $\varphi$  zveza:  $r = a/\cos\varphi$ , ju lahko

$$B = (\mu_0 I/4\pi a) \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\varphi d\varphi$$

porabimo še eno zvezo:  $ds = a d\varphi$ , dobimo končni

$$B = (\mu_0 I a^2/2) \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\varphi d\varphi$$

Magnetno polje v okolici zanke (zaradi simetrije) je enako v vsaki točki P.

$$B = \mu_0 I/2a$$

k je pomemben delcev. Magnetni tokovi so električni delci, elektroni ali ion, ki se le električni tok

ptni tokovni vodnik.  $d\mathbf{B}$  (3.8) posamično vektorsko seštejemo

(3.9)

pod imenom Biot-Savartov zakon, da pri poljubni obliki vodnika v prostoru magnetnega polja z uporabo enačbi integriramo. Kakorkoli že je, tok  $I$  smo izpostavili tokovni element  $ds$

h vodnikov, izračunamo sebej in nato posamično.

vodnika (slika 3.1) pravokotno od vodnika. Diferencialni  $d\mathbf{B}$ -ji enakoležno seštejemo na krožnico v ravnini; njegova velikost

(glej enačbo 3.8 in 3.9) poenostavi, če kot  $\theta$  izberemo kot  $\varphi$ . Zvezi:  $s = a \tan \varphi$  in  $ds = a \sec^2 \varphi d\varphi$  ter  $\sin \theta = \cos \varphi$

(3.10)

v okolici neskončno dolgega vodnika obratno sorazmerno s kvadratom oddaljenosti od vodnika. Pravokotno na vodniku. Če je le vodnik neskončno dolg, pomnimo s pravilom desnega vijaka zasukamo

**v smeri tokovnic, se vijak premakne v smeri toka.**

**2. Magnetno polje tokovne zanke.** Tok  $I$  teče po krožni tokovni zanki s polmerom  $a$ . Potek tokovnic v okolici zanke je skiciran na sliki 3.12. V ravnini zanke so tokovnice pravokotne nanjo. Njihova smer si zapomnimo s pravilom desnega vijaka: če desni vijak zavrtimo v smeri toka v zanki, se premakne v smeri tokovnic v notranjosti zanke.

Gostoto magnetnega polja brez večjih težav izračunamo (zaradi simetrije) za točko  $P$  na simetrijski osi zanke (slika 3.13). Diferencialni  $d\mathbf{B}$ -ji, ki jih v točki  $P$  povzročajo posamezni ločni elementi  $ds$  tokovne zanke, leže na plašču stožca z vrhom v točki  $P$ . Razstavimo jih na komponente vzdolž osi zanke in na pravokotne komponente. Ko jih vektorsko seštejemo, se pravokotne komponente diametralno ležečih ločnih elementov medsebojno kompenzirajo in ostanejo le komponente vzdolž osi zanke. Za točko  $P$ , ki je  $x$  nad ravnino zanke, je zato gostota magnetnega polja dana za:

$$B = \int \cos(90^\circ - \varphi) dB = (\mu_0 I / 4\pi) \int \sin \varphi r^{-2} ds$$

Ker sta  $r$  in  $\varphi$  za vsak ločni element  $ds$  v integralu enaka, ju lahko izpostavimo in ostane:

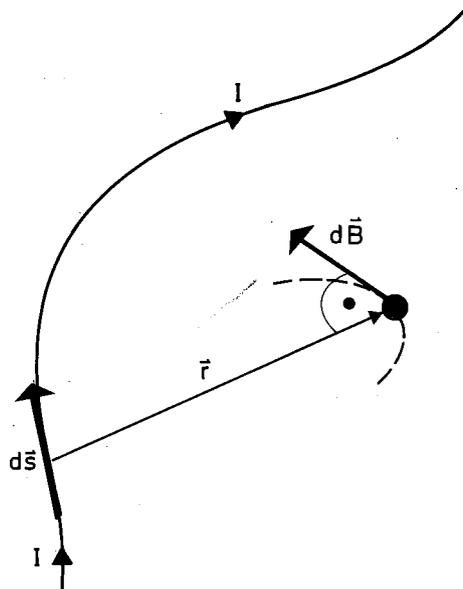
$$B = (\mu_0 I / 4\pi) \sin \varphi r^{-2} \int ds = (\mu_0 I / 4\pi) \sin \varphi r^{-2} \cdot 2\pi a$$

Uporabimo še zvezi:  $r^2 = a^2 + x^2$  in  $\sin \varphi = a/r$  in dobimo končni rezultat:

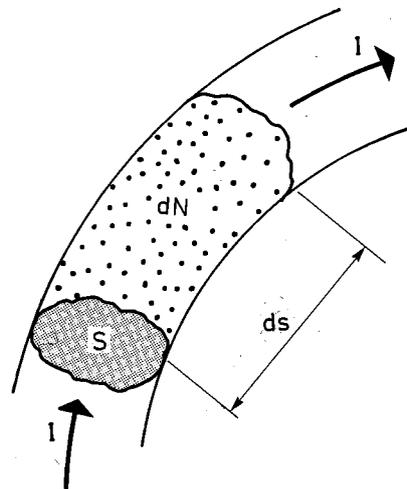
$$B = (\mu_0 I a^2 / 2) (a^2 + x^2)^{-3/2} \quad (3.11)$$

Magnetno polje je najmočnejše v sredini zanke ( $x = 0$ ), kjer je gostota magnetnega polja dana za:

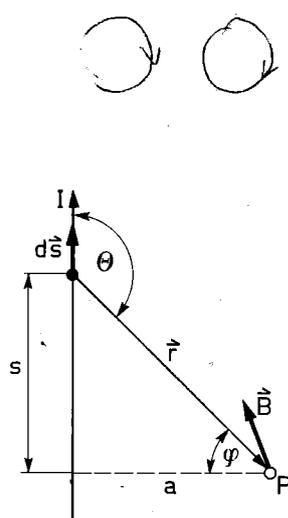
$$B = \mu_0 I / 2a \quad (3.12)$$



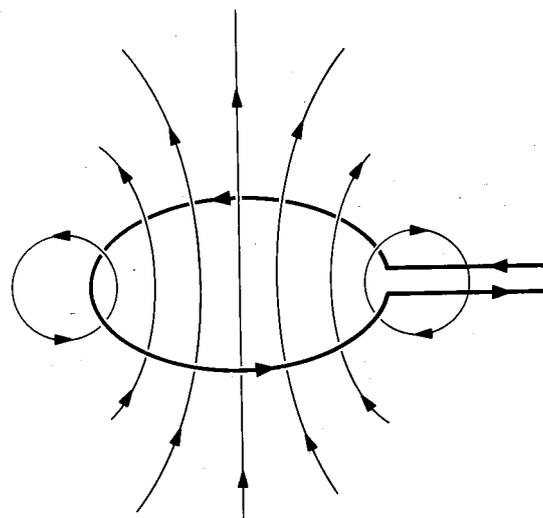
slika 3.9



slika 3.10



slika 3.11



slika 3.12

3. **Magnetno polje tuljave.** Tuljavo sestavlja veliko krožnih tokovnih zank, ki so naložene ena na drugo vzdolž osi tuljave; med seboj so povezane zaporedno, tako da teče skozi vsako zanko enak tok  $I$ . Običajno so zanke narejene iz tankih (izoliranih) žic in so gosto navite, da se tišči druga druge.

Na odsek  $dx$  dolžine tuljave odpade  $dn = (n/b)dx$  tokovnih zank (ovojev), pri čemer je  $b$  celotna dolžina,  $n$  pa celotno število ovojev tuljave (slika 3.14). Gostota  $B$  magnetnega polja v poljubni točki  $P$  na osi tuljave ima smer osi in je vsota prispevkov posameznih ovojev. Ovoji  $dn$  z oddaljenosti  $x$  povzročajo v točki  $P$  gostoto (gl. 3.11):

$$dB = dn(\mu_0 I a^2 / 2)(a^2 + x^2)^{-3/2}$$

$$dB = (\mu_0 I n a^2 / 2b)(a^2 + x^2)^{-3/2} dx$$

Kot integracijsko spremenljivko izberemo kot  $\varphi$ , tako da je  $x = a \operatorname{ctg} \varphi$  in  $dB = (\mu_0 I n / 2b) \sin \varphi d\varphi$ . Integriramo po kotu  $\varphi$  od  $\alpha$  do  $\pi - \beta$  in dobimo:

$$B = \int dB = (\mu_0 I n / 2b)(\cos \alpha + \cos \beta) \quad (3.13)$$

Tu sta  $2\alpha$  in  $2\beta$  zorna kota, pod katerima vidimo s točke  $P$  eno in drugo odprtino tuljave (gl. sliko 3.14).

Magnetno polje je najmočnejše v sredini tuljave, kjer je  $\cos \alpha = \cos \beta = b(b^2 + d^2)^{-1/2}$  in

$$B = \mu_0 I n (b^2 + d^2)^{-1/2} \quad d = \text{premer tuljave} \\ (= 2a) \quad (3.14)$$

Potek magnetnih tokovnic tuljave je skiciran na sliki 3.14a. V okolici tuljave je polje podobno kot v okolici ene same tokovne zanke, le da je močnejše. V notranjosti tuljave pa je polje bolj ali manj **homogeno** (tokovnice ravne in vzporedne,  $B$  v različnih točkah enak). Predvsem to velja za **dolgo tuljavo** (dolžina velika v primerjavi s prečnim premerom) z gosto navitimi ovoji. Za  $d \ll b$  se enačba 3.13 poenostavi v:

$$B = \mu_0 I n / b \quad \text{za dolgo tuljavo} \quad (3.15)$$

Zelo dolga tuljava ima v notranjosti homogeno magnetno polje, v okolici pa je polje tako šibko, da ga lahko zanemarimo (podobno velja za električno polje ploščnega kondenzatorja, str. 14). Zanimivo je, da magnetno polje v tem primeru ni odvisno od premera tuljave (podobno kot homogeno električno polje ni odvisno od razdalje med ploščama kondenzatorja); odvisno je le od toka in od gostote ovojev  $n/b$  (števila ovojev na enoto dolžine tuljave).

## Jakost magnetnega polja

Zgoraj smo magnetno polje predstavili z vektorjem gostote magnetnega polja ( $\mathbf{B}$ ), katerega merska enota je  $\text{Vs/m}^2$ . Zaradi analogije z električnim poljem pa je včasih primerna tudi količina **jakost magnetnega polja** ( $\mathbf{H}$ ), ki jo definiramo z enačbo

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

Merska enota nove količine je  $(\text{Vs/m}^2)/(\text{Vs/Am}) = \mathbf{A/m}$  (starejša enota je  $1 \text{ Oersted} = 250/\pi \text{ A/m} = 79,6 \text{ A/m}$ ). Videli bomo, da je  $\mathbf{H}$  formalno analogna jakosti električnega polja  $\mathbf{E}$  ( $\mathbf{E}$  ima mersko enoto  $\text{V/m}$ ,  $\mathbf{H}$  pa  $\text{A/m}$ ;  $\text{V}$  nadomestimo z  $\text{A}$ ).

Jakost magnetnega polja računamo s podobno enačbo kot gostoto  $\mathbf{B}$  (Biot-Savartov zakon, 3.10), le indukcijska konstanta  $\mu_0$  je izpuščena:

$$\mathbf{H} = (I/4\pi) \int d\mathbf{s} \times \mathbf{r}/r^3$$

V brezračnem prostoru ima  $\mathbf{H}$  podobno vlogo kot  $\mathbf{B}$ , je npr. tangenten na magnetne tokovnice. Na sliki 3.11 so označeni vektorji  $\mathbf{H}$  na oddaljenosti  $a$  pravokotno od neskončno dolgega ravnega vodnika. Jakost magnetnega polja na tej oddaljenosti znaša (gl. 3.10 in 3.16):

$$H = I/2\pi a \quad (3.16)$$

Za homogeno polje v notranjosti dolge tuljave velja (gl. 3.15):

$$H = In/b \quad (3.17)$$

Nova količina je koristna predvsem zato, lahko v zvezi z njo definiramo magnetno napetost.

## Magnetna napetost

Kakor v električnem polju definiramo z linijskim integralom jakosti električnega polja ( $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ ) napetost med dvema točkama polja (gl. 1.22), tako ima v magnetnem polju podoben pomen linijski integral jakosti magnetnega polja ( $\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$ ), ki ga po analogiji z električno napetostjo imenujemo magnetna napetost.

$$\text{Magnetna napetost} = \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} \quad (3.18)$$

V zgornjem linijskem integralu je  $d\mathbf{s}$  ločni element krivulje, vzdolž katere integriramo  $\mathbf{H}$ . Z magnetno napetostjo velja pomemben izrek. Dokazali ga bomo s preprostimi primeri. Najprej izračunajmo magnetno napetost za krožnico okoli ravnega vodnika. Ker je  $\mathbf{H}$  tangenten na ločni

element  $ds$  krožni krožnice ne spreminja napetosti poenos

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int H ds$$

Enako magnetno poljubno (nekro) obdaja tok  $I$ , saj  $\mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$  pomembna  $ds$  na smer  $\mathbf{H}$ , to tega dobimo enako tok  $I$  ne teče skoz njega oddaljenost za magnetno nap

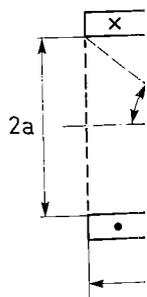
$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = (I/2) [1$$

Če torej zaključimo magnetna napetost na lego objekta ( $a > a$ ), je magnetna napetost posplošimo za posameznih tokov magnetne napetosti o magnetni nap

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \sum I_i$$

Magnetna napetost je enaka algebrski zanka objema. tečejo v smeri ploskamo v smeri nasprotni tokovi v vsoti je tok ploskve magnetne integracije magnetna napetost zanka ali ne vsota vseh obje

Na sliki 3.15 iščemo členih krivulj 1, 2 zanke s tokom integracije dobimo zanko 2 + I, za



olja

predstavili z vektorskim poljem  $\mathbf{B}$ , katerega mogoče primerjati z električnim poljem. Tudi količina  $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$  definiramo z enačbo

(3.18)

je  $(Vs/m^2)/(Vs/A) = 250/\pi A$ .  $\mathbf{H}$  formalno analogno polju  $\mathbf{E}$  (E ima mersko enoto V/m, H pa A/m). Če v enačbi (3.18) vstavimo z A.

računamo s podobno enačbo Savartov zakon, 3.18. Če je izpuščena:

(3.19)

na  $\mathbf{H}$  podobno vlogi imajo magnetne tokovnice. Vektorji  $\mathbf{H}$  na oddaljenosti  $r$  od dolgega ravnega tokovnika  $I$  na tej oddaljenosti  $r$  so enaki tistim, ki jih povzročajo tokovnice  $I$  na tej oddaljenosti  $r$ .

(3.18)

gostoti dolge tuljave

(3.18)

predvsem zato, ker je enako magnetno napetostno

definiramo z linijskim integralom magnetnega polja  $(\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s})$  po zaprti zanki. Če je zanka polja (gl. 1.25) podobna pomembna magnetnega polja, potem je električno napetost enaka magnetni napetosti.

$\mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$

(3.18)

ralu je  $d\mathbf{s}$  ločni element. Če integriramo  $\mathbf{H}$  po zaprti zanki, dobimo izrek. Dokazujemo primeri. Najprej izrazimo  $\mathbf{H}$  za krožnico okrog dolgega tokovnika tangento na ločni

element  $d\mathbf{s}$  krožnice in se njegova velikost vzdolž krožnice ne spreminja, se integral magnetne napetosti poenostavi in dobimo:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int H ds = H \int ds = H \cdot 2\pi a = I \quad (\text{gl. 3.18a})$$

Enako magnetno napetost dobimo tudi za poljubno (nekrožno) zaključeno krivuljo, ki obdaja tok  $I$ , saj je zaradi skalarnega produkta  $\mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$  pomembna le projekcija ločnega elementa  $d\mathbf{s}$  na smer  $\mathbf{H}$ , to je tangentno na krožnico. Poleg tega dobimo enako magnetno napetost tudi, če tok  $I$  ne teče skozi središče krožnice, ampak je od nje oddaljen npr. za  $b$ . V tem primeru dobimo za magnetno napetost rezultat (prepričaj se sam):

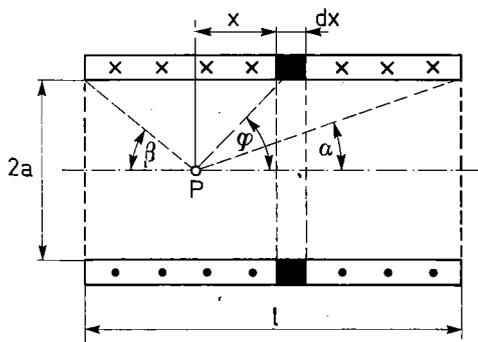
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = (I/2) [1 + (a^2 - b^2)/a^2 - b^2] \begin{cases} = I & \text{za } b < a \\ = 0 & \text{za } b > a \end{cases}$$

Če torej zaključena krivulja objema tok  $I$  ( $b < a$ ), je magnetna napetost kar enaka objemu toku (ne glede na lego objetega toka). Če pa krivulja toka ne objema ( $b > a$ ), je magnetna napetost nič. Ta zaključek lahko posplošimo za poljubne tokove, saj se magnetna polja posameznih tokov superponirajo in se zato ustrezne magnetne napetosti algebraično seštevajo v celotno magnetno napetost. Ti zaključki so oblikovani v t.i. **izrek o magnetni napetosti**:

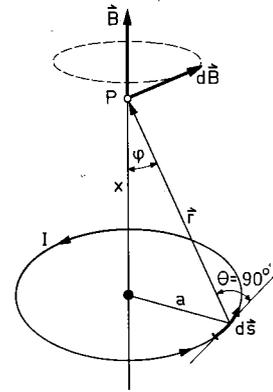
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \sum I_i \quad (3.20)$$

**Magnetna napetost poljubne zaključene zanke je enaka algebraični vsoti vseh tokov, ki jih zanka objema.** V tej vsoti so pozitivni tokovi, ki tečejo v smeri pomika desnega vijaka (če le tega sukamo v smeri integracije magnetne napetosti), nasprotni tokovi pa so negativni. Ali drugače: v vsoti je tok pozitiven, če so tokovnice njegovega magnetnega polja usmerjene vzdolž smeri integracije magnetne napetosti. Vidimo, da je magnetna napetost zaključene zanke nič, če zanka ali ne objema toka ali je algebraična vsota vseh objetih tokov nič.

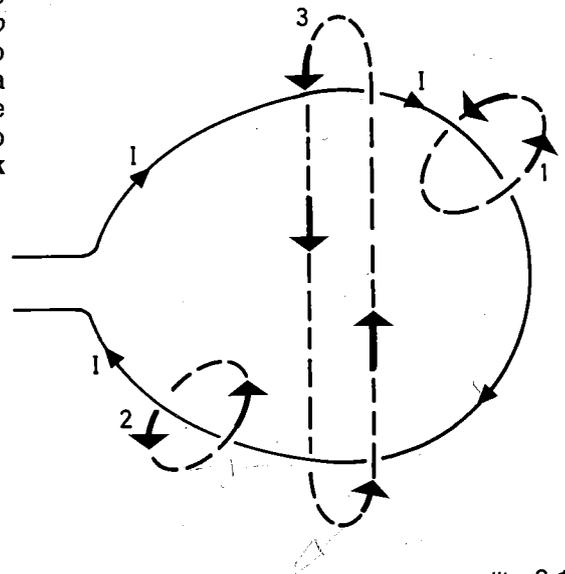
Na sliki 3.15 iščemo magnetne napetosti zaključeneh krivulj 1, 2 in 3 v magnetnem polju tokovne zanke s tokom  $I$ . Za zanko 1 z označeno smerjo integracije dobimo magnetno napetost  $-I$ , za zanko 2  $+I$ , za zanko 3 pa  $I - I = 0$ .



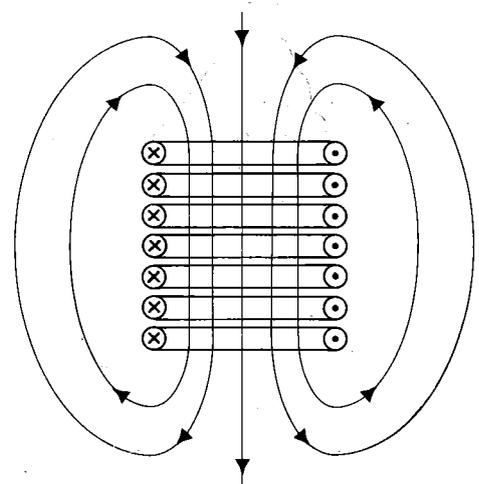
slika 3.14



slika 3.13



slika 3.15



slika 3.14a

S pomočjo izreka o magnetni napetosti lahko v nekaterih primerih (z enostavno simetrijo) hitro določimo  $H$  oz.  $B$  magnetnega polja. Kako to napravimo za polje v okolici dolgega ravnega vodnika, smo že nakazali zgoraj, ko smo dokazovali izrek o magnetni napetosti. Za homogeno magnetno polje v notranjosti dolge tuljave pa postopamo takole (slika 3.16):

Računamo magnetno napetost vzdolž pravokotnega (črtanega) okvira  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ . Ker je tuljava zelo dolga in gosto navita z ovoji ( $n$  ovojev na dolžino  $b$ ), je magnetno polje v notranjosti homogeno,  $H$  ima smer osi tuljave in je v vsaki točki enako velik; polje v okolici tuljave zanemarimo. Linijski integral  $H$ -ja vzdolž odsekov  $2 \rightarrow 3$  in  $4 \rightarrow 1$  je nič (ker je  $H$  pravokoten na  $ds$ ), nič je tudi na odseku  $3 \rightarrow 4$  (ker tam ni polja). Preostane le prispevek odseka  $1 \rightarrow 2$  iz notranjosti tuljave; ta znaša  $Hb$ . Torej je:

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = Hb$$

Po izreku (3.20) je ta magnetna napetost enaka vsoti tokov, ki jih objema pravokoten okvir  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ , to je  $nl$ . Sledi:

$$Hb = nl \quad \text{ali} \quad H = nl/b$$

To že poznamo (3.18b).

Magnetna napetost se izkaže kot posebno koristna, ko obravnavamo značilnosti magnetnega polja v snovi (str. 112) ter v zvezi z elektromagnetnim valovanjem (gl. III. del, str. 64).

### Gibanje električnih delcev v magnetnem polju

Električno polje učinkuje na električni delec z električno silo (v smeri električnih silnic), ki je neodvisna od hitrosti delca (npr. učinkuje tudi na mirujoči delec). Delec s pozitivnim nabojem se v smeri silnic pospešuje (njegova kinetična energija narašča), v nasprotni smeri pa zavira. Za delec z negativnim nabojem velja obratno. Električno polje torej lahko izkoriščamo za pospeševanje oziroma zaviranje električnih delcev (gl. str. 228).

Drugače učinkuje na električni delec magnetno polje. Vemo (gl. str. 80), da magnetno polje povzroča **magnetno silo** le na gibajoči se električni delec. In ta sila je vedno pravokotna na smer hitrosti delca, je torej **radialna sila**. Kot taka delca niti ne pospešuje niti ne zavira, spreminja le smer njegove hitrosti, to je zakrivlja tirnico gibanja. Magnetno polje npr. izkoristimo, da pospešene električne delce pred izstopom iz električnega polja preusmerimo in jih ponovno pošljemo v električno polje (gl. str. 229).

### Magnetna sila na gibajoči se električni delec

Recimo, da se električni delec z maso  $m$  in nabojem  $e$  giblje s hitrostjo  $v$  v homogenem magnetnem polju z gostoto  $B$ , npr. v notranjosti dolge tuljave. Na strani 82 smo izpeljali izraz za magnetno silo, s katero magnetno polje učinkuje na gibajoči se električni delec (gl. 3.7):

$$\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

(slika 3.17)

Velikost magnetne sile znaša:

$$F = e|\mathbf{v} \times \mathbf{B}| = evB \sin\theta \quad (3.21)$$

$\theta$  je kot med smerjo magnetnih tokovnic ( $B$ ) in smerjo gibanja delca ( $v$ ). Vidimo, da **magnetna sila ni** ( $F = 0$ ), **če se delec giblje vzdolž tokovnic** ( $\theta = 0$  ali  $\pi$ ). Torej imajo magnetne tokovnice povsem drugačen pomen kot električne silnice. Zadnje ponazarjajo smer električne sile, prve pa nakazujejo smer, vzdolž katere magnetna sila ne učinkuje. **Magnetna sila je največja, če delec »reže« magnetne tokovnice pod pravim kotom** ( $\theta = \pi/2$ ):

$$F = evB \quad \text{za} \quad v \perp B \quad (3.22)$$

Smer magnetne sile ( $F$ ) je seveda dana s smerjo vektorskega produkta  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . Zapomnimo si jo s pravilom desnosučnega vijaka: če smer hitrosti ( $v$ ) zasukamo z desnim vijakom tako, da se po najkrajši poti usmeri vzdolž tokovnic ( $B$ ), se vijak pomakne v smeri magnetne sile ( $F$ ). V vsakem primeru je magnetna sila pravokotna tako na smer hitrosti kot na smer tokovnic. Torej magnetna sila vsiljuje električnemu delcu radialni pospešek ( $a_r$ ). Zaradi nje se tirnica gibanja zakrivlja v lok s krivinskim polmerom  $R$ , tako da je (gl. I. del, 1.47):

$$F = ma_r = mv^2/R$$

Električni delec, ki vpada v magnetno polje pravokotno na tokovnice ( $\theta = \pi/2$ ), zaradi magnetne sile ( $F = evB$ ) zavije v krožni lok v ravnini, ki je pravokotna na tokovnice. Polmer tega loka je:

$$R = mv/eB \quad (3.23)$$

Vidimo, da magnetno polje tem bolj zakrivlja tirnico gibanja (manjši  $R$ ), čim močnejše je (večji  $B$ ) in čim lažji je delec (manjši  $m$ ) ter čim počasnejše se giblje (manjši  $v$ ). Zakrivljenost je odvisna tudi od naboja. Curek električnih delcev z različnimi naboji se v magnetnem polju razdeli – delci s pozitivnim nabojem se zakrivijo npr. v levo, negativno naelektreni delci pa v desno (slika 3.18).

Električni delec, ki vpade v magnetno polje poševno glede na tokovnice, se giblje skozi polje po vijačnici, ovijajoč tokovnice (slika 3.19). Vpadno hitrost  $v$  razstavimo na komponento  $v_x$

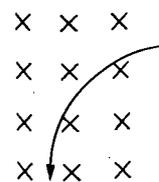
v smeri tokovnic. Magn. Zaradi nje bi se na tokovnice poč. Ker se obenem s stalno hitrostjo. Korak vijačnice. obhodni čas:  $t_0$

$$h = 2\pi mv_y/eB$$

Komponenta  $h$  (nice) odloča o komponenta  $v_y$  pa c

Odklanjanje el polju izkoriščatičnega odklar

*a*



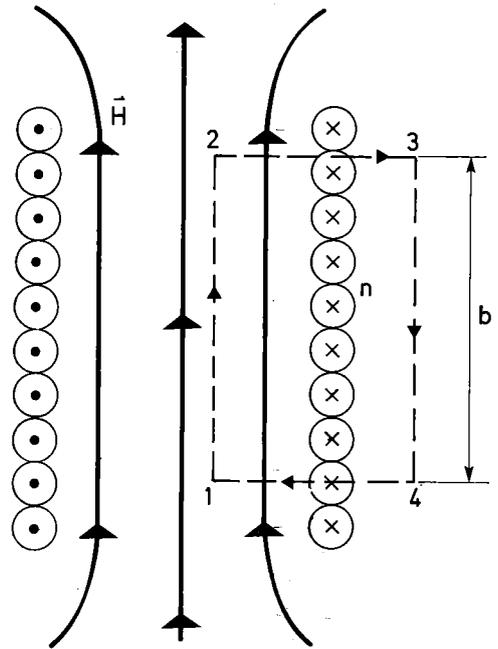
električni delec

z maso  $m$  in nabojem  $e$  v homogenem magnetnem polju. Zaradi njegovega gibanja v notranjosti dolge katalne cevi nastane eljalni izraz za magnetno polje, ki učinkuje na delec (gl. 3.7):

(slika 3.17) 
$$h = 2\pi m v_y / eB \quad (3.24)$$

Komponenta hitrosti  $v_x$  (pravokotno na tokovnico) odloča o polmeru vijajnice, vzdolžna komponenta  $v_y$  pa o višini navoja ( $h$ ).

Odklanjanje električnih delcev v magnetnem polju izkoriščamo v katodni cevi (namesto električnega odklanjanja, gl. str. 73).

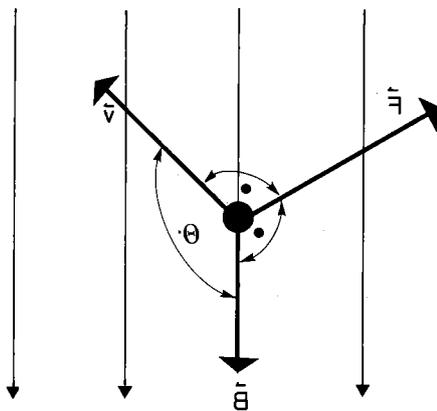


slika 3.16

ih tokovnic ( $B$ ) in imo, da magnetno polje vzdolž tokovnic. Magnetne tokovnice in električne silnice. Trične sile, prve pa magnetna sila največja, če delec pot po pravim kotom

(3.22)

meda dana s smerjo. Zapomnimo si je: če smer hitrosti  $v$  in magnetno polje  $B$  sta tako, da se po tokovnic ( $B$ ), se vijajnice. V vsakem pravokotna tako na tokovnic. Torej magnetno polje delcu radialni. Nica gibanja zakrivljenost  $R$ , tako da je (gl. l.)

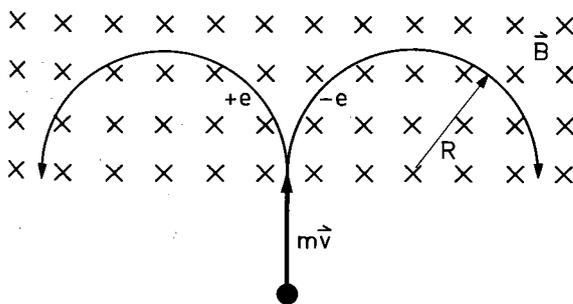


slika 3.17

magnetno polje pravokotno, zaradi magnetne sile delci gibanje v loku v ravnini, ki je normalna na smer tega loka je:

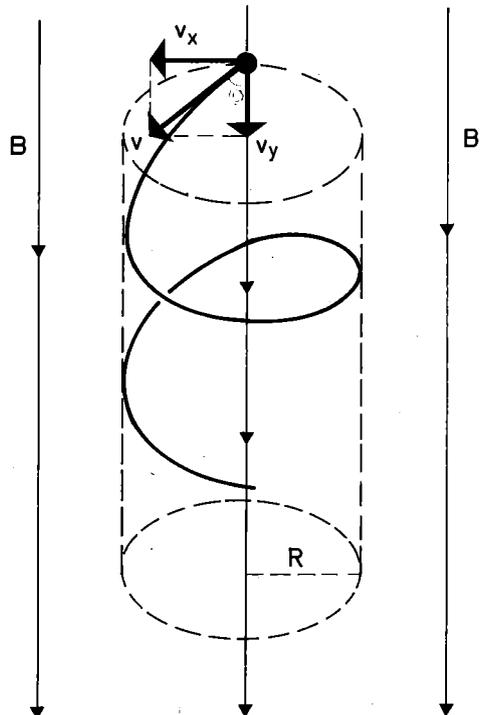
(3.23)

tem bolj zakrivlja tir. Čim večje je (večji  $B$ ) in čim počasneje gibanje, tem bolj se odvisna tudi od hitrosti delcev z različnimi naboji. Delci se razdeli - delci pozitivni se zakrivijo npr. v levo, negativni pa v desno (slika 3.18)



slika 3.18

v magnetno polje delci giblje skozi polje. Zaradi magnetne sile delci gibanje v loku v ravnini, ki je normalna na smer tega loka je:



slika 3.19

## Masni spektrometer

Z odklonom električnih delcev v magnetnem polju lahko določimo njihovo maso oziroma naboj. Izmerimo polmer  $R$  zakrivljenega loka v znanem magnetnem polju (enačba 3.23). Naboj je večinoma osnovni naboj  $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$  As, saj so električni delci navadno ali elektroni ali enovalentni ioni. Toda hitrost  $v$  delcev navadno ni znana. Najenostavneje jo določimo, če odklanjanje v magnetnem polju kombiniramo z odklanjanjem v električnem polju, npr. električno silo uravnovesimo z magnetno silo. Preden curek električnih delcev vstopi v glavno magnetno polje ( $\mathbf{B}$ ), potuje skozi prečno električno polje  $\mathbf{E}_0$  in obenem skozi prečno magnetno polje  $\mathbf{B}_0$  (slika 3.20). Tokovnice  $\mathbf{B}_0$  so pravokotne na električne silnice in usmerjene tako, da magnetna sila  $e\mathbf{v}B_0$  nasprotuje električni sili  $eE_0$ . Iz vira ionov izhaja skozi ozko režo  $Z_1$  ozek curek ionov, ki imajo v splošnem različne hitrosti. V prečnih poljih  $\mathbf{E}_0$  in  $\mathbf{B}_0$  se ioni različno odklonijo (odvisno od njihovih hitrosti). Ne odklonijo se le ioni s hitrostjo  $v$ , za katero je električna sila nasprotno enaka magnetni:  $eE_0 = e\mathbf{v}B_0$  ali  $v = E_0/B_0$ . Ioni s to hitrostjo nato vstopajo skozi ozko režo  $Z_2$  v glavno magnetno polje  $\mathbf{B}$ , ki jih različno razkloni, odvisno od njihove mase. Razklonjene curke ionov prestrežemo npr. na film (ali jih detektiramo kako drugače, gl. str. 247), kjer izmerimo odklon in tako določimo maso ionov.

### Primer:

Po preletu napetosti  $U = 20$  kV vstopi elektron v homogeno magnetno polje ( $B = 0,01$  Vs/m<sup>2</sup>) v smeri pravokotno na tokovnice. Kolikšna je njegova masa, če se skozi magnetno polje giblje po krožnem loku s polmerom  $R = 4,8$  cm?

Elektron prejme od električnega polja energijo  $e_0U$  v obliki kinetične energije (gl. str. 26). Ker lahko njegovo začetno kinetično energijo zanemarimo, se v električnem polju pospeši do hitrosti  $v$ , tako da je  $mv^2/2 = e_0U$ . Torej vstopi v magnetno polje s hitrostjo  $v = \sqrt{2e_0U/m}$ . Polmer  $R$  krožnega loka v magnetnem polju je dan z enačbo 3.23:

$$R = mv/e_0B = (1/B)\sqrt{2Um/e_0} \quad \text{ali} \\ m = R^2B^2e_0/2U = 9,2 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

### Hallov pojav

Hallov pojav je v zvezi z električno napetostjo, ki se pojavi v vodniku v smeri prečno glede na tok, če vodnik položimo v magnetno polje.

Električni tok pomeni urejeno premikanje električnih delcev vzdolž vodnika. Delci z nabojem

e se pomikajo v smeri vodnika s povprečno hitrostjo  $\bar{v}$ , pri čemer velja (gl. 2.4):

$$j = eN\bar{v}$$

Tu je  $j$  gostota električnega toka (A/m<sup>2</sup>),  $N$  gostota prostih električnih delcev (število v eni prostornini vodnika). Kljub toku je vodnik električno nevtralen; v vsakem delu vodnika se pozitivni naboj (npr. kovinske kristalne mreže) v prečju kompenzira z negativnim nabojem (npr. gibajočih se elektronov). To ravnovesje se porušimo, če vodnik položimo v magnetno polje. Na gibajoče se električne delce namreč učinkuje magnetna sila in jih premakne v smeri pravokotno na smer gibanja in pravokotno na smer tokovnic. Na sliki 3.21 so magnetne tokovnice  $\mathbf{B}$  usmerjene v list, tok  $j$  delcev s pozitivnim nabojem  $e$  pa teče v desno. Zaradi magnetne sile ( $e\mathbf{v}B$ ) se v desni strani vodnika se nabere presežek pozitivnega naboja (če so delci pozitivni), na spodnji strani prevlada negativni naboj. Tako se v vodniku pojavi prečno električno polje  $E_h$ , katerega silnice so usmerjene navzdol (če so delci negativni navzgor). To polje nasprotuje nadaljnjemu premikanju. V ravnovesju se magnetna sila  $e\mathbf{v}B$  izenači z električno silo  $eE_h$ , nastalega prečnega električnega polja:

$$e\mathbf{v}B = eE_h \quad \text{ali} \quad E_h = \bar{v}B = (j/Ne)B$$

Jakost  $E_h$  prečnega električnega polja določimo tako, da izmerimo napetost  $U_h$  (t. i. **Hallov napetost**) povprek čez premer ( $d$ ) vodnika:

$$U_h = E_h d = (1/Ne)jdB \quad (3.24)$$

Mereč Hallovo napetost  $U_h$ , lahko (pri danem toku  $j$ ) določimo produkt  $Ne$  gibajočih se električnih delcev, predvsem njihov predznak. Da upoštevamo tudi smer Hallova električnega polja (in predznak gibajočih se električnih delcev), napišemo zgornjo enačbo v vektorski obliki:

$$\mathbf{E}_h = (1/Ne)\mathbf{B} \times \mathbf{j} \quad (3.25)$$

S Hallovim pojavom eksperimentalno preverjamo značilnosti prevajanja električnega toka v različnih snoveh, predvsem predznak električnih delcev in njihovo gostoto.

### Magnetna sila na tokovni vodnik

Električni tok v vodniku pomeni urejeno pretakanje prostih električnih delcev; v kovinskem vodniku se npr. pretakajo negativni elektroni. Če vodnik ni v magnetnem polju, se elektroni premikajo paralelno vzdolž vodnika (slika 3.22a) in vsak del vodnika je električno nevtralen (negativni

naboj gibajočih prečju nevtralizirane kristalne mreže) v magnetno polje, da se silnice (slika 3.22b), določene z magnetna sila, ne premaknejo. Ker elektroni vlečejo s seboj, Tako se magnetna sila na urejeno v vodniku.

Na odseku  $b$  vodiča, ki se gibljejo s povprečno hitrostjo  $v$ , od njih odpade magnetna sila  $F$ .

$$F = NbS \cdot e_0 v$$

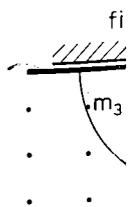
Hitrost  $v$  urejenega električnega toka dobimo znano iz tokovni vodnik:

$$F = bI \times B$$

Zgornjo enačbo za Hallova pojav urejenega električnega toka  $j \times B$  (gl. 3.26) z pozitivne kovine, ki ima naboj  $+e_0$ , če je sila in jih vleče, magnetna sila je  $NbS$  kar (magnetno) silo

$$F = NbS \cdot e_0 E$$

To že poznamo



dnika s povpreč  
l. 2.4):

a toka ( $A/m^2$ ),  $N$   
elcev (število v en  
toku je vodnik ele  
elu vodnika se po  
stalne mreže) v po  
vnim nabojem (na  
avnovesje se poru  
etno polje. Na gib  
mreč učinkuje ma  
smeri pravokotno  
na smer tokovnic.  
ovnice  $\mathbf{B}$  usmerje  
n nabojem  $e$  pa te  
ile ( $e\mathbf{v}\mathbf{B}$ ) se v des  
avzgor in na zgor  
resežek pozitivne  
na spodnji strani  
Tako se v vodnik  
 $E_h$ , katerega silni  
o delci negativni  
e nadaljnemu pre  
sju se magnetna si  
 $eE_h$  nastalega pre

$= (j/Ne)B$

nega polja določim  
 $E_h$  (t.i. **Hallove nap**  
vodnika:

(3.26)

, lahko (pri dan  
gibajočih se elektr  
y predznak. Da up  
a električnega pol  
električnih delcev  
vektorski obliki:

(3.26)

mentalno preverjam  
ičnega toka v razli  
znak električnih del

ni vodnik

eni urejeno pretaka  
v; v kovinskem vod  
ativni elektroni. Če  
u, se elektroni prem  
a (slika 3.22a) in vsak  
nevtralen (negativni

gibajočih se prostih elektronov se v povprečju nevtalizira s pozitivnim nabojem kovinske kristalne mreže). Brž ko vodnik položimo v magnetno polje, da so npr. tokovnice pravokotne nanj (slika 3.22b), deluje na gibajoče se elektrone magnetna sila, ki jih potiska v smeri prečno na vodnik. Ker elektroni ne morejo zapustiti kovine, porivajo se s seboj v smeri delujoče magnetne sile. Tako se magnetna sila prenese na celoten vodnik. **Magnetna sila na vodnik je vsota magnetnih sil na urejeno pretakajoče se električne delce v vodniku.**

Na odseku  $b$  vodnika je  $NbS$  prostih elektronov, ki se gibljejo s povprečno hitrostjo  $\mathbf{v}$ . Na vsakega od njih odpade magnetna sila  $e_0\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . Celotna magnetna sila na odsek  $b$  vodnika zato znaša:

$$\mathbf{F} = NbS \cdot e_0\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

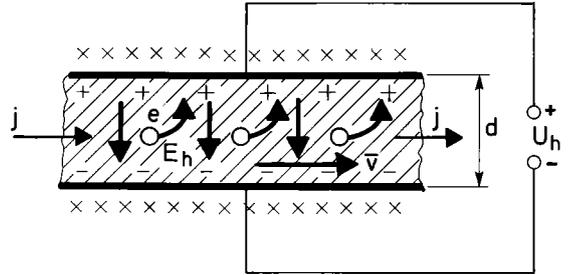
Hitrost  $\mathbf{v}$  urejenega gibanja elektronov povežemo z električnim tokom  $j = I/S = Ne_0\mathbf{v}$  (gl. 2.4) in dobimo znano enačbo za magnetno silo na tokovni vodnik:

$$\mathbf{F} = b\mathbf{l} \times \mathbf{B} \tag{3.27}$$

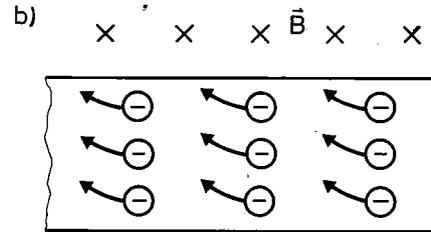
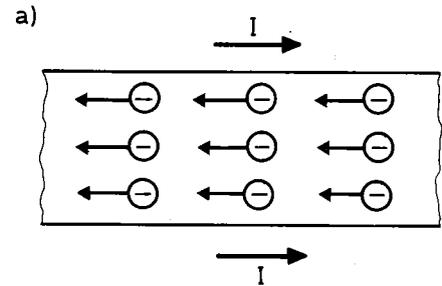
Zgornjo enačbo lahko izpeljemo tudi s pomočjo Hallovega pojava (slika 3.22 c). Zaradi pomikanja elektronov v prečni smeri se v vodniku pojavi prečno električno polje z jakostjo  $E_h = (1/Ne_0) j \times \mathbf{B}$  (gl. 3.26 za  $e = -e_0$ ). To polje učinkuje na pozitivne kovinske katione (vsak od njih ima naboj  $+e_0$ , če je kovina enovalentna) z električno silo in jih vleče v prečni smeri. Na odseku  $b$  vodnika je  $NbS$  kationov, zato ta odsek čuti prečno (magnetno) silo:

$$\mathbf{F} = NbS \cdot e_0E_h = b\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

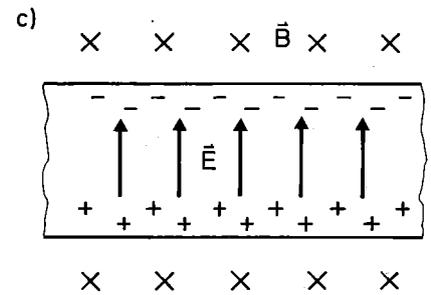
To že poznamo.



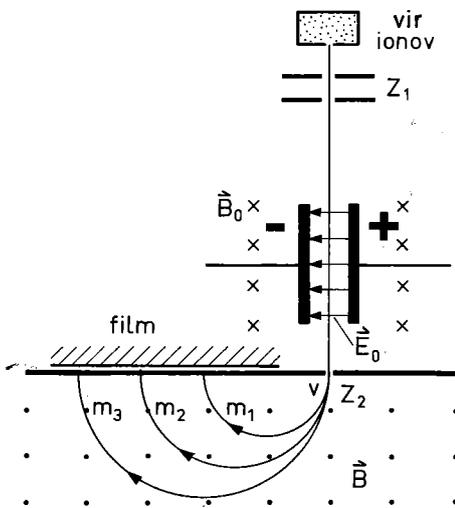
slika 3.21



*Na gibajoče elektrone deluje sila ki jih potiska prečno na vodnik*



slika 3.22



slika 3.20

Vidimo, da je **magnetna sila pravokotna tako na vodnik kot na tokovnice**; njeno smer določimo s pravilom desnega vijaka, podobno kot smer magnetne sile na posamezne delce (gl. str. 88). Sila je največja, če je vodnik pravokoten na tokovnice:

$$F = bIB \quad \text{za } I \perp B \quad (3.27 a)$$

Pač pa **magnetno polje ne učinkuje na vodnik, če je ta usmerjen vzdolž tokovnic** (če vodnik ne »reže« tokovnic):  $F = 0$  za  $I \parallel B$ . Na sliki 3.23 a je tok  $I$  usmerjen v list in tokovnice navzdol; magnetna sila ima zato smer v levo. Če se smer toka spremeni (slika 3.23 b) ali če se spremeni smer tokovnic, se spremeni tudi smer magnetne sile. Pač pa se smer magnetne sile ne spremeni, če obenem spremenimo smer toka in smer tokovnic (slika 3.23 c).

Gostoto magnetnega polja  $B$  fenomenološko (eksperimentalno) vpeljemo in definiramo z enačbo 3.27; izmerimo magnetno silo na odsek  $b$  vodnika pri znanem toku  $I$ . Smer vektorja  $B$  izberemo s smerjo vodnika, vzdolž katere magnetna sila ne učinkuje na vodnik. Tudi mersko enoto za  $B$  izpeljemo iz zgornje enačbe:

$$[B] = [F]/[b][I] = \text{N/Am} = \text{Nm/Am}^2 = \text{Ws/Am}^2 \\ = \text{Vs/m}^2 = \text{T}$$

#### Primeri:

1. Vodnik s tokom  $I = 10 \text{ A}$  je pravokoten na tokovnice homogenega magnetnega polja. Kolikšna je gostota ( $B$ ) tega polja, če na odsek  $b = 10 \text{ cm}$  deluje magnetna sila  $F = 0,025 \text{ N}$ ?

$$F = bIB \\ B = F/b = 0,025 \text{ Vs/m}^2 = 0,025 \text{ T}$$

Najmočnejša magnetna polja (ustvarjamo jih z elektromagneti, str. 114) imajo gostoto nekaj T, običajno znaša  $B$  nekaj stotink T.

2. Prečko z dolžino  $b = 5 \text{ cm}$  in maso  $m = 25 \text{ g}$  obesimo (kot gugalnico) na tanki prevodni nitki v homogenem magnetnem polju z navpičnimi tokovnicami ( $B = 0,1 \text{ Vs/m}^2$ ), tako da je pravokotna na tokovnice (slika 3.24). Za kolikšen kot ( $\varphi$ ) se odklonita nitki gugalnice, če skozi spustimo tok  $I = 10 \text{ A}$ ?

Na vodoravno prečko učinkujejo sile: teža  $mg$ , sila nitk  $F_p$  in magnetna sila  $F = IbB$ . Gugalnica se umiri (uravnovesi) pri kotu  $\varphi$ , za katerega je rezultanta vseh teh sil nič (glej podoben primer na strani 15) ali  $\text{tg} \varphi = F/mg = 0,204$  oziroma  $\varphi = 11,5^\circ$ .

Magnetna sila na tokovni vodnik je že pri običajnih tokovih (nekaj A) dovolj velika, da lahko povzroča opazne premike. Torej jo lahko izkoraščamo kot gonilno silo. Na sliki 3.25 je skiciran preprost primer. Kovinska palička leži povprek vzporednih kovinskih tirih v vodoravni ravni. Magnetno polje je usmerjeno navzdol. Če spustimo skozi tira in paličko tok, deluje na paličko magnetna sila in palička se zakotali v desno. (Kaj pa povzroča magnetna sila na tira?) Druga možnost je znano **Barlovo kolo** (slika 3.26). Okrog kovinske plošče se lahko vrti okrog vodoravne osi. V radialnih smereh je narezana na ozke trakove. Obod plošče vtaknemo v magnetno polje (npr. v ozko režo med severnim N in južnim S polom podkvastega magneta), tako da tokovnice prebadajo ploščo v pravokotni smeri. Med os in obod plošče priključimo (prek drsnika) napetosti, ki poganja tok  $I$  skozi ploščo v smeri osi radialno do oboda. Magnetno polje deluje na tok  $I$  skozi posamezne narezane trakove v magnetno silo v tangenti smeri in ploščo se zavrti v narisani smeri. Če spremenimo smer toka (ali obrnemo magnetno polje), se spremeni tudi smer vrtenja plošče.

Zgornji primeri gibanja, kot ga povzroča magnetna sila, so sicer preprosti, vendar za praktične niso pomembni. Pomembnejši je učinek magnetne sile na tokovne zanke oz. tuljavo.

#### Magnetna sila med vzporednima vodnikoma

Zaradi magnetne sile se vzporedna vodnika privlačujeta, če tečeta tokova skoznju v enaki smeri (slika 3.27 a), in se odbijata, če sta tokova nasprotno usmerjena (slika 3.27 b). **Enakosmerni tokovi se privlačujejo, nasprotno usmerjeni pa odbijajo.**

Recimo, da ugotavljamo magnetno silo med dveh ravni vodnikoma s tokom  $I_1$  in med vzporednim vodnikom s tokom  $I_2$ , ki je oddaljen za  $a$  (slika 3.28). Mislimo si, da je drugi vodnik s tokom  $I_2$  v magnetnem polju, ki ga povzroča prvi vodnik s tokom  $I_1$ . Na mestu drugega vodnika je gostota magnetnega polja enaka (gl. 3.10):

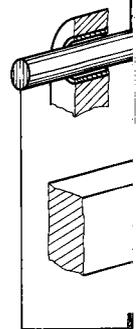
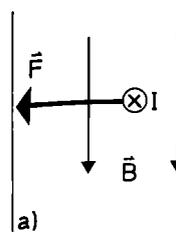
$$B_1 = \mu_0 I_1 / 2\pi a$$

Ker so tokovnice pravokotne na drugi vodnik, deluje na odsek  $L$  tega vodnika magnetna sila (gl. 3.27):

$$F = LI_2 B_1 \\ F = \mu_0 I_1 I_2 L / 2\pi a \quad (3.28)$$

Enak rezultat dobimo, če si mislimo, da je prvi vodnik v magnetnem polju, ki ga ustvarja drugi vodnik (indeksa 1 in 2 zamenjamo). Iz slike 3.28 je razvidno, da magnetna sila  $F$  vodnika privlačuje, če sta tokova enakosmerna, oziroma ju odbija, če tečeta tokova v nasprotnih smereh.

Magnetno silo med vzporednima tokovnicama vodnikoma lahko izmerimo, npr. z vzmetno tehtnico.



vodnik je že pri običajni velikosti tokov, da lahko povzročijo velike sile, torej jo lahko izkoristimo. Na sliki 3.25 je skicirana palčka, ki leži povprečno v vodoravni ravnini in se giblje navzdol. Če splošno gledamo, deluje na palčko magnetna sila  $\vec{F}$  v desno. (Kaj se dogaja na tira?) Druga možnost je, da palčka (slika 3.26). Okrog palčke vrtilni moment, ki deluje v vodoravni ravnini, torej je palčka prečezana na ozke trakove, ki so v magnetno polje. Če palčka ni v ravnini, vendar je v ravnini, ki je normalna na smeri magnetnega polja, tako da tokovi tečejo v različnih smereh. Magnetna sila deluje na palčko (prek drsnika) in jo potiska v smeri magnetnega polja. Če palčka ni v ravnini, deluje na palčko magnetno polje deluje na palčko, ki je prečezana z majhnimi trakovi in palčka se zavrti in plošča se zavrti v smeri tokov. Če se spremeni tudi smer tokov, se spremeni tudi smer sile.

to ga povzročajo magnetne sile, vendar za praktične namene je učinek magnetne sile oz. tuljavo.

**Enakosmerne tokovne vodnike**

Enakosmerne tokovne vodnike postavimo v enakomerno magnetno polje, če sta tokovi v enakem smere (slika 3.27 b). Enakosmerne tokovne vodnike postavimo v enakomerno magnetno polje, če sta tokovi v enakem smere (slika 3.27 b).

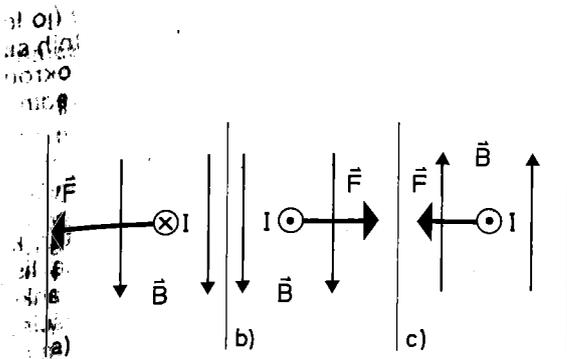
Magnetno silo med dvema vodnikoma postavimo v enakomerno magnetno polje, če sta tokovi v enakem smere (slika 3.27 b). Enakosmerne tokovne vodnike postavimo v enakomerno magnetno polje, če sta tokovi v enakem smere (slika 3.27 b).

ne na drugi vodnik, ki je v enakomerno magnetno polje, če sta tokovi v enakem smere (slika 3.27 b).

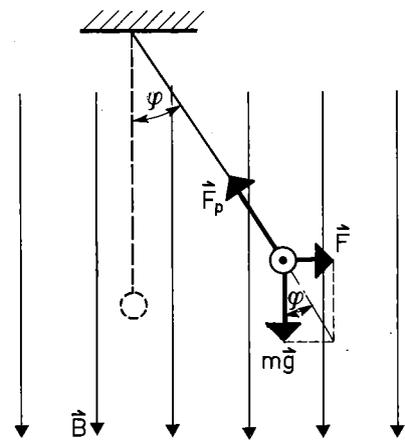
(3.28)

mislimo, da je prvi vodnik, ki ga ustvarja drugi vodnik. Iz slike 3.28 je vidno, da vodnika privlačuje, če tokovi tečejo v isti smeri, sicer pa ju odbija, če tokovi tečejo v različni smeri.

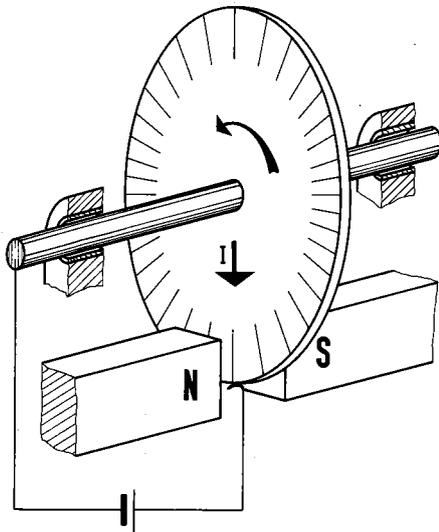
Enakosmerne tokovne vodnike postavimo v enakomerno magnetno polje, če sta tokovi v enakem smere (slika 3.27 b).



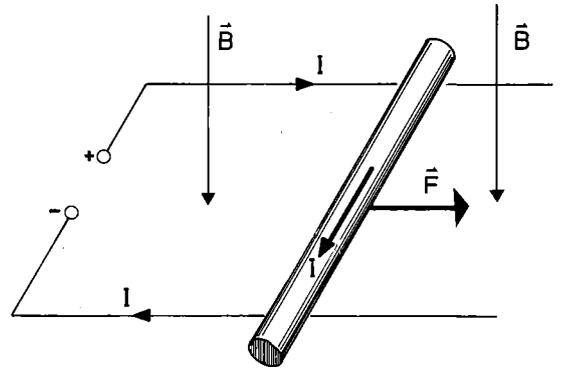
slika 3.23



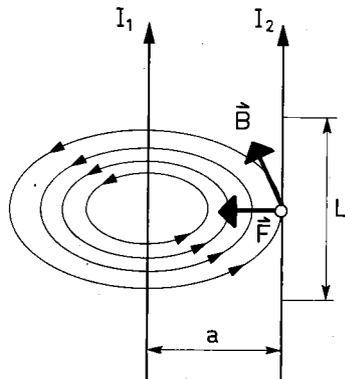
slika 3.24



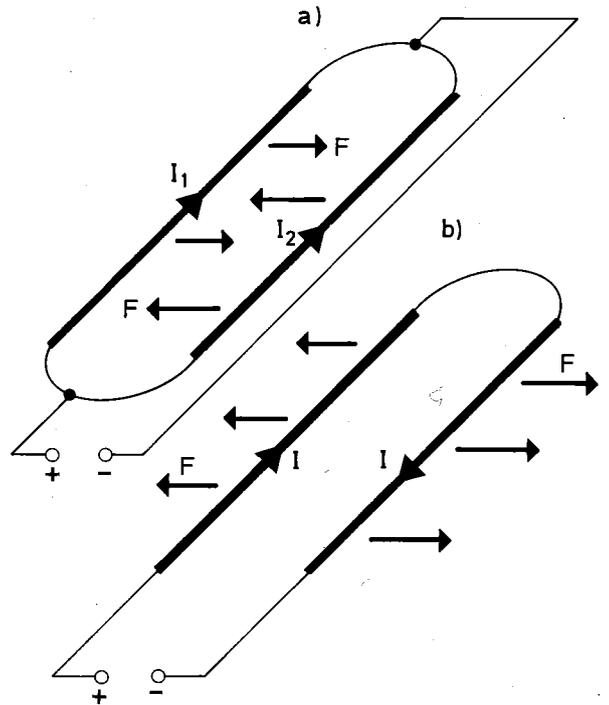
slika 3.26



slika 3.25



slika 3.28



slika 3.27

in s tem določimo tok v vodnikih. Ta metoda je razmeroma enostavna in natančna, zato so jo izkoristili za definicijo merske enote toka (ampera). Za  $L = 1 \text{ m}$ ,  $a = 1 \text{ m}$ ,  $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$  in  $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$  dobimo:

$$F = \mu_0 I_1 I_2 L / 2\pi a = 2 \times 10^{-7} \text{ N}$$

Odtod sledi **definicija ampera: 1 A je tok, ki mora teči po dveh dolgih vzporednih vodnikih, razmaknjenih za 1 m, da se 1 m dolga kosa vodnikov privlačujeta oziroma odbijata s silo  $2 \times 10^{-7} \text{ N}$ .** Tolikšno vrednost sile so izbrali zato, da se nova definicija ampera ujema z že uporabljenimi definicijami enote toka (str. 57).

Ovoji tuljave (naviti na skupno os) so vodniki z vzporednimi tokovi, zato se z magnetno silo privlačujejo – tuljava se skuša skrajšati. Tej sili nasprotuje torna sila med ovoji in podlago, na katero so ovoji naviti. Kot primer si oglejmo **model prekinjala** (slika 3.29). Močna vijačna vzmet (tuljava) se spodaj končuje v konico, ki se rahlo dotika gladine živega srebra v posodici. Ko skozi vzmet in živo srebro steče tok (enosmerni ali izmenični, je vseeno), se vzmet zaradi magnetne sile med ovoji skrči in stik z živim srebrom se prekine. Ker toka ni več, se vzmet (zaradi notranjih elastičnih sil) spet raztegne in ponovno stakne z živim srebrom itd. Opazimo, da se vzmet izmenoma razteza in krči, tokovni krog pa se prekinja s frekvenco, ki je odvisna od jakosti toka ter od elastičnih lastnosti vzmeti.

#### Primer:

Trije ravni (zelo dolgi) vzporedni vodniki sestavljajo stranice tristrane prizme (slika 3.30); osnovnica je  $a = 20 \text{ cm}$ . Skozi vsak vodnik teče enak tok  $I = 8 \text{ A}$  v enaki smeri. S kolikšno magnetno silo učinkujeta dva vodnika na odsek  $b = 1 \text{ m}$  tretjega vodnika?

Prvi vodnik privlači odsek  $b$  tretjega vodnika s silo  $F_1 = \mu_0 b I^2 / 2\pi a$ . Z enako veliko silo privlači odsek  $b$  tudi drugi vodnik:  $F_2 = F_1$ . Vektorja  $F_1$  in  $F_2$  oklepata kot  $60^\circ$ , zato je njuna rezultanta enaka:

$$F = 2F_1 \cos 30^\circ = \sqrt{3} \mu_0 b I^2 / 2\pi a$$

$$F = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

#### Navor magnetnih sil

Poglejmo, kako učinkuje magnetno polje na vodnik v obliki zanke. Vodnik je npr. pravokotna zanka s stranicama  $a$  in  $b$ ; ravnina zanke je pravokotna na list, njena normala oklepa kot  $\theta$  s tokovnicami (slika 3.31 a). Če skozi zanko teče tok ( $I$ ), deluje na vsako stranico zanke magnetna sila. Magnetni sili na nasprotni stranici  $a$  sta pravo-

kotni na list in ne premikata celotne zanke (jo raztezata ali krčita). Pač pa dvojica magnetnih sil  $F$  na pokončni stranici  $b$  vrti ravnino zanke okoli osi, ki je pravokotna na list in gre skozi središče zanke, z navorom:

$$M = F(a \sin\theta) = bIBa \sin\theta = ISB \sin\theta$$

$S = ab$  je površina zanke. Navor  $M$  je vektor, ima smer vrtilne osi (to je pravokotno na listu oziroma pravokotno na tokovnicah). Da ga lahko izrazimo vektorsko, vpeljemo vektor ploščinski vektor  $S$ , ki je po definiciji pravokoten na ravnini zanke, po velikosti pa je enak njeni ploščini  $S$  (slika 3.32). Smer  $S$  (gor ali dol) je odvisna od smeri toka v zanki; določimo jo enako kot smer magnetnega polja v zanki (gl. str. 85). Podobno ploščinski vektor  $S$  smo uporabili v l. delu (str. 164), kjer smo obravnavali pretok tekočine skozi ploskev.

S pomočjo ploskovnega vektorja  $S$  lahko navore magnetnih sil na tokovno zanko izrazimo z vektorsko enačbo:

$$M = IS \times B \quad (3.28)$$

Dobljeni izraz za  $M$  je neodvisen od oblike tokovne zanke; pomembni sta le njena površina  $S$  in njena smer glede na tokovnice.

Namesto zanke položimo v magnetno polje tuljavo z  $n$  ovoji. Os tuljave oklepa kot  $\theta$  s smerjo tokovnic (slika 3.33), ovoji so pravokotni na ravnini lista. Vsak ovoj ima enak tok  $I$  in je v enakem magnetnem polju  $B$ , zato učinkuje nanj enak navor (3.29). Ker so ovoji medsebojno toga povezani v tuljavo, se posamezni navori seštevajo in delujejo na **celotno tuljavo deluje navor magnetnih sil:**

$$M = nISB \sin\theta$$

ali v vektorski obliki:

$$M = nI S \times B \quad (3.30)$$

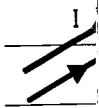
Na sliki 3.33 je navor  $M$  usmerjen v list; tuljavo vrti v smeri vrtenja urnega kazalca. Navor je največji, če je ravnina tuljave (oz. ovojev) vzporedna s tokovnicami ( $\theta = 90^\circ$ ), tako da je tokovnica normalna na prebadajo. Pač pa ni navora ( $M = 0$ ), če je ravnina tuljave pravokotna na tokovnice ( $\theta = 0$  ali  $\pi$ ). Vidimo, da navor  $M$  vrti tuljavo tako, da se njen ploskovni vektor  $S$  usmeri vzdolž tokovnic  $B$ .

Vrtenje tokovne tuljave pod vplivom navora magnetnih sil izkoriščamo za merjenje toka (ampermeter, gl. 2. primer) in za **pretvorbo električne energije v mehansko kinetično (rotacijsko) energijo (elektromotor).**

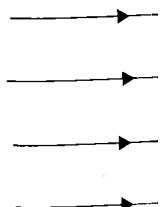
#### Primeri:

1. Tuljavica ( $n = 1$ ) dolžina  $b = 5 \text{ cm}$  v magnetnem polju v notranjosti tuljavice dolžina  $L = 1 \text{ m}$ , vodoravne. Tuljavice je navita na vrtilno os, ki je pravokotna na listu (na sliki 3.33). Tuljavice je navita na vrtilno os tuljavice z dolžino  $r = 10 \text{ cm}$ . Tuljavice teži s maso  $m = 10 \text{ g}$ . Tuljavice teži skozi tuljavico (in v ravnovesju vodoravne).

a)



b)



celotne zanke (jo...  
vojica magnetnih...  
avnino zanke okro...  
n gre skozi sredin...

$$= ISB \sin \theta$$

avor  $M$  je vektor,  
pravokotno na li...  
vnice). Da ga lahk...  
o vektor ploščin...  
vokoten na ravnin...  
nak njeni ploščin...  
i dol) je odvisna o...  
jo enako kot sme...  
l. str. 85). Podobe...  
rabili v I. delu (st...  
etok tekočine sko...

torja  $S$  lahko navo...  
nko izrazimo z vek...

(3.29)

odvisen od oblik...  
a le njena površin...  
ovnice.

v magnetno polje...  
klepa kot  $\theta$  s smerj...  
pravokotni na rav...  
tok  $I$  in je v enaker...

činkuje nanj ena...  
sebojno tego pove...  
navori seštevajo in...

or magnetnih sil:

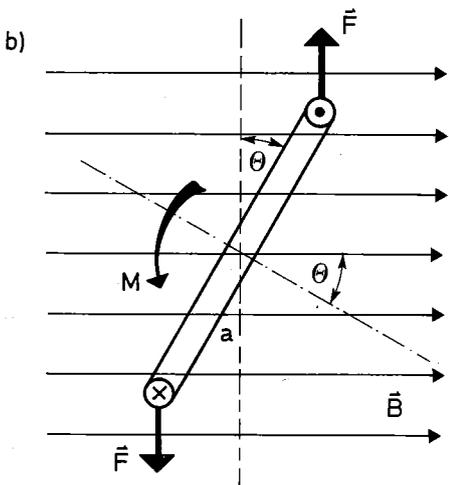
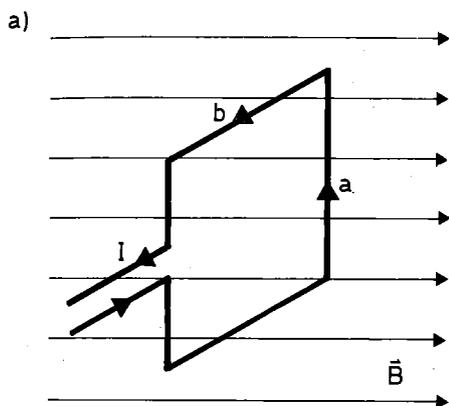
(3.30)

jen v list; tuljavo vrti...  
a. Navor je največji,  
(ovojev) vzporedna...  
da je tokovnice ne...  
 $M = 0$ ), če je ravnina...  
nice ( $\theta = 0$  ali  $\pi$ ).  
vo tako, da se njen...  
dolž tokovnic  $B$ .

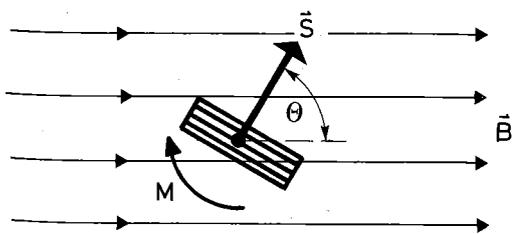
plivom navora mag...  
rjenje toka (amper...  
retvorbo električne...  
etično (rotacijsko)

**Primeri:**

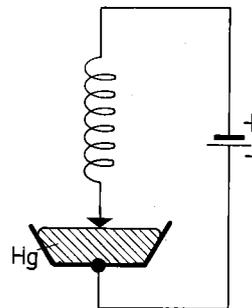
1. Tuljavica ( $n = 1000$  ovojev, premer  $d = 2$  cm, dolžina  $b = 5$  cm) leži v homogenem magnetnem polju v notranjosti velike tuljave ( $N = 200$  ovojev, dolžina  $L = 1$  m, tok  $I_1 = 20$  A); tokovnice so vodoravne. Tuljavica se lahko vrti okrog vodoravne osi, ki je pravokotna na tokovnice velike tuljave (na sliki 3.34 je tuljavica usmerjena navzgor, vrtilna os je pravokotna na list). Prečno na vrtilno os tuljavice je pritrjena vodoravna ročica z dolžino  $r = 10$  cm. Na njenem koncu je obešena utež z maso  $m = 5$  g. Kolikšen tok ( $I_2$ ) mora teči skozi tuljavico (in v kateri smeri), da je ročica v ravnovesju vodoravna?



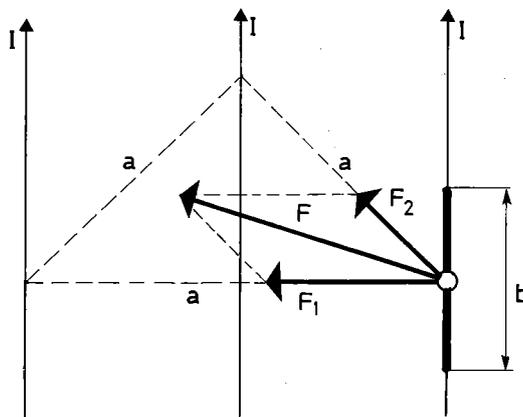
slika 3.31



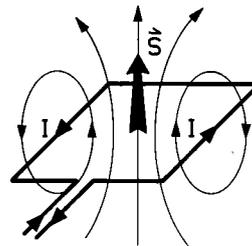
slika 3.33



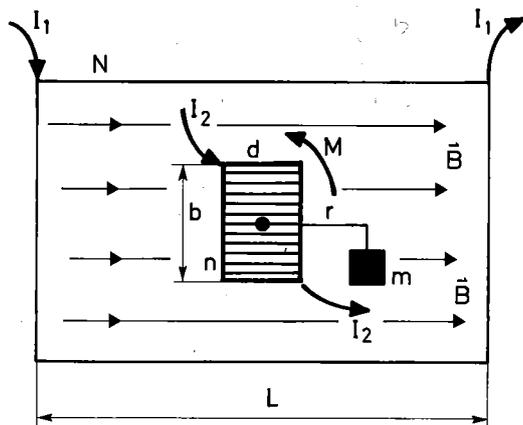
slika 3.29



slika 3.30



slika 3.32



slika 3.34

Velika tuljava ustvarja magnetno polje z gostoto  $B = \mu_0 I_1 N/L = 5,0 \times 10^{-3} \text{ Vs/m}^2$ . Ker je tuljavica pravokotna na tokovnice, deluje nanjo pri toku  $I_2$  navor:

$$M = nI_2SB \quad (\theta = 90^\circ)$$

$S = \pi d^2/4$  je prerez tuljavice. Tok  $I_2$  mora teči skozi tuljavico v taki smeri, da navor  $M$  nasprotuje navoru teže viseče uteži ( $rmg$ ). Prečka je v ravnovesju vodoravna, če je navor  $M$  enak navoru  $rmg$ :

$$M = rmg = nI_2B\pi d^2/4 \quad \text{ali} \\ I_2 = 4mgr/(nB\pi d^2) = 3,1 \text{ A}$$

2. Tuljavica ampermetra z  $n = 100$  ovoji in presekom  $S = 2 \text{ cm}^2$  leži v homogenem magnetnem polju z gostoto  $B = 0,1 \text{ Vs/m}^2$ ; tokovnice so pravokotne na vrtilno os tuljavice. Na osi je poleg tuljavice pritrjena tudi sučna (polžasta) vzmet s sučno konstanto  $D = 0,020 \text{ Nm}$ , tako da je ravnina tuljavice v ravnovesju (ko vzmet ni zasukana) vzdolž tokovnic. Kolikšen tok ( $I$ ) steče skozi tuljavico, če se tuljavica z vzmetjo zasuka za kot  $\phi = 30^\circ = \pi/6$  (slika 3.35)?

V novi ravnovesni legi je navor magnetnih sil na tuljavico ( $M = nISB \sin\theta = nISB \cos\phi$ ) enak navoru  $D$  zasukane vzmeti (gl. I. del, str. 138):

$$nISB \cos\phi = D\phi \quad \text{ali} \\ I = D\phi/(nSB \cos\phi) = 6,0 \text{ A}$$

Če želimo meriti zelo majhne tokove, mora imeti tuljavica čimveč ovojev, magnetno polje mora biti čim močnejše in predvsem mora biti sučna konstanta vzmeti čim manjša. Za zelo majhne tokove (npr. mikroampere) uporabimo namesto vzmeti kar nitko (vrtilno os), na kateri je tuljavica pritrjena. Zasuk tuljavice merimo z odbojem svetlobnega žarka od zrcalca, ki je pritrjeno na nitko skupaj s tuljavico (t. i. **zrcalni galvanometer**, slika 3.36).

3. **Nihanje tuljavice v magnetnem polju.** Tuljavica ( $n = 200$ ,  $S = 5 \text{ cm}^2$ ,  $I = 5 \text{ A}$ ) je v homogenem magnetnem polju ( $B = 0,5 \text{ Vs/m}^2$ ) pritrjena tako, da se lahko prosto vrti okrog svoje diametralne osi, ki je pravokotna na ravnino tokovnic. V ravnovesni legi usmeri tuljavica svojo normalo (smer  $\mathbf{S}$ ) vzdolž tokovnic ( $\theta = 0$ ,  $M = 0$ ). Tuljavico zasukamo iz te lege za majhen kot in nato spustimo, da začne zaradi navora magnetnih sil nihati. S kolikšnim nihajnim časom ( $t_0$ ) niha, če je celoten vztrajnostni moment (tuljavice in osi) enak  $J = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$ ?

Na tuljavico, ki je iz svoje ravnovesne lege zasukana za kot  $\theta$ , deluje navor magnetnih sil  $M = nISB \sin\theta$ , ki sili tuljavico nazaj v ravnovesno lego. Ker je tuljavica prosta, dobi zaradi navora  $M$  kotni pospešek  $\alpha$ , ki nasprotuje zasuku  $\theta$ . Velja (gl. I del, 3.27):

$$M = -J\alpha = nISB \sin\theta$$

Ker je  $\alpha = d^2\theta/dt^2$ , dobimo za zasuk  $\theta$  linearno diferencialno enačbo drugega reda:

$$d^2\theta/dt^2 + (nISB/J) \sin\theta = 0$$

Ta enačba se za majhne zasuke  $\theta$  (da je  $\sin\theta \approx \theta$ ) poenostavi v diferencialno enačbo nedušene nihanja (gl. I. del, 5.15):

$$d^2\theta/dt^2 + \omega^2\theta = 0$$

kjer je  $\omega^2 = nISB/J$  kvadrat krožne frekvence nihanja ( $\omega = 2\pi/t_0$ ). Sledi:

$$t_0 = 2\pi/\omega = 2\pi(J/nISB)^{1/2} = 0,56 \text{ s} \quad (3.37)$$

Vidimo, da tuljavica niha tem hitreje (s tem krajšim nihajnim časom), čim močnejše je magnetno polje, v katerem niha. Mereč nihajni čas nihanja tuljavice, lahko torej določimo gostoto magnetnega polja. Ravnovesna lega tuljavice se zaradi dušenja nihanje tuljavice umiri (slika 3.38). Pokaže smer tokovnic ( $\mathbf{B}$ ).

Podobno kot tuljavica niha v magnetnem polju tudi magnetna igla, ki je podprta v težišču, da se lahko prosto vrti v vodoravni ravnini (t. i. **magnetna igla**). Sklepamo (gl. str. 108), da je magnetna igla sestavljena iz veliko mikroskopskih (atomske) tokovnih tuljavic, ki so enako usmerjene, tako da celotna magnetnica učinkuje kot kompaktna tuljava. To potrjuje tudi potek magnetnih tokovnic v okolici magnetnice, ki je povsem analogni magnetnemu polju v okolici kratke tuljave (slika 3.14a).

### Magnetni moment

V enačbi 3.30 za navor magnetnih sil ( $\mathbf{M} = \mathbf{x} \times \mathbf{B}$ ) združimo količine  $nIS$ , ki se nanašajo na tuljavo, v novo količino, t. i. **magnetni moment tuljave**  $\mathbf{p}_m$ :

$$\mathbf{p}_m = nIS \quad (\text{slika 3.37}) \quad (3.38)$$

Merska enota magnetnega momenta je  $\text{Am}^2$ .

Z magnetnim momentom predstavimo lastno magnetno polje tuljave (oz. poljubne tokovne zanke). Čim večji je magnetni moment, tem močnejše je magnetno polje tuljave oz. tokovne zanke. Magnetno polje torej ni odvisno od posameznih količin  $n$ ,  $I$  in  $S$  ločeno, ampak je določeno s produktom  $nIS$ , to je z magnetnim momentom  $\mathbf{p}_m$ . Smer  $\mathbf{p}_m$  določamo podobno kot smer poljubnega vektorja  $\mathbf{S}$  (slika 3.32).

S pomočjo magnetnega momenta se enačba za navor magnetnih sil precej poenostavi:

$$\mathbf{M} = \mathbf{p}_m \times \mathbf{B} \quad (3.39)$$

Na tokovno zanko deluje navor magnetnih sil. Če je zanka ( $\mathbf{p}_m$ ) ni usmerjena v smeri magnetnega polja  $\mathbf{B}$ , V ravnovesju ni.

Magnetni moment je vektor, ki je v smeri osi tuljavice. Če je tuljavica pravokotna na tokovnice, je magnetni moment v smeri osi tuljavice. (npr. tako kot pri magnetnici v sliki 3.31a:  $\omega^2 = p_m E$ )

### Primer:

Krožeči elektriki v tokovni zanki, torej ustvarjajo magnetni moment. Če je zanka s hitrostjo  $v$  kroži s hitrostjo  $v$  (slika 3.38). Če je zanka s hitrostjo  $v$  krožečega elektrika  $e$  v tokovni zanki, je  $I = e/t_0 = ev/2\pi r$ .

$$p_m = I\pi r^2 = evr$$

Tega lahko poenostavimo, če delca (gl. I. del, str. 108) delca). Dobimo

$$p_m = (e/2m)\Gamma$$

Vidimo, da je magnetni moment  $p_m$  enak  $e/2m$  krat vrtilni moment  $\Gamma$ . Vidimo, da je  $p_m$  enak  $e/2m$  krat vrtilni moment  $\Gamma$ . Vidimo, da je  $p_m$  enak  $e/2m$  krat vrtilni moment  $\Gamma$ .

za zasuk  $\theta$  linear  
ga reda:

(3.3

uke  $\theta$  (da je  $\sin\theta \approx \theta$ )  
enačbo nedušene

at krožne frekven

0,56 s (3.3

m hitreje (s tem k  
močnejše je ma  
a. Mereč nihajni  
ej določimo gost  
sna lega tuljavice  
tuljavice umiri)

v magnetnem po  
dprta v težišču, da  
i ravnini (t.i. magn  
8), da je magnetni  
skopskih (atomske  
o usmerjene, tako  
uje kot kompak  
tek magnetnih toko  
je povsem analog  
i kratke tuljave (sil

magnetnih sil ( $\mathbf{M} = n$   
 $\mathbf{S}$ , ki se nanašajo  
i. magnetni momen

) (3.3

momenta je  $\text{Am}^2$ .

predstavimo lastn  
z. poljubne tokovni  
ni moment, tem mo  
tuljave oz. tokovni  
j ni odvisno od pos  
čeno, ampak je dan  
magnetnim momentom  
dobno kot smer plo  
3.32).

momenta se enačba z  
poenostavi:

(3.3

Na tokovno zanko oz. tuljavo potemtakem učinkuje navor magnetnih sil, če magnetni moment zanke ( $\mathbf{p}_m$ ) ni usmerjen vzdolž tokovnic ( $\mathbf{B}$ ). Navor  $\mathbf{M}$  skuša zavrteti smer  $\mathbf{p}_m$ , da se ta usmeri v smer  $\mathbf{B}$ . V ravnovesju ( $M = 0$ ) ima  $\mathbf{p}_m$  smer tokovnic  $\mathbf{B}$ .

Magnetni moment tuljave ( $= nIS$ ) določimo razmeroma enostavno, za magnetnico ga pa izmerimo (npr. tako, da izmerimo frekvenco nihanja magnetnice v znanem magnetnem polju, gl. 3.31a:  $\omega^2 = p_m B/J$ ). Videli bomo (str. 100), da je magnetni moment snovi pogosto posledica kroženja ali vrtenja elektronov v snovi.

**Primer:**

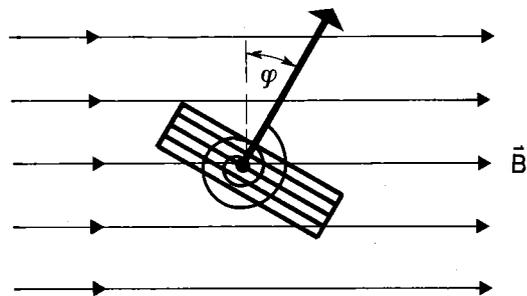
Krožeči električni delec je ekvivalenten tokovni zanki, torej ustvarja lastno magnetno polje in ima magnetni moment. Recimo, da delec z nabojem  $+e$  kroži s hitrostjo  $v$  po krogu s polmerom  $r$ . (slika 3.38). To gibanje je ekvivalentno toku  $I \approx e/t_0 = ev/2\pi r$ , pa je zato magnetni moment krožečega električnega delca enak:

$$p_m = I\pi r^2 = evr/2 \quad (3.34)$$

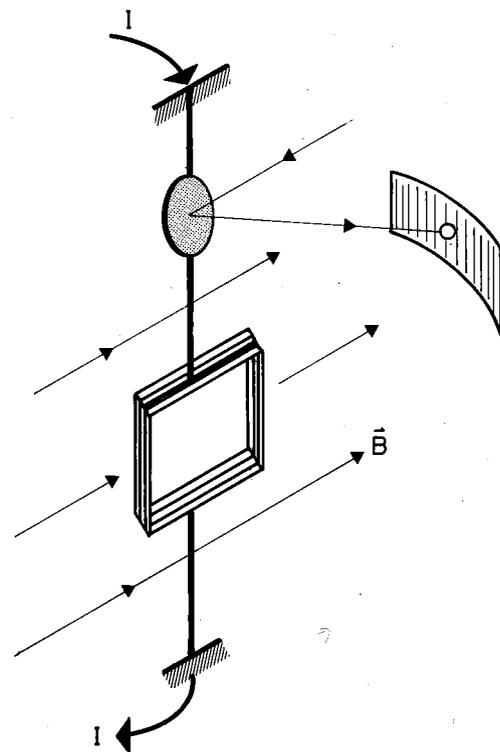
Tega lahko povežemo z vrtilno količino krožečega delca (gl. I. del, str. 80):  $\Gamma = rmv$  ( $m$  = masa delca). Dobimo:

$$p_m = (e/2m)\Gamma \quad (3.35)$$

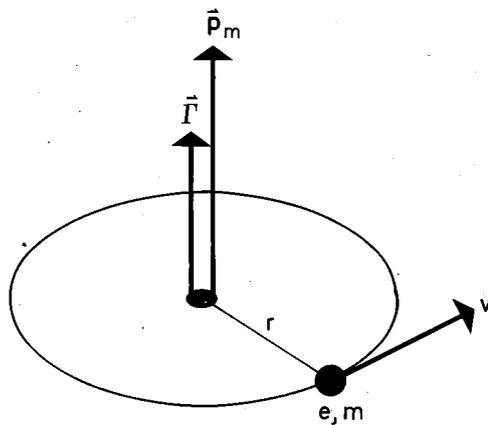
Vidimo, da je pri negativnem delcu (npr. elektronu,  $e = -e_0$ ) magnetni moment usmerjen ravno nasprotno kot vrtilna količina  $\Gamma$ .



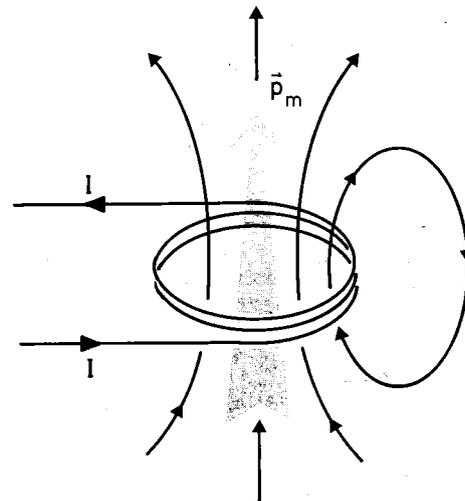
slika 3.35



slika 3.36



slika 3.38



slika 3.37

## Magnetna potencialna energija

V stabilni ravnovesni legi tokovne zanke oz. tuljave v magnetnem polju je magnetni moment  $\mathbf{p}_m$  zanke usmerjen vzdolž vektorja polja  $\mathbf{B}$ . Če želimo zanko zasukati za kot  $\theta$ , moramo premagovati navor  $M = p_m B \sin \theta$ , za kar je potrebno delo. Porabljeno delo se naloži kot **magnetna potencialna energija** ( $W_{mp}$ ) zasukane tokovne zanke. Da se zasuk zanke poveča z  $\theta$  na  $\theta + d\theta$ , je potrebno delo  $dA = M d\theta = p_m B \sin \theta d\theta$  (gl. I. del, str. 86), ki je enako povečanju potencialne energije  $dW_{mp}$ :

$$dW_{mp} = dA = p_m B \sin \theta d\theta = - p_m B d(\cos \theta) \quad (3.36)$$

Po integraciji dobimo:

$$W_{mp} = \text{konst.} - p_m B \cos \theta$$

Vrednost integracijske konstante je odvisna od našega dogovora o tem, kje je potencialna energija nič. Če se domenimo, da je magnetna potencialna energija tokovne zanke v stabilni ravnovesni legi ( $\theta = 0$ ) nič, moramo vzeti:  $\text{konst.} = p_m B$ . Dobimo:

$$W_{mp} = p_m B (1 - \cos \theta) \quad (3.37)$$

Izraz za magnetno potencialno energijo pa je enostavnejši, če vzamemo, da je potencialna energija tokovne zanke nič v legi, ko normala zanke oklepa s tokovnicami kot  $\theta = \pi/2$ . Tedaj je  $\text{konst.} = 0$  in:

$$W_{mp} = - p_m B \cos \theta \quad (3.38)$$

ali v vektorski obliki:

$$W_{mp} = - \mathbf{p}_m \cdot \mathbf{B}$$

Odvisnost magnetne potencialne energije tokovne zanke od kota zasuka za ta primer je skicirana na sliki 3.39. Potentialna energija tokovne zanke je najmanjša v stabilni ravnovesni legi ( $= - p_m B$ ), največja pa v labilni ravnovesni legi ( $\theta = \pi$ ), ko je magnetni moment  $\mathbf{p}_m$  usmerjen nasprotno kot tokovnice  $\mathbf{B}$  ( $W_{mp} = + p_m B$ ).

Med nihanjem tokovne zanke v magnetnem polju se magnetna potencialna energija in rotacijska kinetična energija zanke prelivata druga v drugo podobno kot npr. težnostna potencialna energija in kinetična energija težnega nihala (I. del, str. 111). Tudi tu lahko enako določimo frekvenco nihajoče zanke (3.31a).

## Magnetna sila v nehomogenem magnetnem polju

Videli smo, da homogeno magnetno polje (tokovnice ravne in vzporedne,  $B$  neodvisen od krajin) ne deluje na tokovno zanko z navorom, da ta zanko vrta. Vendar se zanka zaradi tega pomika skozi polje. Drugače je v nehomogenem magnetnem polju, če tokovnice niso vzporedne, npr. če konvergirajo ali divergirajo. Kjer so tokovnice gostejše, je magnetno polje močnejše (večji); redkejšje tokovnice pa ponazarjajo kejšje polje (manjši  $B$ ). Opazimo, da na tokovno zanko v nehomogenem magnetnem polju deluje magnetna sila, ki pomika zanko v smeri močnejšega oz. šibkejšega polja.

Na sliki 3.40 je ravnina zanke pravokotna na magnetni moment zanke  $\mathbf{p}_m$  je usmerjen navzgor. Zaradi divergentnosti tokovnic ima vektor  $\mathbf{B}$  v mestu zanke komponento  $B_z$  v smeri  $\mathbf{p}_m$  in radialno komponento  $B_r$  (vzamemo, da je polje osi simetrično). Komponenta  $B_z$  vrta zanko (podobno kot v homogenem polju); navor je zaradi simetrije nič, zanka je v stabilni ravnovesni legi. Pač radialna komponenta  $B_r$  deluje na tok v zanki z magnetno silo  $\mathbf{F}_m$ , ki vleče zanko navzgor v smeri gostejših silnic, to je v smeri močnejšega magnetnega polja. Če je magnetno polje v smeri navzgor močnejše (tokovnice navzgor konvergirajo), je komponenta  $B_r$  usmerjena navznoter in magnetna sila  $\mathbf{F}_m$  vleče zanko navzgor, torej sploh v smer močnejšega magnetnega polja.

Drugače je, če ima magnetni moment nasprotno smer kot tokovnice zunanjega magnetnega polja (labilna ravnovesna lega zanke,  $\theta = \pi$ , slika 3.40a). Tu magnetna sila  $\mathbf{F}_m$  vleče zanko v smeri šibkejšega polja.

Splošno velja tole: **Če tokovna zanka s svojim magnetnim poljem ojačuje zunanje magnetno polje ( $\mathbf{p}_m$  v smeri  $\mathbf{B}$ ), deluje nanjo magnetna sila v smeri močnejšega polja. Če pa zanka slabša zunanje polje ( $\mathbf{p}_m$  nasprotno usmerjen kot  $\mathbf{B}$ ), deluje nanjo magnetna sila vleče v smeri šibkejšega magnetnega polja.** Več o tem bomo razpravljali v poglavju Snov v magnetnem polju (str. 102).

Velikost magnetne sile  $F_m$  na tokovno zanko v nehomogenem magnetnem polju lahko ocenimo s pomočjo magnetne potencialne energije  $W_{mp}$ . Recimo, da je koordinatna os  $z$  na sliki 3.40 usmerjena navzgor vzdolž tokovnic v središču zanke. Če je magnetno polje navzgor divergentno (zgoraj šibkejšje polje, gl. sliko 3.40), se komponenta  $B_z$  gostote magnetnega polja navzgor zmanjšuje,  $\delta B_z / \delta z < 0$ . Obratno (če je polje navzgor konvergentno, tokovnice zgoraj gostejše, spodaj pa se  $B_z$  v smeri navzgor povečuje,  $\delta B_z / \delta z > 0$ ). Na višini  $z$  ima tokovna zanka slika 3.40 magnetno potencialno energijo (gl. 3.38):

$$W_{mp} = - p_m B_z$$

ed dvigom za dz s  
ja zanke spremeni

$$dW_{mp} = - p_m \delta B_z$$

o spremembo p  
magnetna sila  $F_m$   
to polje učinku  
pozitivno delo dA  
manjša potencial  
elo pa jo zveča, z  
a strani 93):

$$dA = - dW_{mp} \\ F_m dz = p_m \delta B_z / \delta z \\ F_m = p_m \delta B_z / \delta z$$

$$F_m = p_m \delta B_z / \delta z$$

homogenem m  
vedda  $F_m = 0$ . V  
la na tokovno z  
netnim momentu  
ostote magnetn  
momenta. Če je  
smerjen vzdolž  
magnetno polje v  
na tudi magnet  
močnejšega mag  
< 0 pa je  $F_m$  nasp  
smer močnej  
protno velja, č  
tokovnice zunan  
tokovna zanka  
nasprotuje zuna  
magnetna sila  $F_m$  tec  
šibkejšega polja.

## Snov v magn

izkušenj vemo  
polje (npr. z gos  
v snoveh tako o  
menile njihove m  
nosti. Magnetno  
To pa ne velja  
elektroliza (str. 5

polje občutno sp  
Tako različno ok  
oma magnetne  
magnetno polje  
trije delce in  
električno silo  
nek na snov v s  
hitrosti atomskil  
kolki odločajo o m  
nosti) v  
obno hitrostjo.

Magnetne lastn  
nih tokov v njej

ogenem

Med dvigom za  $dz$  se magnetna potencialna energija zanke spremeni za:

$$dW_{mp} = -p_m dB_z = -p_m(\delta B_z/\delta z)dz$$

To spremembo potencialne energije povzroči magnetna sila  $F_m$ , s katero nehomogeno magnetno polje učinkuje na celotno tokovno zanko. Pozitivno delo  $dA = F_m dz$  te sile med pomikom  $dz$  zmanjša potencialno energijo zanke, negativno delo pa jo zveča, zato velja (gl. I. del, enačba 4.19 na strani 93):

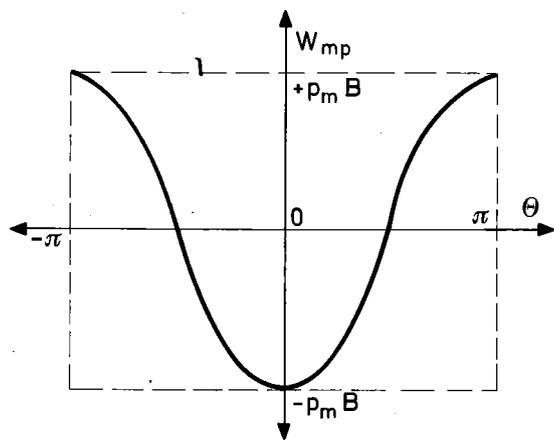
$$dA = -dW_{mp}$$

$$F_m dz = p_m(\delta B_z/\delta z)dz$$

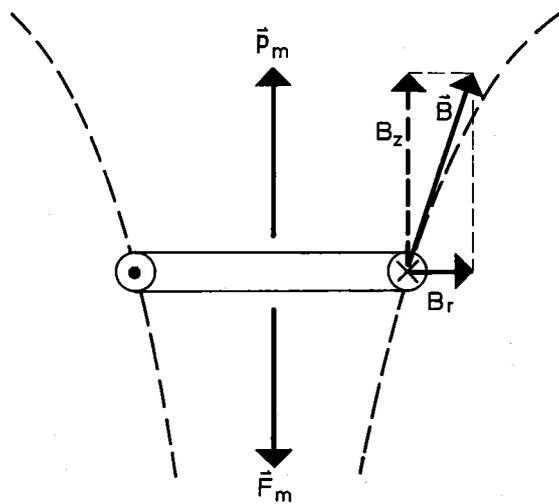
$$F_m = p_m \delta B_z/\delta z \quad \text{ali v vektorski obliki:}$$

$$\mathbf{F}_m = \mathbf{p}_m \delta B_z/\delta z \quad (3.39)$$

V homogenem magnetnem polju ( $\delta B_z/\delta z = 0$ ) je seveda  $F_m = 0$ . V nehomogenem pa je magnetna sila na tokovno zanko premo sorazmerna z magnetnim momentom zanke in z gradientom gostote magnetnega polja v smeri magnetnega momenta. Če je magnetni moment zanke ( $\mathbf{p}_m$ ) usmerjen vzdolž tokovnic (kot na sliki 3.40) in se magnetno polje v tej smeri ojačuje ( $\delta B_z/\delta z > 0$ ), ima tudi magnetna sila  $\mathbf{F}_m$  to smer, torej smer močnejšega magnetnega polja. V primeru  $\delta B_z/\delta z < 0$  pa je  $\mathbf{F}_m$  nasprotno usmerjen kot  $\mathbf{p}_m$ , to je spet v smer močnejšega magnetnega polja. Nasprotno velja, če ima  $\mathbf{p}_m$  nasprotno smer kot tokovnice zunanega magnetnega polja (če torej tokovna zanka s svojim magnetnim poljem nasprotuje zunanjemu polju, slika 3.40a). Magnetna sila  $\mathbf{F}_m$  tedaj vleče tokovno zanko v smer šibkejšega polja.



slika 3.39

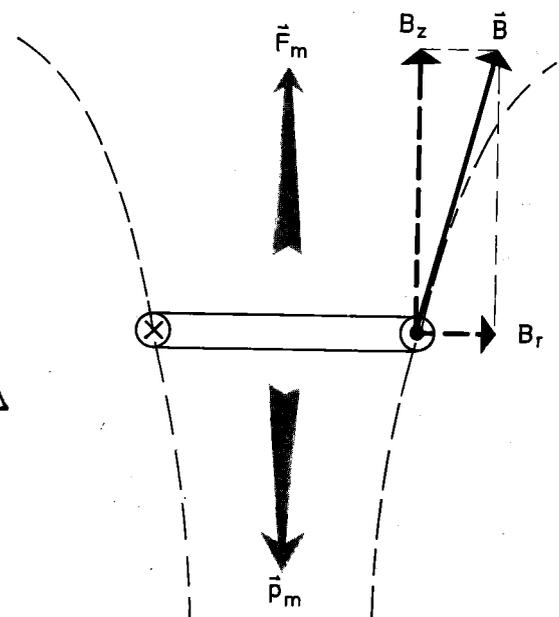


slika 3.40

Snov v magnetnem polju

Iz izkušenj vemo, da niti najmočnejše magnetno polje (npr. z gostoto polja nekaj T) ne povzroča v snoveh tako opaznih sprememb, da bi se spremenile njihove mehanske, kemične ali druge lastnosti. Magnetno polje tudi ni nevarno za človeka. To pa ne velja za električno polje. V poglavju o elektrolizi (str. 56) smo videli, da lahko električno polje občutno spremeni kemične lastnosti snovi. Tako različno obnašanje snovi v električnem oziroma magnetnem polju je posledica dejstva, da magnetno polje učinkuje le na gibajoče se električne delce in da je magnetna sila primerljiva z električno silo le, če so hitrosti električnih delcev blizu svetlobne hitrosti. Ker je magnetni učinek na snov v splošnem šibak, sklepamo, da so hitrosti atomskih elektronov (predvsem zunanjih, ki odločajo o mehanskih, kemičnih in drugih lastnostih snovi) v snovi majhne v primerjavi s svetlobno hitrostjo.

Magnetne lastnosti snovi so odvisne od električnih tokov v njej, to je od urejenosti gibanja elek-



slika 3.40 a

tričnih delcev v snovi. Če se vprašamo, kako magnetno polje učinkuje na snov in kako se to polje zaradi snovi spremeni, se pravzaprav vprašamo, kako magnetno polje učinkuje na električne tokove v snovi, kako se ti spremenijo ter kako se zaradi tega spremeni magnetno polje v snovi in v njeni okolici.

Snov je zgrajena iz atomov. Vsak od njih vsebuje pozitivno naelektreno atomsko jedro ter negativne elektrone. Za razlago magnetnih lastnosti snovi masivna atomska jedra niso pomembna, odločilni so le lahki negativni elektroni. Magnetne lastnosti snovi preprosto pojasnimo s predpostavko, da elektroni v atomih krožijo po krožnih ali eliptičnih tirnicah (orbitah), pri čemer se vsak elektron tudi vrtil okrog lastne osi (t. i. elektronski spin). Podobno kot npr. Zemlja kroži okrog Sonca in se obenem vrtil okrog polarne osi.

### Permeabilnost

Če položimo snov v magnetno polje, se polje v snovi ali oslabi (gl. diamagnetni učinek, str. 102) ali ojači (gl. paramagnetni učinek, str. 103). Spomnimo se (str. 22), da pa električno polje v snovi vedno oslabi (zaradi influiranih nabojev).

Vpliv snovi na magnetno polje izrazimo s količino **permeabilnost** ( $\mu$ ), ki jo definiramo z enačbo:

$$B = \mu B_0 \quad (3.40)$$

Tu je  $B$  gostota magnetnega polja v snovi,  $B_0$  pa gostota v vakuumu (kakršna je bila, preden smo v polje položili snov). Zadnja je odvisna od električnih tokov iz okolice snovi; običajno jo izrazimo z jakostjo magnetnega polja (gl. 3.16):

$$B_0 = \mu_0 H$$

Iz zakona o magnetni napetosti (gl. 3.20) sledi, da je integral jakosti  $H$  po poljubni zaključeni poti enak algebraični vsoti vseh električnih tokov iz notranjosti zaključene poti. Ker se v snovi pojavljajo elektronski tokovi le v notranjosti posamičnih atomov, je njihova algebraična vsota nič, se zato magnetna napetost zaradi prisotnosti snovi ne spremeni. Zato vzamemo, da se tudi jakost magnetnega polja  $H$  zaradi snovi ne spremeni. Snov torej vpliva le na gostoto  $B$  magnetnega polja, jakost  $H$  pa je odvisna le od porazdelitve prostih tokov iz okolice snovi, ki ustvarjajo zunanje magnetno polje  $B_0$ .

Glede na vrednost permeabilnosti  $\mu$  razdelimo snovi na diamagnetne, paramagnetne in feromagnetne.

**Diamagnetne snovi** imajo permeabilnost manjšo od 1 ( $\mu < 1$ ), kar pomeni, da se magnetno polje v diamagnetni snovi oslabi ( $B < B_0$ ). Pri teh snoveh spin elektronov ni pomemben, magnetno polje učinkuje le na orbitalne elektronske

tokovne zanke v notranjosti posamičnih atomov. Diamagnetni efekt je v večini primerov šibak, se zato  $\mu$  razlikuje od 1 šele na četrtem ali šestem decimalnem mestu (gl. tabelo na koncu knjige). Diamagnetni so predvsem plini (z izjemo kisika in dušika) ter kapljevine (npr. voda), od trdnih snovi bizmut, živo srebro, zlato, srebro, baker, steklo in drugi.

**Paramagnetne snovi** imajo permeabilnost večjo od 1, vendar se  $\mu$  razlikuje od 1 šele na četrtem ali šestem decimalnem mestu, tako da je  $\mu - 1$  mnogo manjši od 1. V paramagnetni snovi se magnetno polje nekoliko ojači. Za te snovi so poleg orbitalnih elektronskih tokovnih zank pomembni tudi elektronski spini. Ti se v magnetnem polju deloma uskladijo vzdolž tokovnic in s tem ojačijo polje. Ta učinek je močnejši od diamagnetnega zaradi orbitalnih elektronskih tokovnih zank, pa se zato magnetno polje v celoti ojači. Paramagnetne so predvsem kovine (npr. alkalne, pa tudi krom, platina in druge), od plinov pa le kisik ( $O_2$ ) in dušik ( $N_2$ ).

**Feromagnetne snovi** imajo izredno veliko permeabilnost (več tisoč), pa se zato magnetno polje v njih močno ojači. To so paramagnetne snovi, imajo takšno kristalno zgradbo, da so posamični elektronski spini paralelno usmerjeni in se s tem njihov magnetni učinek navzven sešteva. Lahko rečemo, da je feromagnetizem potenciran paramagnetizem, povezan s kristalno zgradbo snovi. Značilno je, da postanejo feromagnetne snovi paramagnetne, če jih močno segrejejo. Feromagnetne so npr. kovine železo, kobalt, nikelj in nekatere litine in redke zemlje.

### Magnetizacija in Amperovi tokovi

Posledica učinkovanja magnetnega polja na atome snovi (to je na orbitalno kroženje elektronov in na njihove spine) je, da se v vsakem atomu oziroma molekuli inducira magnetni moment, podobno kot npr. električno polje deformira atome in inducira električne momente (str. 20). Inducirani magnetni momenti posamičnih atomov diamagnetne snovi nasprotujejo zunanjemu magnetnemu polju (gl. diamagnetizem, str. 102), v paramagnetni snovi in predvsem v feromagnetni snovi pa magnetno polje ojačujejo.

S  $p_i$  označimo magnetni moment, ki ga zunanje magnetno polje ( $H$  ali  $B_0 = \mu_0 H$ ) inducira v eni atomu oz. molekuli. **Vektorska vsota vseh magnetnih momentov, induciranih v enoti prostornine snovi, se imenuje magnetizacija snovi** ( $M$ )

$$M = N p_i$$

$N$  je koncentracija atomov oziroma molekul (to je število atomov oz. molekul v enoti prostornine snovi,  $/m^3$ ). Vidimo, da ima magnetizacija enak dimenzijo ( $m^{-3} \cdot Am^2 = A/m$ ) kot jakost magnetnega polja. Pogosto (vsaj za dia- in paramagnetne snovi) sta ti količini tudi v prejem soraz-

erju (če se zmo sorazmeri snovi), zato ju po

$$M = \chi_m H$$

edimenzijska k  
usceptibilnost  
eptibilnosti  $\chi_m$   
eh je negativna

nducirani atom  
predstavimo ko  
okovne zanke z  
 $S_a$  (prezez atom  
Na sliki 3.41 sr  
momente shem  
okovnimi zank  
tom z inducir  
kom  $S_a$ . Vidimo  
notranjosti sn  
površini snovi  
polje torej učin  
ini snovi indu  
vezane) tokov  
polarizacije at  
rajo električni  
magnetnemu p  
druži magnetni  
Na sliki 3.42  
paramagnetno  
ciranih tokov r  
polje (ki te t  
snovi pa slabi.

Pokazali bom  
magnetnega p  
Amperovih tok  
zacija  $M$  snovi

Kar se učinka  
lahko snov pr  
nim presekom  
n ovojev indu  
polja v notran

$B_i = \mu_0 n_i a / b$   
V našem moc  
zimo z (gl. 3.4

$M = n_i a S / V$   
kjer je  $V =$   
magnetnega  
 $M = n_i a / b =$

(3.41) Inducirano m  
šteje prvotne  
z gostoto:

$B = B_0 + \mu_0 M$   
 $B = \mu \mu_0 H$   
kjer je:  $\mu$

... (če se zunanje magnetno polje ojači, se ... sorazmerno poveča tudi magnetizacija ...), zato ju povežemo z enačbo:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (3.42)$$

... dimenzijska količina  $\chi_m$  se imenuje **magnetna susceptibilnost snovi** (analogna je električni susceptibilnosti  $\chi_e$ , gl. str. 22); pri diamagnetnih snoveh je negativna, pri paramagnetnih pa pozitivna.

Inducirani atomski magnetni moment  $p_i$  si lahko predstavimo kot magnetni moment inducirane tokovne zanke z induciranim tokom  $I_a$  in površino  $S_a$  (prezrez atoma), tako da je (gl. 3.32):  $p_i = I_a S_a$ . Na sliki 3.41 smo v snovi inducirane magnetne momente shematsko predstavili s kvadratnimi tokovnimi zankami. Vsaka od njih predstavlja atom z induciranim tokom  $I_a$  in prečnim presekom  $S_a$ . Vidimo, da se inducirani atomski tokovi  $I_a$  v notranjosti snovi medsebojno kompenzirajo, na površini snovi pa tečejo v enaki smeri. Magnetno polje torej učinkuje na snov tako, kot da na površini snovi inducira tokove, t.i. **Amperove (ali vezane) tokove**. Podobno se zaradi električne polarizacije atomov snovi na njeni površini influirajo električni naboji (gl. str. 20). Prvotnemu magnetnemu polju ( $\mathbf{H}$  ali  $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}$ ) se tako pridruži magnetno polje zaradi induciranih tokov  $I_a$ . Na sliki 3.42 so označeni Amperovi tokovi za paramagnetno snov. Magnetno polje zaradi induciranih tokov namreč ojačuje prvotno magnetno polje (ki te tokove ustvarja), pri diamagnetni snovi pa slabi.

Pokazali bomo, da lahko gostoto dodatnega magnetnega polja (npr.  $\mathbf{B}_i$ ) zaradi induciranih Amperovih tokov izrazimo s povzročeno magnetizacijo  $\mathbf{M}$  snovi.

Kar se učinka magnetnega polja na snov tiče, lahko snov predstavimo kot dolgo tuljavo s prečnim presekom  $S$  in dolžino  $b$ , po kateri teče skozi  $n$  ovojev inducirani tok  $I_a$ . Gostota magnetnega polja v notranjosti te tuljave zato znaša (gl. 3.15):

$$B_i = \mu_0 n I_a / b$$

V našem modelu lahko magnetizacijo snovi izrazimo z (gl. 3.41):

$$M = n I_a S / V$$

kjer je  $V = Sb$  volumen snovi, to je volumen magnetnega polja. Sledi:

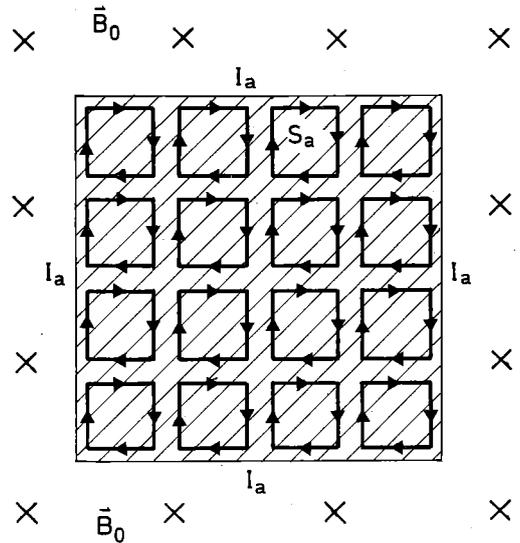
$$M = n I_a / b = B_i / \mu_0 \quad \text{ali} \quad \mathbf{B}_i = \mu_0 \mathbf{M} \quad (3.43)$$

(3.4) Inducirano magnetno polje  $\mathbf{B}_i$  se vektorsko prišteje prvotnemu polju  $\mathbf{B}_0$  in dobimo novo polje z gostoto:

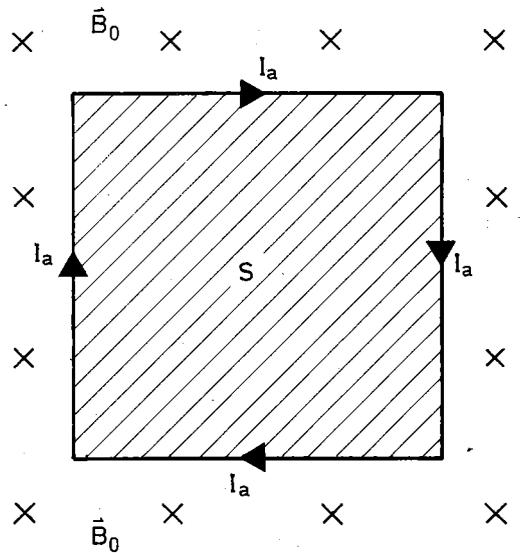
$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_i = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}$$

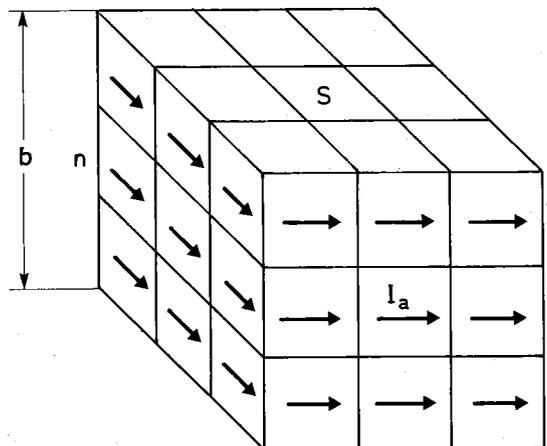
kjer je:  $\mu = 1 + \chi_m \quad (3.44)$



slika 3.41



slika 3.42



slika 3.43

Vidimo, da je magnetna susceptibilnost diamagnetnih snovi (pri katerih je  $\mu < 1$ ) zares negativna, pri para- in feromagnetnih snoveh ( $\mu > 1$ ) pa pozitivna. Permeabilnost snovi ( $\mu$ ) določimo torej tako, da poiščemo magnetizacijo ( $M$ ) enote prostornine snovi, to je celoten inducirani magnetni moment vseh atomov oz. molekul v enoti prostornine snovi. To bomo napravili posebej za diamagnetne in posebej za paramagnetne snovi.

Glede na to, da se v paramagnetni snovi (in predvsem v feromagnetni) inducirajo magnetni momenti, ki se usmerijo v smer tokovnic zunanjega magnetnega polja (v diamagnetni snovi pa nasprotno tej smeri), se paramagnetna snov v nehomogenem magnetnem polju obnaša podobno kot tokovna zanka s slike 3.40, katere magnetni moment je usmerjen vzdolž tokovnic. Nehomogeno magnetno polje zato učinkuje na paramagnetno snov (in posebej močno na feromagnetno snov) z magnetno silo, ki jo vleče v smer močnejšega magnetnega polja (gl. str. 98). Volumenska gostota te sile (to je sila, ki deluje v enoti prostornine snovi) znaša (gl. 3.39):

$$F_m = M\delta B_z/\delta z \quad (3.45)$$

Nasprotno temu pa diamagnetna snov čuti v nehomogenem magnetnem polju magnetno silo v smeri šibkejšega polja (gl. sliko 3.40a). Zaradi tega npr. močan magnet odbija plamen sveče, ki vsebuje diamagnetni ogljikov dioksid (slika 3.44).

Če položimo k ustju tuljave kos železne pločevine, skozi tuljavo pa spustimo električni tok, nastalo magnetno polje potegne pločevino v notranjost tuljave, kjer je polje močnejše. Ta sila je tem močnejša, čim večji je gradient gostote magnetnega polja ob ustju tuljave (čim bolj se gostota magnetnega polja spreminja s krajem), to je, čim večji je tok skozi tuljavo. Na tej osnovi je zgrajen **ampermeter na mehko železo** (slika 3.45); odklon kazalca s feromagnetno pločevino je merilo za tok skozi tuljavo.

Močan elektromagnet priteguje feromagnetno snov (npr. železo) s silo, ki je lahko večja od teže snovi, tako da ga lahko uporabljamo za dviganje železnih predmetov. Žal pa ne more dvigovati običajnih paramagnetnih predmetov (npr. iz aluminija ali cinka). Magnetno silo na feromagnetno snov v nehomogenem magnetnem polju izkoriščamo tudi pri raznovrstnih magnetnih relejih, telefonskih slušalkah ipd.

### Diamagnetizem

S pojmom diamagnetizem razumemo oslabitev magnetnega polja v snovi kot posledica učinkovanja polja na orbitalne elektronske tokovne zanke v atomih snovi. Atom v splošnem vsebuje več elektronov, ki »krožijo« po različnih orbitah. Zaradi termičnega gibanja in medsebojnih trkov

atomov se ravnine posameznih elektronskih spreminjajo in so v splošnem različno usmerjene.

Elektron (naboj  $-e_0$ , masa  $m$ ), ki kroži okoli atomskega jedra z obodno hitrostjo  $v$  po krogu s polmerom  $r$  (slika 3.46), ima vrtilno količino  $L = rmv$ . Kroženje elektrona je ekvivalentno tokovni zanki z magnetnim momentom (gl. 3.33)  $p_m = e_0vr/2$ . Ker ima elektron negativen naboj, vektorja  $I_0$  in  $p_m$  nasprotno usmerjena in pomenjena z enačbo:  $p_m = -(e_0/2m)I_0$  (gl. 3.35).

Vsaka elektronska orbitalna tokovna zanka ustvarja v svoji neposredni okolici magnetno polje. Toda ker so različne orbitalne zanke različno usmerjene, se njihov magnetni učinek povprečno ven ne izrazi.

Brž ko snov položimo v magnetno polje  $H = \mu_0 H$ , učinkuje polje na posamične elektronske orbite z magnetnim navorom  $M = p_m \times B$  (gl. 3.33) in orbite začno precesirati okrog tokovnic zunanjega magnetnega polja, podobno kot npr. vrtilna cesira vrtavka zaradi navora teže (gl. I. del, str. 82). Nastalo precesijsko gibanje je ekvivalentno inducirani tokovni zanki, katere magnetni moment  $p_i$  nasprotuje zunanjemu magnetnemu polju.

Recimo, da magnetni moment  $p_m = -(e_0/2m)I_0r$  elektronske orbite s slike 3.46 oklepa kot  $\theta$  glede na tokovnice  $B_0$  (slika 3.47). Nanj torej deluje magnetni navor  $M = p_m B \sin \theta$  in smer vrtilne količine  $I_0$  krožečega elektrona precesira okoli smeri  $B_0$  s krožno frekvenco (t.i. Larmorjevo frekvenco):

$$\omega_L = M/(I_0 \sin \theta) \quad (\text{gl. I. del, str. 82})$$

$$\omega_L = e_0 B_0 / 2m \quad (3.46)$$

Larmorjeva frekvenca nastalega precesijskega gibanja elektronov je potemtakem neodvisna od polmera in smeri elektronskih orbit; vse elektronske orbite precesirajo okrog magnetnih tokovnic enako hitro.

Nastalo precesijsko gibanje elektronskih orbit je ekvivalentno inducirani elektronski tokovni zanki s polmerom  $r \cos \theta$  in obodno hitrostjo  $v \cos \theta = r \omega_L \cos \theta$  (gl. spodnji del slike 3.47), katere inducirani magnetni moment znaša:

$$p_i = e_0 v_i (r \cos \theta) / 2 = (e_0^2 B_0 / 4m) r^2 \cos^2 \theta$$

Predpostavljamo, da so posamične elektronske orbite izotropno razporejene po smereh, pa zato povprečna vrednost  $\cos^2 \theta$  enaka  $2/3$  in dobimo:

$$p_i = (e_0^2 B_0 / 6m) \langle r^2 \rangle$$

kjer je  $\langle r^2 \rangle$  povprečni kvadrat polmerov elektronskih orbit v različnih atomih. Ker ima inducirani magnetni moment  $p_i$  nasprotno smer kot prvotno magnetno polje  $B_0 = \mu_0 H$ , napišemo zgornjo enačbo v splošni obliki:

$$p_i = - (e_0^2 \mu_0 \langle r^2 \rangle / 6m) H \quad (3.47)$$

V enoti prostornine cira magnetizacija  $M$  št. N število elektronskih snovi. Dobimo:

$$M = N p_i = - (e_0^2 N \mu_0 \langle r^2 \rangle / 6m) H$$

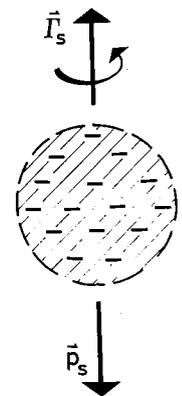
Magnetna susceptibilnost  $\chi_m$  (gl. 3.42) torej znaša:

$$\chi_m = - e_0^2 N \mu_0 \langle r^2 \rangle / 6m$$

Polmeri orbit atomov v snovi se bistveno ne spreminjajo, zato je susceptibilnost diamagnetnih snovi vsem od gostote  $N$  neodvisna. To pomeni, da imajo vse snovi (s približno enakim  $N$ ) približno enako susceptibilnost (od  $10^{-9}$  do  $10^{-10}$ ), pa približno tisočkrat skorajda neodvisna od temperature.

### Paramagnetizem

Magnetno polje bistveno vpliva na nega efekta oslabitve magnetnega polja, kljub inherentnemu diamagnetizmu atomskih snoveh ojača magnetno polje. Paramagnetni efekt nastane zaradi vrtenja okrog magnetnega momenta, t.i. Larmorjevega gibanja elektrona ( $p_s$ , slika 3.48), ki kot vrtilna količina nastane zaradi kvantne narave magnetnega momenta na podlagi navora  $M$  (npr. določimo or



ameznih elektronskih  
šnem različno usmer  
masa  $m$ ), ki kroži o  
dno hitrostjo  $v$  po kro  
(6), ima vrtilno količin  
elektrona je ekvivalen  
nim momentom (gl. 3.42)  
ktron negativen nabo  
otno usmerjena in p  
( $e_0/2m$ ) $\Gamma_0$  (gl. 3.35).

V enoti prostornine diamagnetne snovi se inducira magnetizacija (gl. 3.41):  $\mathbf{M} = N\mathbf{p}_i$ , kjer je  $N$  število elektronskih orbit na enoto prostornine snovi. Dobimo:

$$\mathbf{M} = N\mathbf{p}_i = -(e_0^2 N \mu_0 \langle r^2 \rangle / 6m) \mathbf{H} = \chi_m \mathbf{H}$$

Magnetna susceptibilnost diamagnetne snovi (gl. 3.42) torej znaša:

$$\chi_m = -e_0^2 N \mu_0 \langle r^2 \rangle / 6m \quad (3.48)$$

orbitalna tokovna z  
sredni okolici magn  
lične orbitalne zanke  
nov magnetni učinek

Polmeri orbit atomskih elektronov različnih vrst snovi se bistveno ne razlikujejo, zato je magnetna susceptibilnost diamagnetne snovi odvisna predvsem od gostote  $N$  atomskih elektronov v snovi. To pomeni, da imajo plinaste snovi (približno enak  $N$ ) približno enako magnetno susceptibilnost (od  $10^{-9}$  do  $10^{-8}$ ), kapljevinske in trdne snovi pa približno tisočkrat večjo (okrog  $10^{-5}$ ); ta je skorajda neodvisna od temperature.

**Paramagnetizem**

o v magnetno polje  
na posamične elektro  
vorom  $\mathbf{M} = \mathbf{p}_m \times \mathbf{B}$  (gl. 3.47).  
irati okrog tokovnic  
ja, podobno kot npr.  
navora teže (gl. I. del).  
o gibanje je ekvivalen  
zanki, katere magn  
zunanjemu magnetn

Magnetno polje bi se moralo zaradi diamagnetnega efekta oslabiti v vsaki snovi. Dejstvo, da se kljub inherentnemu diamagnetizmu v paramagnetnih snoveh ojači, samo pomeni, da v teh snoveh učinkuje še paramagnetni efekt, ki magnetno polje bolj ojačuje, kot ga diamagnetni efekt slabi. Paramagnetni efekt je posledica usmerjanja atomskih magnetnih momentov vzdolž tokovnic zunanjega magnetnega polja. Vsak elektron ima zaradi vrtenja okrog lastne osi (spina) enak magnetni moment, t.i. **spinski magnetni moment elektrona** ( $\mathbf{p}_s$ , slika 3.48;  $\mathbf{p}_s$  ima nasprotno smer kot vrtilna količina  $\Gamma_s$  elektronskega spina). Ta je izrazito kvantne narave in ga ne moremo določiti na podlagi nazornega klasičnega modela, kot npr. določimo orbitalni magnetni moment  $\mathbf{p}_m$ .

moment  $\mathbf{p}_m = - (e_0/2m) \mathbf{L}$  (gl. 3.46) oklepa kot  $\theta$  (gl. 3.47). Nanj torej deluje moment  $\mathbf{p}_m \times \mathbf{B}$  in smer vrtenja elektrona precesira okrog tokovnic Larmorjevo precesijsko frekvenco (t.i. Larmorjevo frekvenco).

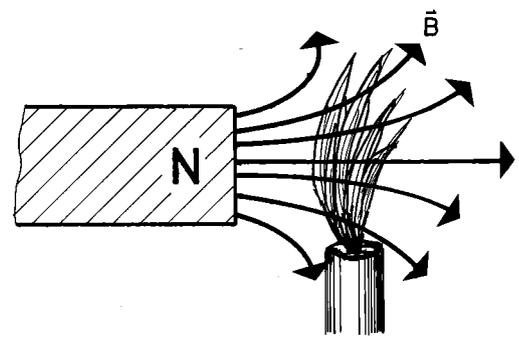
(gl. I. del, slika 3.47). Nastalega precesijskega momenta ne moremo določiti na podlagi nazornega klasičnega modela, kot npr. določimo orbitalni magnetni moment  $\mathbf{p}_m$ .

o panje elektronskih orb  
i elektronski tokovni z  
in obodno hitrostjo  
del slike 3.47), katere in  
nt znaša:

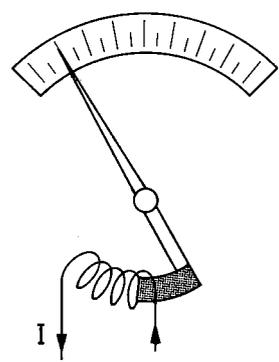
$$\Gamma_s = \frac{e_0 \hbar}{2m} \cos^2 \theta$$

o posamične elektron  
prejene po smereh, pa  
ost  $\cos^2 \theta$  enaka 2/3 in  
ni kvadrat polmerov e  
ih atomih. Ker ima ind  
nt  $\mathbf{p}_i$  nasprotno smer  
olje  $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}$ , napiše  
šni obliki:

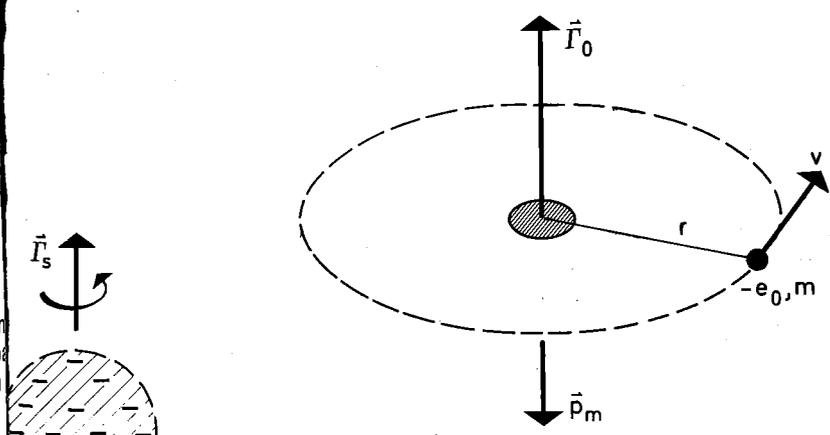
(3) slika 3.48



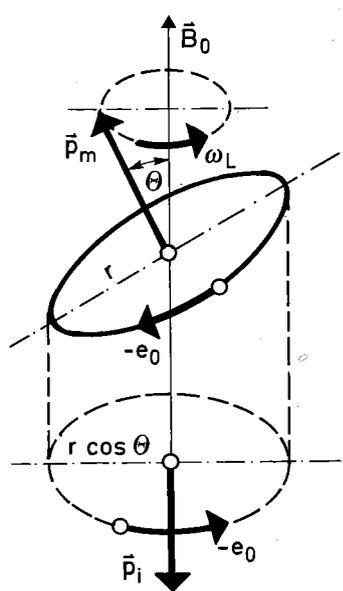
slika 3.44



slika 3.45



slika 3.46



slika 3.47

Izkaže se (gl. str. 186), da so spinski magnetni momenti posamičnih elektronov v atomu oziroma molekuli praviloma usmerjeni paroma v nasprotnih smereh (slika 3.49) in se torej paroma kompenzirajo. Pri nekaterih snoveh se spinski magnetni momenti posameznih elektronov povsem kompenzirajo; te snovi so diamagnetne. Pri drugih (predvsem če atomi vsebujejo liho število elektronov) pa se ne kompenzirajo povsem, tako da ima vsak atom oz. molekula zaradi elektronskih spinov t.i. **atomski magnetni moment** ( $\mathbf{p}_a$ ). Ta je vezan na celoten atom oz. molekulo, ki zato povzroča v svoji bližnji okolici magnetno polje, podobno kot npr. kakšna mikroskopska tuljavica ali magnetek. Zaradi termičnega gibanja se smeri teh atomskih magnetkov nenehno spreminjajo in se zato njihov magnetni učinek navzven v povprečju izniči (če le snov ni v magnetnem polju). Izjema so feromagnetne snovi, katerih kristalna struktura zagotavlja paralelno usmeritev sosednjih atomskih magnetkov, na katero termično gibanje ne more vplivati.

Brž ko paramagnetno snov položimo v magnetno polje ( $\mathbf{B}_0$ ), učinkuje na vsak atomski magnetni moment  $\mathbf{p}_a$  magnetni navor  $\mathbf{M} = \mathbf{p}_a \times \mathbf{B}_0$ , ki ga skuša usmeriti vzdolž tokovnic (podobno kot magnetno polje učinkuje na tokovne tuljavice ali magnetke). Toda atomski magnetni momenti se zaradi termičnega gibanja ne morejo povsem usmeriti vzdolž tokovnic (glej podoben pojav pri snovi s polarnimi molekulami v električnem polju, str. 22). Usmerijo se tem manj, čim višja je temperatura snovi. Zaradi delne usmeritve posameznih atomskih magnetnih momentov vzdolž tokovnic se magnetno polje v paramagnetni snovi ojači. Ta efekt je močnejši od diamagnetnega, tako da je celotna magnetna susceptibilnost ( $\chi_m$ ) paramagnetne snovi pozitivna.

Atomski magnetni moment  $\mathbf{p}_a$ , ki oklepa s smerjo tokovnic  $\mathbf{B}_0$  kot  $\theta$ , ima magnetno potencialno energijo  $-\mathbf{p}_a \cdot \mathbf{B}_0 = -p_a B_0 \cos \theta$  (gl. 3.38). Tej smeri ustreza projekcija atomskega magnetnega momenta  $p_i = p_a \cos \theta$ , ki ojačuje magnetno polje (slika 3.50). Zaradi termičnega gibanja imajo različni atomski magnetni momenti različne smeri in zato različne magnetne potencialne energije. Z zakoni statistične mehanike ugotovimo, koliko atomskih magnetnih momentov je pri temperaturi  $T$  usmerjenih v posameznih smereh in izračunamo povprečno projekcijo  $\bar{p}_i$  vseh atomskih magnetnih momentov. Pri zmerno nizkih temperaturah (tako da je  $kT \gg p_a B_0$ ) dobimo (izpeljava presega naš okvir) izraz:

$$\bar{p}_i = p_a^2 B_0 / 3kT$$

V enoti prostornine snovi (ki npr. vsebuje  $N$  atomov oz. molekul) se potemtakem inducira magnetizacija (diamagnetni prispevek zanemarimo):

$$\mathbf{M} = N\bar{\mathbf{p}}_i = (Np_a^2 \mu_0 / 3kT)\mathbf{H} = \chi_m \mathbf{H}$$

Vidimo, da je paramagnetna susceptibilnost obratno sorazmerna s temperaturo snovi:

$$\chi_m = Np_a^2 \mu_0 / 3kT = \text{konst.}/T \quad (3)$$

Čim hladnejša je snov, tem bolj je paramagnetna. Magnetna susceptibilnost diamagnetnih snovi je skorajda neodvisna od temperature (razen kadar se s temperaturo spreminja gostota  $N$  elektronov v snovi).

### Feromagnetizem

Z usmerjanjem atomskih magnetnih momentov paramagnetne snovi v enako smer snov **magnetimo**. Opazimo, da je mogoče nekatere paramagnetne snovi z izrazito anizotropno kristalno strukturo magnetiti v nekaterih smereh laže kot v drugih. Tako se npr. monokristal železa (prostorsko centrirana kubična mreža, gl. I. del, str. 130) nalaže magneti v smeri stranic kristalnih celic, nalaže pa v smeri telesnih diagonal. Izkaže se, da v takšnih snoveh magnetni momenti sosednjih atomov že sami po sebi paralelno usmerjeni (tudi če ni zunanega magnetnega polja). Ta usmeritveni zaradi magnetnih sil, temveč je kvantitativno narave. Kristalna zgradba teh snovi je pač bolj stabilna (ima manjšo notranjo energijo), če sosednji atomski magnetni momenti (to je elektronski spini) enako usmerjeni. Vendar se usmerjenost ne razteza po celotnem območju kristala (to bi zaradi magnetne potencialne energije preveč povečalo notranjo energijo snovi). Pač pa je omejeno na posamezna mikroobmočja, t.i. **magnetne domene** (velikosti 10 – 100  $\mu\text{m}$ ). V vsaki domeni so vsi atomski magnetni momenti (ne glede na termično gibanje atomov) enako usmerjeni (to zagotavljajo kvantne sile med atomskimi elektroni), a v različnih domenah v različnih smereh (slika 3.51).

V posameznih magnetnih domenah je magnetno polje zaradi enake usmerjenosti vseh atomskih magnetnih momentov zelo močno. Toda ker so v sveže kristalizirani snovi različne domene različno usmerjene, se njihov magnetni učinek navzven izniči. Posamezne magnetne domene so dovolj velike, da jih lahko opazimo z mikroskopskim pom. Dobro zglajeno površino snovi potresemo s finimi železnimi opilki. Ti se usmerijo vzdolž tokovnic mikrolokalnih magnetnih polj, kar omogoča slikanje domen.

Paramagnetne snovi s takšno kristalno strukturo so **feromagnetne**, npr. železo, kobalt, nikelj, različna jekla, mi-metal (76% Ni, 17% Fe, 5% Cu, 2% Cr), rudnina magnetit ( $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$ ), litina permalloy (78% Ni, 22% Fe), od redkih zemelj pa npr. gadolinij. Te snovi so feromagnetne le v trdnem stanju. Raztaljene ali uplinjene izgubijo feromagnetne lastnosti (magnetne domene izginejo) in postanejo paramagnetne.

V splošnem feromagnetizem izgine, če snov močno segrejemo. Pri visoki temperaturi je ter-

mično gibanje atoma vlada nad kvantnimi magnetnimi momentnimi sili in feromagnetno magnetno. To se zgodi pri 770 °C, v kobaltu pa v gadoliniju celo z

Značilnosti feromagnetnega gibanja, če snov segrejemo. Recimo, da notranje s feromagnetno snovjo enakomerno povečamo jakost magnetnega polja feromagnetne snovi. Magnetni momenti so slučajno usmerjeni, zunanje magnetno polje magnetne potencialne energije zato v stabilnem magnetnem domeni magnetni momenti potencialne energije magnetno polje zato v različnih domenah na različnih domenah se premešane domene razpadajo se zmanjšujejo (slikanje premikanja je, da se feromagnetne snovi v magnetnih domenah nevilnosti kristalne mreže, del, str. 131) oz. polikristalu). Ob magnetnega polja se neustrezno usmerijo poveča nad a nepravilnosti na meji porušijo v celoti zasukajo magnetnega polja. usmerjene vzdolž nastane stanje magnetna snov. 3.53 je ilustrirano feromagnetne polja. V začetku roma šibko, medu je premikanje nem magnetne počasi naraščajo ljenja meja magnetni namagnetne ( $M = M_{nas}$ ) in v

na susceptibilno  
s temperaturo  
(3.4)  
olj je paramagnetni  
amagnetnih snovi  
perature (razen ko  
ja gostota  $N$  elektr

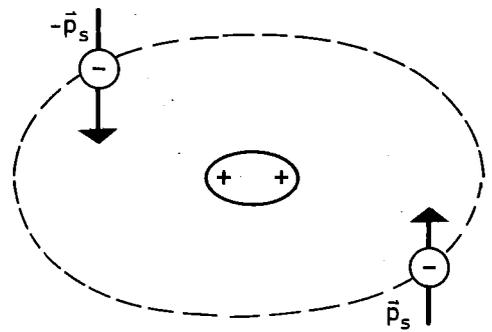
mleno gibanje atomov dovolj intenzivno, da pre-  
vreda nad kvantnimi silami, ki usmerjajo atomske  
magnetne momente; magnetne domene se poru-  
šijo in feromagnetna snov se spremeni v para-  
magnetno. To se v železu zgodi pri temperaturi  
770°C, v kobaltu pri 1130°C, v niklju pri 356°C in  
v gadoliniju celo že pri 20°C.

Značilnosti feromagnetne snovi se zlasti poka-  
žejo, če snov položimo v magnetno polje.  
Recimo, da notranjost dolge tuljave napolnimo  
s feromagnetno snovjo. Tok  $I$  skozi ovoje tuljave  
enakomerno povečujemo od nič navzgor, tako da  
jakost magnetnega polja ( $H = nI/b$ ) na območju  
feromagnetne snovi enakomerno narašča. Mag-  
netne domene, katerih atomski magnetni  
momenti so slučajno usmerjeni vzdolž tokovnic  
zunanjega magnetnega polja, imajo minimum  
magnetne potencialne energije (gl. 3.38) in so  
zato v stabilnem ravnovesnem stanju. Sosednje  
magnetne domene z drugače usmerjenimi mag-  
netnimi momenti pa so zaradi večje magnetne  
potencialne energije nestabilne. Zunanje mag-  
netno polje zato favorizira rast pravilno usmerje-  
nih domen na račun neusmerjenih. Meje magne-  
tnih domen se premikajo tako, da ustrezno usmer-  
jene domene rastejo, neustrezno usmerjene pa  
se zmanjšujejo (slika 3.52). Posledica takega pre-  
mikanja je, da se magnetno polje na območju  
feromagnetne snovi močno ojačuje. Meje magne-  
tnih domen se ustavijo, ko zadenejo ob nepra-  
vilnosti kristalne zgradbe (v monokristalu, gl. I.  
del, str. 131) oziroma ob meje kristalnih zrn (v  
polikristalu). Ob nadaljnjem večanju jakosti mag-  
netnega polja se magnetna potencialna energija  
neustrezno usmerjenih kristalnih območij (zrn)  
poveča nad aktivacijsko energijo kristalnih  
nepravilnosti na mejah kristalnih zrn, tako da se  
meje porušijo in magnetni momenti zrn se  
v celoti zasukajo v smer tokovnic zunanjega mag-  
netnega polja. Če so vse magnetne domene  
usmerjene vzdolž tokovnic zunanjega polja,  
nastane stanje **nasičene namagnetnosti**; ferro-  
magnetna snov se povsem namagnetni. Na sliki  
3.53 je ilustrirana odvisnost magnetizacije ( $M$ )  
feromagnetne snovi od jakosti  $H$  magnetnega  
polja. V začetku, ko je magnetno polje še razme-  
roma šibko, magnetizacija strmo narašča (prevla-  
duje premikanje meja magnetnih domen). V moč-  
nem magnetnem polju pa ob jačanju polja le  
počasi narašča, pa še to skokovito (zaradi lom-  
ljenja meja med kristalnimi zrci). Pri nasi-  
čeni namagnetnosti se magnetizacija ustali  
( $M = M_{nas}$ ) in več ne narašča (postane neodvisna

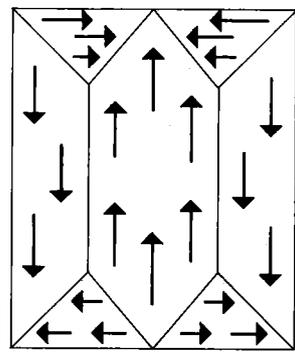
menah je magnetne  
nosti vseh atomskih  
nočno. Toda ker so  
različne domene raz-  
magnetni učinek navz-  
magnetne domene so  
poziramo z mikrosko-  
no snovi potresemo  
se usmerijo vzdolž  
magnetnih polj, kar omo-

o kristalno strukturo  
o, kobalt, nikelj, raz-  
17% Fe, 5% Cu, 2%  
Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), litina perma-  
dkih zemelj pa npr.  
magnetne le v trdnem  
e izgubijo feromag-  
domene izginejo) in

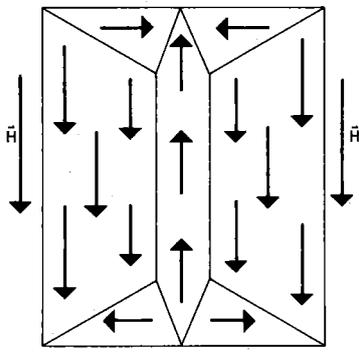
n izgine, če snov  
temperaturi je ter-



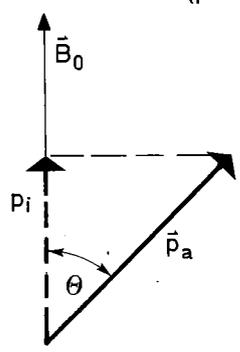
slika 3.49



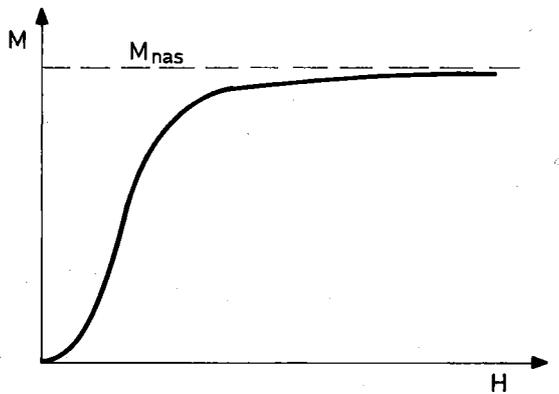
slika 3.51



slika 3.52



slika 3.50



slika 3.53

od  $H$ ). Vidimo, da magnetizacija  $M$  feromagnetne snovi ni preprosto linearno odvisna od jakosti  $H$  zunanega magnetnega polja, kot npr. velja za dia- in paramagnetne snovi. Zaradi tega tudi permeabilnost ( $\mu$ ) feromagnetne snovi ni konstantna, pač pa je močno odvisna od jakosti magnetnega polja (slika 3.54 za dinamo-železo). Iz enačbe 3.44 sledi:  $B = \mu_0(H + M) = \mu\mu_0H$  ter zato:

$$\mu = 1 + M/H$$

V začetku, ko je magnetno polje še razmeroma šibko ( $H$  npr. nekaj sto A/m), permeabilnost  $\mu$  zelo strmo naraste in doseže maksimalno vrednost okrog 4000, nato v močnejšem polju pojema in se pri zelo močnih magnetnih poljih ( $H$  npr. okrog MA/m) približa 1 (za  $H \gg M$  je  $\mu \rightarrow 1$ ). V tem območju magnetizacija feromagnetne snovi nič več zaznatno ne vpliva na magnetno polje. Zato je ni smiselno ustvarjati močnih magnetnih polj s pomočjo feromagnetnih snovi. Pač pa lahko magnetna polja z jakostjo nekaj sto A/m zelo ojačimo s feromagnetno snovjo, da dobimo polja z gostoto več Vs/m<sup>2</sup> (**elektromagnet**).

**Magnetna histereza.** Recimo, da sveže kristalizirano feromagnetno snov magnetimo v magnetnem polju dolge tuljave tako, da tok skozi ovoje tuljave povečujemo. Ko se jakost magnetnega polja ( $H$ ) povečuje od 0 navzgor do  $H_s$ , se gostota inducirane magnetnega polja ( $B_i$ ) zaradi magnetizacije  $M$  ( $B_i = \mu_0 M$ , gl. 3.43) povečuje po črtkani krivulji (a) na sliki 3.55. Pri  $H = H_s$  npr. dosežemo nasičeno namagneteno (gl. sliko 3.53). Če želimo snov razmagnetiti, zmanjšujemo tok skozi tuljavo, tako da se jakost polja  $H$  postopoma zmanjšuje od  $H_s$  do 0. Pričakujemo, da se bodo magnetne domene v šibkejšem magnetnem polju dezorientirale in da se bo magnetizacija med razmagnetovanjem zmanjševala po enaki krivulji (a), kot se je prej povečevala. Vendar se to ne zgodi. Snov se manj razmagnetuje, kot se je prej magnetila. Gostota inducirane magnetnega polja ( $B_i$ ) se med razmagnetanjem zmanjšuje po zvečeni krivulji (b na sliki 3.55), ki je nekoliko višja od prvotne magnetilne krivulje (a). Razlog temu je neobrnljivost sprememb ob prehodu kristalnih nepravilnosti med magnetenjem. Tudi ko ni več zunanega magnetnega polja ( $H = 0$ ), ki bi usmerjalo magnetne domene, ostane snov še delno namagnetena. Ta preostali magnetizem se imenuje **remanentni magnetizem**; ustreza mu gostota magnetnega polja  $B_r$  (glej tabelo na koncu knjige).

Remanentni magnetizem oslabimo, če pošljemo tok skozi tuljavo v obratni smeri. Ko nasprotni tok povečujemo od nič navzgor, se inducirana gostota magnetnega polja najprej zmanjšuje od  $B_r$  do 0 (po krivulji c). Jakost magnetnega polja ( $H_c$ ), pri kateri se remanentni magnetizem izniči, se imenuje **koercitivnost** feromagnetne snovi; je merilo za odpornost oz. trajnost nastalega remanentnega magnetizma. Nato se snov magneti v skladu z novo smerjo tokovnic zunanega magnetnega polja (krivulja d na sliki 3.55); pri  $H = -H_s$  je povsem namagnetena v nasprotni

smeri. Ponovna sprememba smeri toka pripada po spodnji krivulji (e) skozi nasprotni remanentni magnetizem ( $-B_r$ ) do prvotne nasičene namagnetnosti. Tako popisana zaključena krivulja spreminjanja gostote inducirane magnetnega polja  $B_i$  (to je magnetizacije  $M$ ) z jakostjo polja  $H$  med magnetenjem in razmagnetanjem feromagnetne snovi, se imenuje **histerezna zanka** feromagnetne snovi. S pojmom histereza označujemo pojav, da pri obratnem prehodu mogoče povsem izničiti spremembo, ki so nastale med prvotnim prehodom. Zaradi histereze nikoli več ne moremo doseči prvotne (deviške) magnetilne krivulje (a na sliki 3.55). Podobne histerezne pojave opazimo pri plastični deformaciji snovi (gl. I. del, str. 144).

Kasneje (str. 144) bomo s pomočjo indukcije enostavno dokazali, da **ploščina histerezne zanke predstavlja delo, ki se potroši za magnetenje razmagnetanje enote prostornine snovi** (J/m<sup>3</sup>). Na tem mestu lahko to trditev dokažemo z miselnim poskusom:

Mislimo si, da skozi tuljavo teče stalen maksimalen magnetilni tok, za katerega je  $H = H_s$ . Feromagnetno snov npr. magnetimo tako, da jo v veliki oddaljenosti približamo tuljavi vzdolž njene osi. Med približevanjem (ker prihajamo v vedno močnejše magnetno polje) se v snovi inducira vedno večja magnetizacija  $M$  (to je inducirani magnetni moment v enoti prostornine snovi). Ker snov prihaja v močnejše magnetno polje, deluje nanjo magnetna sila nehomogenega magnetnega polja (gl. 3.39):  $F_m = M\mu_0 dH/dz$  (enoto prostornine snovi), kjer je  $dH$  sprememba jakosti magnetnega polja ob premiku za vzdolž osi tuljave. Ob tem premiku opravi sila delo:

$$dA = F_m dz = M\mu_0 dH = B_i dH \quad (\text{gl. 3.43}) \quad (3.55)$$

Med približevanjem tuljavi se kinetična energija snovi povečuje (ker sila  $F_m$  opravlja pozitivno delo  $dA$ , vpliv teže zanemarimo oz. eliminiramo) in telo švigne skozi tuljavo, na drugi strani pa se počemajote oddaljuje od nje. Zaradi histereze snov ustavi na manjši oddaljenosti od tuljave, od koder smo jo bili v začetku spustili. Z dodatno silo opravimo nekaj dela in potegnemo telo proč od tuljave do mesta, kjer se  $H$  zmanjša na nič. Nato spremenimo smer toka v tuljavi in ji s ponovnim dodatnim delom približamo telo (zaradi remanentnega magnetizma se telo odbija proč od močnejšega magnetnega polja, ki ima zdaj nasprotno smer kot remanentni magnetizem) do oddaljenosti, kjer se remanentni magnetizem izniči. Od tam se nato telo samo začne pospešeno približevati tuljavi, pri čemer se magnetizem v skladu z novo smerjo tokovnic. Na koncu ugotovimo, da lahko telo pripeljemo do izhodišča, če uporabimo dodatno delo, ki je v celoti (na enoto prostornine snovi) enako ploščini histerezne zanke.

Različne feromagnetne snovi se razlikujejo predvsem v obliki histerezne zanke, od katere je

odvisna njihova koercitivnost, a na sliki 3.56 feromagnetne snovi (npr. meagnetizacija) nastjo (zanka) feromagnetne snovi (npr. je) se uporabljajo in elektromotrično stalno magneti imeti ozko histerezo, da so histerezna zanka stem magnetne

**Trajni (perma) magnetne snovi** magnetnem polju v svoji okolici inducirajo (polje), čim večji je tok zem  $B_r$ . Velika trajnost oz. odpornost (toplotni

Z remanentni magnetizacijo  $M$  enoto prosto

$$B_r = \mu_0 M$$

Magnetno polje podobno polju z Amperovimi tokovnicami inducira ob (slika 101). Torej namagnetna sila homogenega magnetnega polja ob ustju mag



a smeri toka pripe  
nasprotni remanen  
tne nasičene nama  
zaključena krivul  
ciranega magnetne  
e  $M$ ) z jakostjo po  
azmagnetenjem fe  
je **histerezna zan**  
mom histereza oz  
pratnem prehodu  
ememb, ki so nast  
zaradi histereze nik  
otne (deviške) mag  
. Podobne histerez  
čni deformaciji sn

omočjo indukcije e  
**na histerezne zan**  
**ošči za magnetenje**  
**stornine snovi** (J/m  
ev dokažemo z mis

teče stalen maksim  
rega je  $H = H_s$ . Fe  
retimo tako, da jo  
žamo tuljavi vzd  
vanjem (ker prih  
no polje) se v sn  
etizacija  $M$  (to je ind  
v enoti prostorni  
močnejše magnet  
a sila nehomogene  
):  $F_m = M\mu_0 dH/dz$   
ker je  $dH$  spremem  
ob premiku za  
premiku opravi sila

$H$  (gl. 3.43) (3.5  
se kinetična energ  
 $F_m$  opravlja pozitiv  
rimo oz. eliminiram  
na drugi strani pa s  
e. Zaradi histereze s  
ti od tuljave, od koda  
astili. Z dodatno sil  
egnemo telo proč o  
zmanjša na nič. Nat  
ljavi in ji s ponovni  
o telo (zaradi rema  
telo odbija proč o  
polja, ki ima zda  
entni magnetizem) d  
anentni magnetizem  
o samo začne pospe  
ri čemer se magnet  
ovnic. Na koncu ugo  
jemo do izhodišča, če  
i je v celoti (na enot  
ploščini histerezne

vi se razlikujejo pred  
zanke, od katere je

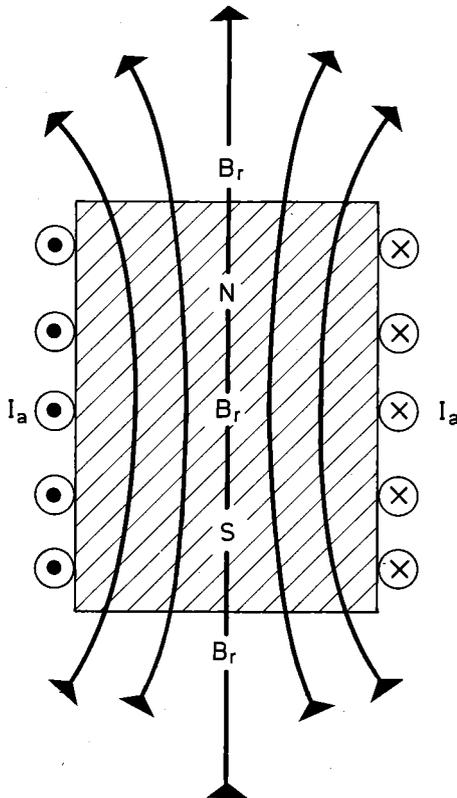
odvisna njihova uporabnost. Snovi z majhno koercitivnostjo (npr. manjšo od 200 A/m, zanka a na sliki 3.56) se imenujejo **mehke magnetne snovi** (npr. mehko železo), tiste z veliko koercitivnostjo (zanka b na sliki 3.56) pa **trde magnetne snovi** (npr. jeklo, litine). Feromagnetne snovi, ki se uporabljajo v transformatorjih, v generatorjih in elektromotorjih na izmenični tok (v katerih se stalno magnetijo in razmagnetujejo), morajo imeti ozko histerezno zanko s čim manjšo površino, da so histerezne energijske izgube ob pogostem magnetenju in razmagnetenju čim manjše.

**Trajni (permanentni) magnet** naredimo iz trde magnetne snovi, ki jo namagnetimo v močnem magnetnem polju. Magnet je tem močnejši (v svoji okolici ustvarja tem močnejše magnetno polje), čim večji je njegov remanentni magnetizem  $B_r$ . Velika koercitivnost ( $H_c$ ) pa zagotavlja trajnost oz. odpornost magneta proti raznim vplivom (toplotnim, mehanskim).

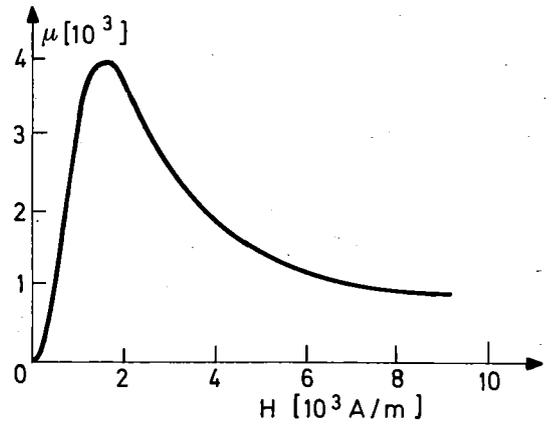
Z remanentnim magnetizmom  $B_r$  izrazimo magnetizacijo  $M$  magneta, to je magnetni moment na enoto prostornine magneta:

$$B_r = \mu_0 M$$

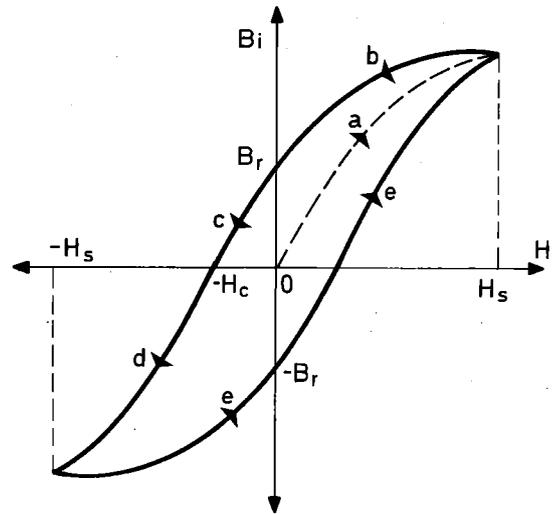
Magnetno polje v neposredni okolici magneta je podobno polju, kakršnega ustvarja kratka tuljava z Amperovim tokom ( $I_a$ ), ki se z magnetizacijo inducira ob zunanem plašču magneta (gl. str. 101). Torej nam  $B_r$  tudi pove gostoto bolj ali manj homogenega magnetnega polja v notranjosti oz. ob ustju magneta (slika 3.57).



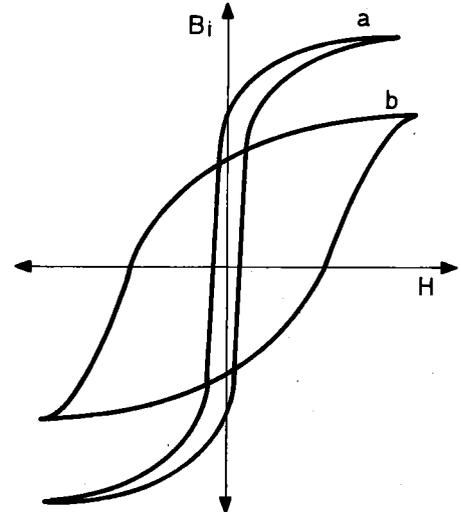
slika 3.57



slika 3.54



slika 3.55



slika 3.56

Mesto ob ustju magneta, kjer tokovnice izstopajo, se imenuje **severni pol (N) magneta**; kjer tokovnice vstopajo vanj, pa **južni pol (S) magneta**. Če je namreč magnet prost in nanj učinkuje le zemeljsko magnetno polje, se usmeri vzdolž tokovnic, tako da severni pol N kaže smer severa. Magnet v obliki puščice, ki je podprt v težišču, tako da se lahko prosto vrti v vodoravni ravnini, se imenuje **magnetnica** (ali **magnetna igla**); severni pol N je na konici puščice. Z magnetnico lahko enostavno raziščemo potek tokovnic neznanega magnetnega polja. Smer puščice v ravnovesni legi (ko se nihanje puščic umiri) kaže smer tokovnic, frekvenca nihanja magnetnice okrog te ravnovesne smeri pa je merilo za gostoto magnetnega polja na mestu puščice.

### Primer:

**Nihanje magnetnice.** Magnetnica z magnetnim momentom  $p_m$  ( $= MV$ ,  $M$  = magnetizacija magnetnice,  $V$  = njen volumen) niha v magnetnem polju podobno kot tuljavica z magnetnim momentom  $p_m = nIS$ . Na strani 96 (primer 3) smo določili nihajni čas nihajoče tuljavice (3.31a):

$$t_0 = 2\pi(J/nISB)^{1/2} = 2\pi(J/p_m B)^{1/2}$$

Magnetni moment  $p_m$  magnetnice najlažje določimo, če izmerimo nihajni čas magnetnice ( $t_0$ ) v znanem magnetnem polju;

$$p_m = J(2\pi/t_0)^2/B$$

Magnetnica z maso 10 g in dolžino 5 cm ima vztrajnostni moment  $J = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$ . V magnetnem polju  $B = 0,1 \text{ Vs/m}^2$  niha z nihajnim časom  $t_0 = 0,1 \text{ s}$ . Njen magnetni moment torej znaša:

$$p_m = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2 (2\pi/0,1 \text{ s})^2 / (0,1 \text{ Vsm}^{-2}) = 0,01 \text{ Am}^2$$

Ker je volumen te magnetnice (npr. železo z gostoto  $7,8 \text{ g/cm}^3$ ) okrog  $1,3 \text{ cm}^3$ , znaša njena magnetizacija  $M = p_m/V = 7700 \text{ A/m}$ , čemur ustreza remanentni magnetizem  $B_r = \mu_0 M = 0,01 \text{ Vs/m}^2$ .

**Curiejeva temperatura.** Kakor smo že na začetku poglavja o feromagnetizmu (str. 100) omenili, izgube feromagnetne snovi pri višjih temperaturah feromagnetne lastnosti in postanejo paramagnetne. Ta prehod se med segrevanjem zgodi pri temperaturi  $T_c$ , ki se imenuje **Curiejeva temperatura feromagnetne snovi**. Permeabilnost ( $\mu$ ) feromagnetne snovi se pri temperaturi  $T_c$  zmanjša skoraj na 1 (slika 3.58). Curiejeva temperatura za železo je pri  $770^\circ\text{C}$ , za kobalt pri  $1130^\circ\text{C}$ , za nikelj pa pri  $356^\circ\text{C}$  (vrednosti so močno odvisne od nečistoč in primesi). Nekatere litine imajo  $T_c$  pod sobnimi temperaturami, npr. krom-

nikljevo jeklo (18% Cr, 8% Ni, drugo Fe, nemagnetno jeklo).

Pri Curiejevi temperaturi se zaradi intenzivne termičnega gibanja atomov porušijo magnetne domene feromagnetne snovi (elektronski spini v posamičnih domenah prenehajo biti usmerjeni vzporedno). Vendar se pri tem prehodu kristalna zgradba snovi ne poruši, spremeni se le kristalografska simetrija (iz  $\alpha$ -železa npr. nastane  $\gamma$ -železo). Ob tem se spremenijo tudi nekatere druge lastnosti snovi, npr. specifična toplota, toplotna prevodnost in koeficient temperaturnega raztezanja. Takšne spremembe se imenujejo **spremembe drugega reda**, v nasprotju s **spremembami prvega reda**, pri katerih se spremeni agregatno stanje snovi (npr. taljenje, vrenje, sublimacija idr.) in ki so povezane s spremembami notranje energije snovi in entropije.

**Giromagnetni efekt.** Ko se feromagnetna snov v močnem magnetnem polju namagnetni do nasičenosti, se vse njene magnetne domene usmerijo v smer tokovnic zunanega magnetnega polja. Usmerijo se tudi elektronski spini in njihove vrtilne količine se seštejejo. Vendar se zaradi tega ne sme spremeniti vrtilna količina snovi (je nič, ker se snov ne vrti). Zato se snov namagnetizaciji zavrti tako, da se kompenzira vrtilna količina usmerjenih elektronskih spinov. Na sliki 3.59a je skicirana palica iz feromagnetne snovi, ki je v notranjosti dolge tuljave, viseč na tenki nitki v smeri navpičnih tokovnic. Skozi tuljavo teče dovolj močan tok, da je palica povsem namagnetena, npr. v smeri navzdol. Če spremenimo smer toka (slika 3.59b), se palica namagnetni v nasprotni smeri (navzgor), s čimer se v njeni notranjosti spremeni vrtilna količina (pojavi se vrtilna količina elektronskih spinov v smeri navzdol, ker so elektroni negativni), pa se zato palica zavrti v desno (njena vrtilna količina se usmeri navzgor, da kompenzira vrtilno količino elektronskih spinov). Podoben pojav poznamo iz mehanike (I. del, str. 81). Sedimo npr. na vrtljivem stolu in držimo v rokah vrteče se kolo z vrtilno osjo v navpični smeri. Če os kolesa nenadoma zasukamo za  $180^\circ$ , se obenem tudi sami s stolom vred zasukamo v nasprotni smeri, da se vrtilna količina celotnega sistema ohrani.

Možen je tudi obraten pojav, da s hitrim vrtenjem feromagnetno snov namagnetimo.

### Antiferomagnetizem in feromagnetizem

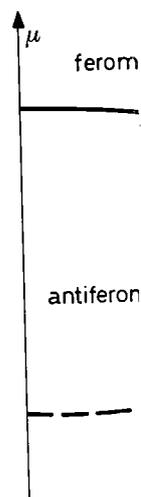
V feromagnetni snovi obstajajo magnetne domene (če je le temperatura nižja od Curiejeve), v katerih so sosednji atomski magnetni momenti enako usmerjeni. Poznamo pa tudi snovi (t.i. **antiferomagnetne snovi**, npr.  $\text{MnO}$ ,  $\text{MnS}$ ,  $\text{NiCr}$ ,  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ,  $\text{FeO}$  idr.), v katerih so atomski magnetni momenti usmerjeni paroma v nasprotnih smereh. Na sliki 3.60 je ravninska shema kristala manganevega oksida ( $\text{MnO}$ , kubična kristalna mreža). Prazni krogci predstavljajo kisikove atome (ki nimajo magnetnega momenta), črni krogci pa

atome mangana usmerjeni ali v paroma komper

Če v mislih povzamemo atomskih magnetnih mrežo, vidimo, da feromagnetne domene dveh kristalnih domen, katerih magnetni momenti so usmerjeni v eno smer, ki se na Curiejevi temperaturi (Zatorej se antiferomagnetizem pri antiferomagnetnih prehodih drugega reda domene z antiferomagnetnih momentov je ta temperatura  $-108^\circ\text{C}$ ,  $\text{FeO}$  je feromagnetna nad Curiejevo temperaturo pa se bistveno temperatura zmanjša magnetne snovi močno naraste, čeprav točno neodvisno od temperature. Na sliki 3.61 je prikazana krivulja magnetne snovi pri nizkih temperaturah magnetne snovi.

Tudi pri antiferomagnetnih prehodih drugega reda domene z antiferomagnetnih momentov je ta temperatura  $-108^\circ\text{C}$ ,  $\text{FeO}$  je feromagnetna nad Curiejevo temperaturo pa se bistveno temperatura zmanjša magnetne snovi močno naraste, čeprav točno neodvisno od temperature. Na sliki 3.61 je prikazana krivulja magnetne snovi pri nizkih temperaturah magnetne snovi.

Mislimo si, da se snovi nadome magnetnih momentov snovi, npr. atome, ki so usmerjeni v eno smer, ki se imenuje **Majhni črni momenti**, ki sestavljajo elementarni magnetni moment (netno) z atomskimi momenti usmerjenimi v levo in desno smer, katerih atomski



Ni, drugo Fe, t

aradi intenzivnega

orušijo magnetne

(elektronski spin

najo biti usmerjeni

prehodu kristalna

neni se le kristalo

npr. nastane p

di nekatere druge

a toplota, toplotna

emperturnega raz

imenujejo spre

rotju s spremem

se spremeni agre

e, vrenje, sublima

remembami notra

romagnetna snov

amagneti do nast

domene usmerije

magnetnega polja

spini in njihove

Vendar se zaradi

količina snovi (k

Zato se snov ob

se kompenzira

elektronskih spinov

a iz feromagnetne

tuljave, viseč na

tokovnic. Skozi

ok, da je palica

meri navzdol. Če

3.59 b), se palica

navzgor), s čimer

ni vrtilna količina

elektronskih spinov

i negativni), pa se

a vrtilna količina

nzira vrtilno koli-

oben pojav poz-

). Sedimo npr. na

ah vrteče se kolo

ri. Če os kolesa

se obenem tudi

nasprotni smeri,

sistema ohrani.

s hitrim vrtenjem

no.

netizem

ajajo magnetne

ža od Curiejeve),

magnetni momenti

di snovi (t.i. anti-

nO, MnS, NiCr,

omski magnetni

sprotnih smereh.

kristala mangan-

kristalna mreža).

ikove atome (ki

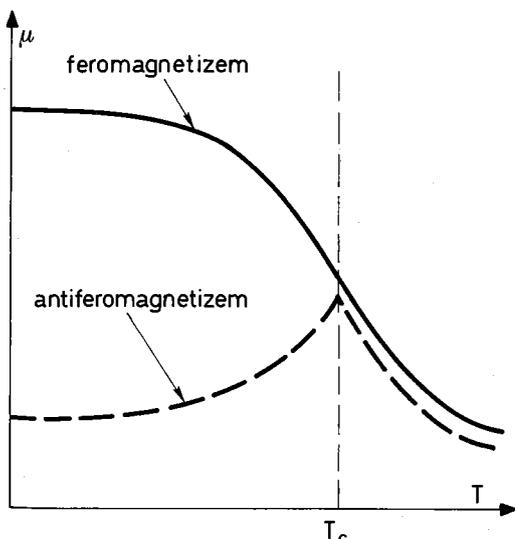
črni krogci pa

atome mangana. Njigovi magnetni momenti so usmerjeni ali v desno ali v levo, tako da se paroma kompenzirajo.

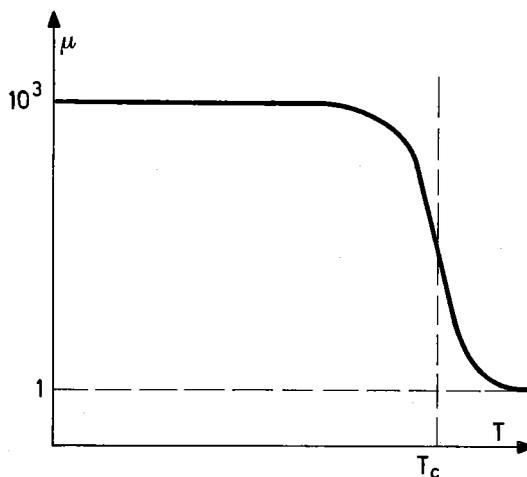
Če v mislih povežemo atome Mn z enako smerjo atomskih magnetnih momentov v kristalno podrežo, vidimo, da je celotna kristalna mreža antiferomagnetne snovi pravzaprav sestavljena iz dveh kristalnih podrež feromagnetne snovi, katerih magnetne domene so nasprotno usmerjene, ki se navzven magnetno kompenzirata. Zatorej se antiferomagnetna snov (pri nizkih temperaturah) navzven kaže kot diamagnetna.

Tudi pri antiferomagnetni snovi (podobno kot pri feromagnetni) obstaja Curiejeva temperatura prehoda drugega reda, nad katero magnetne domene z antiparalelno usmeritvijo atomskih magnetnih momentov niso več obstojne. Za MnO je ta temperatura pri  $122\text{K} = -151^\circ\text{C}$ , za MnS pri  $-108^\circ\text{C}$ , FeO pri  $-75^\circ\text{C}$  in za  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  pri  $+38^\circ\text{C}$ . Feromagnetna in antiferomagnetna snov imata nad Curiejevo temperaturo podobne lastnosti kot običajna paramagnetna snov, pod to temperaturo pa se bistveno razlikujeta (slika 3.61). Če se temperatura zniža pod  $T_c$ , permeabilnost feromagnetne snovi (v danem magnetnem polju) močno naraste in je pri nizkih temperaturah praktično neodvisna od temperature (zvlečena krivulja na sliki 3.61). Permeabilnost antiferomagnetne snovi pa med ohlajevanjem monotonno pada (črtkana krivulja na sliki 3.61) in se pri ekstremno nizkih temperaturah približa vrednosti za diamagnetne snovi.

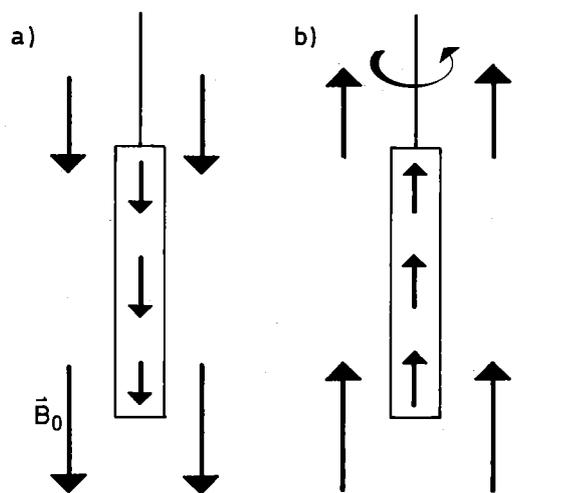
Mislimo si, da v kristalni mreži antiferomagnetne snovi nadomestimo atome z eno smerjo atomskih magnetnih momentov z atomi druge podobne snovi, npr. atome Mn z atomi Fe, ki imajo drugačen atomski magnetni moment (slika 3.62). Majhni črni krogci predstavljajo atome Fe, ki sestavljajo eno kristalno podrežo (feromagnetno) z atomskimi magnetnimi momenti usmerjenimi v levo. Veliki črni krogci pa atome Mn, katerih atomski magnetni momenti so nasprotno



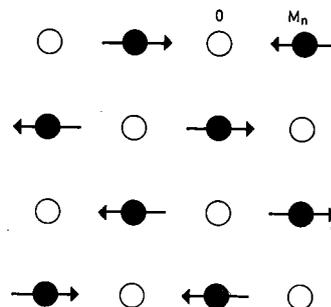
slika 3.61



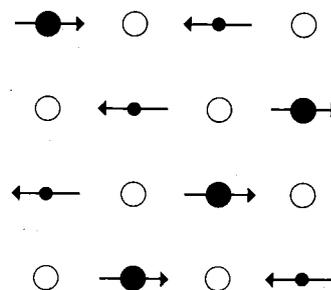
slika 3.58



slika 3.59



slika 3.60



slika 3.62

usmerjeni. Ker se magnetni momenti železovih in manganovih atomov razlikujejo, se tako dobljena snov navzven magneti podobno kot feromagnetna snov, le njena magnetizacija je manjša in je močno odvisna od sestave snovi. Takšna snov se imenuje **ferimagnetna snov** ali **ferit**.

Ferit npr. dobimo, če sintramo fino mešanico prahu železovega ferioksida ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) in oksida drugih kovin (npr. mangana, niklja, kroma, cinka, bakra, litija). Odvisno od kemične sestave in od postopka sintranja dobimo ferite z različnimi magnetnimi lastnostmi (npr. z majhno ali veliko koercitivnostjo, različnim remanentnim magnetizmom, različno obliko histerezne krivulje). Feriti s skoraj pravokotno histerezno krivuljo se npr. uporabljajo kot spominski elementi v računalniških sistemih, za zapis zvoka (magnetni trak) idr. Pomembno je, da imajo feriti razmeroma veliko specifično električno upornost (npr. do  $10^4 \Omega\text{m}$ ), zato so primerni kot magnetna jedra za visokofrekvenčna izmenična magnetna polja, saj so energijske izgube zaradi induciranih vrtilnih tokov (gl. str. 122) veliko manjše kot npr. v železu (katerega specifična električna upornost je npr. okrog  $10^{-7} \Omega\text{m}$ ).

### Magnetostrikcija

Z magnetenjem feromagnetne snovi se elektronski spini usmerijo, zaradi česar se spremeni notranja energija kristalne mreže. Atomi se zato nekoliko prerazporedijo, pri čemer se njihova medsebojna oddaljenost v splošnem nekoliko poveča ali zmanjša (odvisno od vrste snovi). Z magnetenjem se torej v splošnem spremeni dolžina feromagnetne snovi. Relativna sprememba dolžine feromagnetne palice (da/a) je odvisna od vrste snovi in od jakosti magnetnega polja (slika 3.62a). Železo se npr. v šibkem magnetnem polju razteguje, v močnem polju (H večji od  $1,6 \text{ kA/m}$ ) pa krči, približno za  $0,0015\%$ . Magnetostrikcijski efekt je najizrazitejši v niklju, izkoriščamo ga npr. za proizvodnjo ultrazvoka (gl. III. del, str. 42).

### Magnetni pretok

Magnetne tokovnice imajo v magnetnem polju podobno vlogo kot običajne tokovnice v hitrostnem polju gibajoče se tekočine (gl. I. del, str. 164). Kakor je hitrost  $\mathbf{v}$  na danem mestu tekočine tangenta na tokovnico, je magnetni vektor  $\mathbf{B}$  tangenta na magnetno tokovnico. Kakor več sosednjih tokovnic sestavlja tokovno cev, po kateri teče tekočina, si lahko mislimo, da tudi več sosednjih magnetnih tokovnic sestavlja **magnetno tokovno cev** (slika 3.63). Resda po magnetni tokovni cevi ne teče nikakršna magnetna tekočina, vendar nam takšna predstava precej olajšuje razumevanje pojavov v magnetnem polju. Mislimo si npr., da po magnetni tokovni cevi »teče« **magnetni fluks** (pretok)  $\Phi$ . Tega defi-

niramo podobno, kot vpeljemo volumenski tok  $= \int \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S}$  gibajoče se tekočine (gl. I. del, 7.25) podobno kot v električnem polju vpeljemo električni pretok (gl. str. 18). Rečemo, da skozi ploskev  $S$  »teče« magnetni pretok:

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (3.5)$$

Integriramo po ploskvi  $S$ .

V homogenem magnetnem polju (ravne in vzporedne tokovnice) se izraz za magnetni pretok skozi ravno ploskev, katere smer v prostoru podaja ploskovni vektor  $\mathbf{S}$  (slika 3.64), poenostavi:

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = BS \cos \varphi \quad (3.51)$$

$\varphi$  je kot med tokovnicami ( $\mathbf{B}$ ) in ploskovno normalo ( $\mathbf{S}$ ). Vidimo, da je pretok skozi dano ploskev  $S$  največji ( $= BS$ ), če je ploskev pravokotna na tokovnice, tako da jo tokovnice prebadajo v pravokotni smeri ( $\varphi = 0$ ). Pretok skozi ploskev je nič, če ploskev leži v ravnini tokovnic ( $\varphi = 90^\circ$ ), tako da je tokovnice ne prebadajo.

Pretok skozi ploskev  $S$  lahko ponazorimo s številom tokovnic, ki jo prebadajo. Negativen pretok pomeni, da tokovnice prebadajo ploskev v nasprotni smeri kot pri pozitivnem pretoku.

Iz enačbe (3.51 a) za  $\varphi = 0$  ( $\Phi = BS$ ) sledi, da je **magnetni vektor  $\mathbf{B}$  pravzaprav ploskovna gostota magnetnega pretoka**;

$$\mathbf{B} = \Phi / S \quad (3.51b)$$

Odtod tudi ime gostota magnetnega polja za vektor  $\mathbf{B}$ ; predstavlja gostoto tokovnic, to je število tokovnic na enoto pravokotne ploskve. (Spomnimo se, str. 98, da zgostitev tokovnic pomeni močnejše magnetno polje, to je večji  $B$ ).

Merska enota magnetnega pretoka je  $(\text{Vs/m}^2)\text{m}^2 = \text{Vs} = \text{Wb}$  (**weber**).

Glede na to, da so magnetne tokovnice v sebi zaključene črte, ki nimajo ne začetka ne konca (da torej v magnetnem polju ni ne izvorov ne ponorov), je **magnetni pretok skozi zaključeno ploskev nič**. Kolikor tokovnic vstopa v prostor, ki ga zaključena ploskev obdaja, toliko jih iz njega tudi izstopa (slika 3.65). Sledi:

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad \text{za zaključeno ploskev} \quad (3.52)$$

Ploskovni vektor  $d\mathbf{S}$  je usmerjen ven iz prostora, ki ga zaključena ploskev objema. Če enačbo (3.52) primerjamo z zakonom o električnem pretoku (gl. str. 18), lahko zaključimo, da v magnetnem polju ni »magnetnih nabojev«.

Iz enačbe (3.52) sledi pomembna ugotovitev, da je **magnetni pretok vzdolž dane tokovne cevi**

konstanten, da je za vsako tokovno cev enak. Na sliki 3.65 so prikazane dve ploskvi, ki jo sestavljata notranja ploskev  $S_1$  ter plašč tokovne cevi  $S_2$ . Ker je pretok skozi ploskvi enakega preseka plašča ne prebadajo, je pretok skozi rez  $S_1$  ( $= B_1 S_1$ ) enak pretoku skozi rez  $S_2$  ( $= B_2 S_2$ ), saj velja:

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -B_1 S_1 + B_2 S_2 = 0$$

$$B_1 S_1 = B_2 S_2$$

Manjšemu preseku tokovne cevi ( $S_1$ ) ustreja večja gostota tokovnic ( $B_1$ ) in obratno. Magnetno polje (večina) je torej enakoznačno. Čine (I. del, str. 166), čine vzdolž tokovne cevi ( $B_1 S_1 = B_2 S_2$ ).

### Primeri:

1. Določi magnetni pretok skozi tuljavo, ki ima 100 ovojev na cm in premer  $S = 10 \text{ cm}^2$ . Skozi ovoj teče tok  $I = 10 \text{ A}$ . Njegov magnetni pretok je enak  $\Phi = \mu_0 n I S$ . Njegov magnetni pretok je enak  $\Phi = \mu_0 n I S$ .

$$\begin{aligned} \Phi &= BS = \mu_0 n I S \\ &= 4000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \\ &= 0,5 \text{ Vs} = 0,5 \text{ Wb} \end{aligned}$$

Če v tuljavi ni feromagnetnega jedra, je magnetni pretok skozi tuljavo enak  $\Phi = \mu_0 n I S$ . Če v tuljavi ni feromagnetnega jedra, je magnetni pretok skozi tuljavo enak  $\Phi = \mu_0 n I S$ .

a)

b)

stanten, da je za vsak prečni prerez tokovne cevi enak. Na sliki (3.63) si mislimo zaključeno cev, ki jo sestavljajo prečna prereza  $S_1$  in  $S_2$  ter plašč tokovne cevi med tema prerezoma. Če je pretok skozi plašč cevi nič (tokovnice plašča ne prebadajo), mora biti pretok skozi presek  $S_1$  ( $= B_1 S_1$ ) enak pretoku skozi presek  $S_2$  ( $= B_2 S_2$ ), saj velja:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -B_1 S_1 + B_2 S_2 = 0 \quad \text{ali} \quad B_1 S_1 = B_2 S_2 \quad (3.53)$$

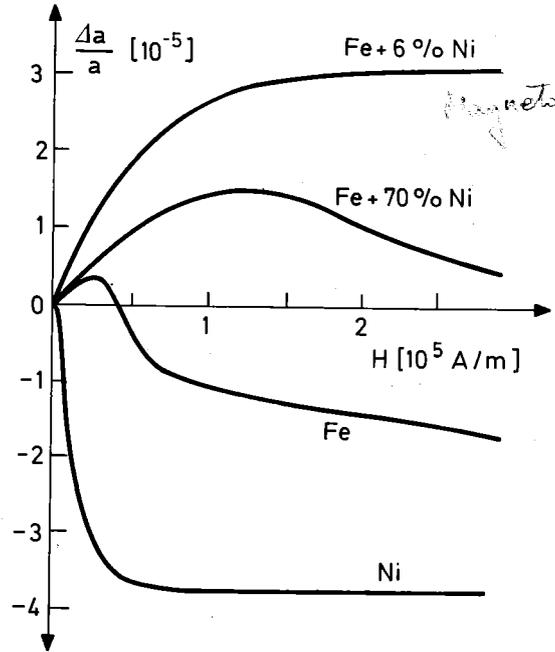
Manjšemu preseku tokovne cevi (to je večji gostoti tokovnic) torej zares ustreza močnejše magnetno polje (večji  $B$ ). Spomnimo se podobnega zaključka pri stacionarnem gibanju tekočine (I. del, str. 166), kjer je volumenski tok tekočine vzdolž tokovne cevi konstanten.

**Primeri:**

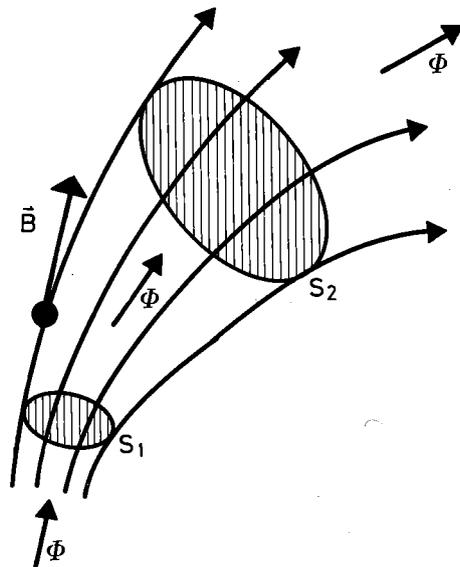
1. Določi magnetni pretok skozi dolgo tuljavo, ki ima 100 ovojev na cm dolžine in prečni presek  $S = 10 \text{ cm}^2$ . Skozi ovoje teče tok  $I = 10 \text{ A}$ , notranjost tuljave je napolnjena s feromagnetno snovjo s permeabilnostjo  $\mu = 4000$ .

$$\begin{aligned} \Phi &= BS = \mu \mu_0 I (n/b) S & (3.54) \\ &= 4000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{VsA}^{-1} \text{m}^{-1} \cdot 10 \text{ A} \cdot 10^{-4} \text{m}^{-2} \cdot 10^{-3} \text{m}^2 \\ &= 0,5 \text{ Vs} = 0,5 \text{ Wb} \end{aligned}$$

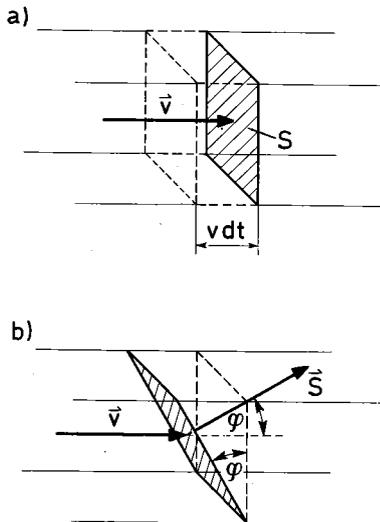
Če v tuljavi ni feromagnetne snovi, je magnetni pretok skozi jo kar  $\mu = 4000$ -krat manjši. Zadošten magnetni pretok torej dobimo le s pomočjo feromagnetne snovi.



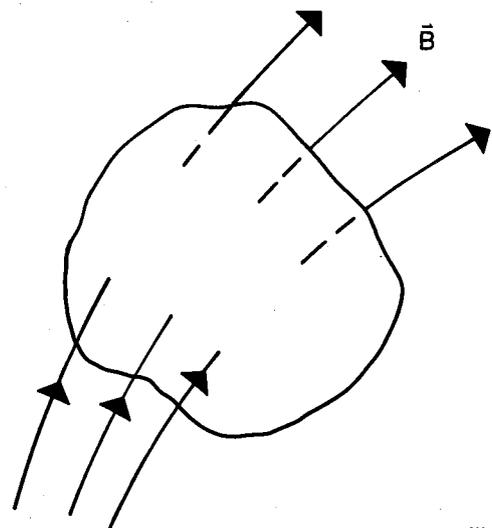
slika 3.62 a



slika 3.63



slika 3.64



slika 3.65

2. Poišči izraz za magnetni pretok skozi pravokotno zanko, ki jo krožne tokovnice iz okolice zelo dolgega ravnega vodnika prebadajo v pravokotni smeri (slika 3.66).

Gostota magnetnega polja na oddaljenosti  $r$  od dolgega ravnega vodnika je (gl. 3.10):

$$B = \mu_0 I / 2\pi r$$

Ker se  $B$  spreminja vzdolž zanke, razdelimo to na ozke vzporedne trakove in izračunamo diferencialne magnetne pretoke skozi posamezne trakove. Skozi trak s površino  $dS = cdr$  z oddaljenosti  $r$  od vodnika teče pretok  $d\Phi = BdS = (\mu_0 I / 2\pi r) cdr$ . Celoten pretok je:

$$\begin{aligned} \Phi &= \int d\Phi = (\mu_0 I c / 2\pi) \int_a^{a+b} (1/r) dr = \\ &= (\mu_0 I c / 2\pi) \ln(1 + b/a) \end{aligned}$$

Tolik magnetni pretok npr. »teče« skozi toroid s kvadratnim pesekom  $bc$ , ki obdaja raven vodnik (notranja stran toroida je za  $a$  oddaljena od vodnika).

3. Krožna zanka s polmerom  $R$  se vrti okrog diametralne osi, ki je pravokotna na tokovnice homogenega magnetnega polja z gostoto  $B$ , enakomerno s stalno frekvenco  $\nu$  (slika 3.67). Kako se magnetni pretok skozi zanko spreminja s časom?

V legi, ko normala zanke oklepa s tokovnicami kot  $\varphi$ , teče skozi zanko magnetni pretok (gl. 3.51 a):

$$\Phi = B\pi R^2 \cos\varphi$$

Zaradi enakomernega vrtenja zanke se kot  $\varphi$  spreminja s časom, npr. po enačbi:  $\varphi = \omega t = 2\pi\nu t$  in dobimo:

$$\Phi = \pi B R^2 \cos(2\pi\nu t) \quad (3.55)$$

### Magnetna upornost

V primeru 1. na strani 111 smo izpeljali izraz za magnetni pretok skozi dolgo tuljavo s feromagnetnim jedrom (gl. 3.54):

$$\Phi = \mu\mu_0 I (n/b) S$$

Magnetni pretok  $\Phi$  se ob izstopu iz tuljave razprši po vsem prostoru in se na spodnji strani spet zbere, tako da spodaj vstopa v tuljavo enak pretok  $\Phi$ , kot »teče« skozi tuljavo in kot zgoraj izstopa iz nje (slika 3.68). Razpršitvi pretoka se izognemo, če dolgo tuljavo zavijemo v **toroid** (slika 3.69). Tudi za pretok skozi toroidno tuljavo velja enak izraz (3.54) kot za dolgo ravno tuljavo, le dolžino tuljave (na katero je navitih  $n$  ovojev) nadomestimo s povprečnim obsegom toroida ( $b = 2\pi r$ ). Skozi vsak prečni prezek toroida teče enak pretok  $\Phi$ . V notranjosti toroida magnetno polje sicer ni povsem homogeno, vendar naj bo

preseki toroida dovolj majhen, da nehomogenost magnetnega polja ni pomembna. Magnetni tok  $\Phi$  skozi feromagnetno jedro toroida (3.69) lahko napišemo v obliki **Ohmovega zakona**:

$$\Phi = \frac{nI}{(b/\mu\mu_0 S)} = \frac{\text{magnetna napetost}}{\text{magnetna upornost}} \quad (3.60)$$

$nI$  je **magnetna napetost** vzdolž osi toroida (3.20), ki »poganja« magnetni pretok skozi toroid. Izraz v imenovalcu lahko imenujemo **magnetna upornost**  $R_m$ :

$$R_m = \frac{b}{\mu\mu_0 S} \quad (3.61)$$

Podoben Ohmov zakon, kakršnega poznamo pri električnem toku (gl. 2.5 na strani 39), smo uporabili tudi pri prevajanju toplotnega toka (gl. I. del, str. 202). Kakršenkoli pretok lahko izrazimo kot kvocient količine – napetosti, ki ta tok poganja, in količine – upornosti, ki prevajanje ovira. Vidimo, da je tudi magnetna upornost (podobno kot električna upornost, gl. 2.8, in podobno kot toplotna upornost, gl. I. del, 8.67) premo sorazmerna z dolžino in obratno sorazmerna s prečnim presekom. Količino  $\mu\mu_0$  lahko imenujemo **specifična magnetna prevodnost**, njeno obratno vrednost pa **specifična magnetna upornost** ( $\xi = 1/\mu\mu_0$ ).

Raztresenje magnetnih tokovnic (in s tem magnetnega pretoka) ob izstopu iz tuljave preprečimo tudi tako, da feromagnetno jedro iz tuljave podaljšamo, da se zaključí v t.i. **jarem** (slika 3.70). Ob izstopu iz tuljave se magnetni pretok  $\Phi$  razcepi na zrak in na feromagnetni (npr. železni) jarem, ki ju lahko obravnavamo kot vzporedno povezana magnetna prevodnika. Ker je magnetna prevodnost železnega jedra (predvsem zaradi velike permeabilnosti železa) velika v primerjavi s prevodnostjo zraka, prevzame jedro večino magnetnega pretoka (kot da bi železno jedro »posrkalo« vse magnetne tokovnice). Praktično celotni magnetni pretok  $\Phi$  se po izstopu iz tuljave usmeri skozi železni jarem (kot da bi ta bil nekakšna cev za magnetni pretok), ki ga nato vodi nazaj v tuljavo. Velikost pretoka izračunamo z enačbo (3.54), pri čemer je  $b$  povprečna dolžina celotnega železnega jarma.

Omenjeni pojav izkoriščamo za **magnetno zaščito**. Prostor, ki ga želimo zaščititi pred magnetnim poljem iz okolice (npr. merski instrumenti) obdamo s feromagnetno snovjo. Ta »posrka« magnetne tokovnice okolišnega polja in močno oslabi magnetno polje v notranjem prostoru.

Analogija z električnim tokom se izkaže koristno tudi pri zaporedni vezavi magnetnih prevodnikov. Recimo, da v železnem jedru na sliki 3.70 napravimo ozko prečno špranjo s širino  $d$ . Ob robovih špranje se magnetno polje sicer nekoliko raztresi, vendar lahko to nehomogenost zanemari-

mo, če je širina špranje mnogo manjša od njenim premerom. Recimo, da je magnetni tok  $\Phi$  enak, da ima enak pretok  $\Phi$  v jarmu.

Železni jarem in špranja sta redno zvezana magnetni prevodnik. Magnetna napetost  $nI$  poganja pretok  $\Phi$ .

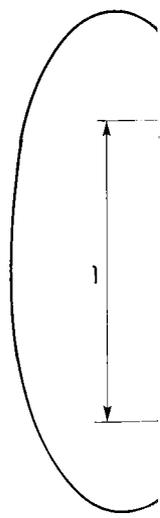
$$\Phi = nI / (R_j + R_s) =$$

Predpostavili smo, da je jarem v primerjavi z dolžino tuljave zelo majhen.

$$\Phi = \mu\mu_0 S n I / (b + d) \quad (3.62)$$

(zanemamo  $d$ )

Vidimo, da se magnetni pretok špranje v jarmu znatno poveča (kljub ozki špranji zaradi visoke permeabilnosti železa). Zaradi špranje ne moremo računati za enak faktor.



n, da nehomogeno  
 mbna. Magnetni p  
 jedro toroida (3  
**novoga zakona:**

na napetost  
 na upornost (3

dolž osi toroida  
 i pretok skozi toro  
 enujemo **magne**

tršnega poznamo  
 (strani 39), smo upo  
 tnega toka (gl. I. o  
 k lahko izrazimo  
 , ki ta tok poganja  
 ajanje ovira. Vidim  
 st (podobno kot el  
 odobno kot toplot  
 mo sorazmerna z o  
 s prečnim preseko  
 mo **specifična ma**  
 obratno vrednost  
**ost** ( $\xi = 1/\mu\mu_0$ ).

ovnic (in s tem ma  
 ou iz tuljave prep  
 netno jedro iz tulja  
 t.i. **jarem** (slika 3.70  
 magnetni pretok  $\Phi$  ra  
 gnetni (npr. želez  
 vamo kot vzporeda  
 nika. Ker je magnet  
 a (predvsem zara  
 a) velika v primerj  
 vzame jedro večin  
 da bi železno jedr  
 okovnice). Praktičn  
 e po izstopu iz tuljav  
 n (kot da bi ta b  
 pretok), ki ga nat  
 pretoka izračunam  
 b povprečna dolžin

o za **magnetno zaš**  
 aščititi pred magne  
 merski instrument  
 snovjo. Ta »posrka  
 nega polja in močn  
 ranjem prostoru.

m se izkaže koristn  
 gnetnih prevodnikov  
 u na sliki 3.70 napra  
 širino  $d$ . Ob robovit  
 e sicer nekoliko raz  
 omogenost zanema

mo, če je širina špranje majhna v primerjavi z njenim premerom ( $d^2 \ll S$ ). Lahko predpostavljamo, da je magnetno polje v špranji homogeno in da ima enak prečni presek ( $S$ ) kot v železnem jarmu.

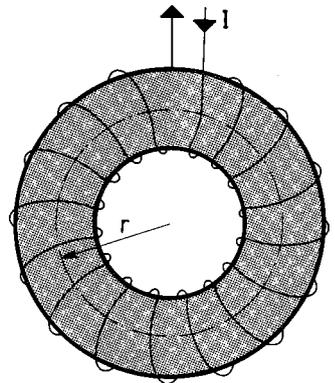
Železni jarem in špranjo obravnavamo kot zaporedno zvezana magnetna prevodnika. Magnetna napetost  $nI$  poganja skozi magnetni pretok:

$$\Phi = nI / (R_j + R) = nI / (b / \mu\mu_0 S + d / \mu_0 S) \quad (3.58)$$

Predpostavili smo, da je širina špranje majhna v primerjavi z dolžino jarma ( $d \ll b$ ).

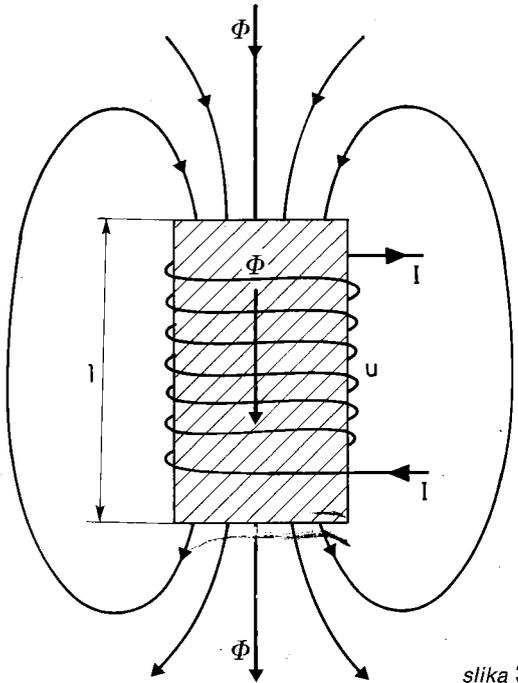
$$\Phi = \mu\mu_0 S nI / (b + \mu d) \quad (\text{zanemarimo remanentni magnetizem})$$

Vidimo, da se magnetni pretok skozi tuljavo zaradi špranje v jarmu zmanjša za faktor  $(1 + \mu d/b)$ , ki je kljub ozki špranji precejšen (zaradi velike permeabilnosti železa). Če želimo enak pretok (da se ta zaradi špranje ne zmanjša), moramo tok  $I$  povečati za enak faktor  $(1 + \mu d/b)$ .

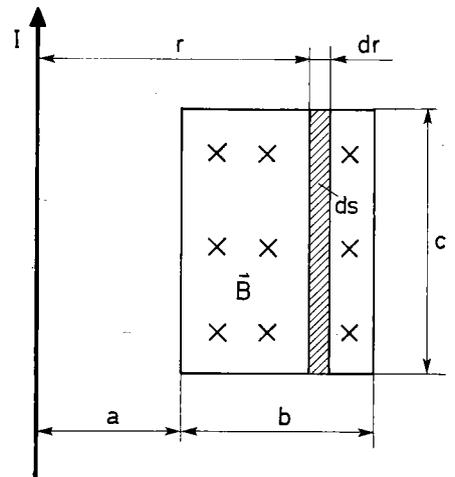


$$l = 2\pi r$$

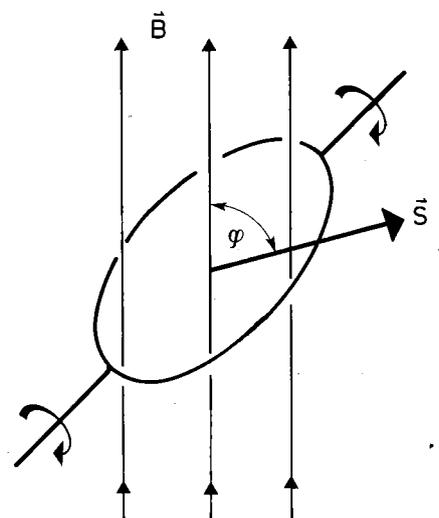
slika 3.69



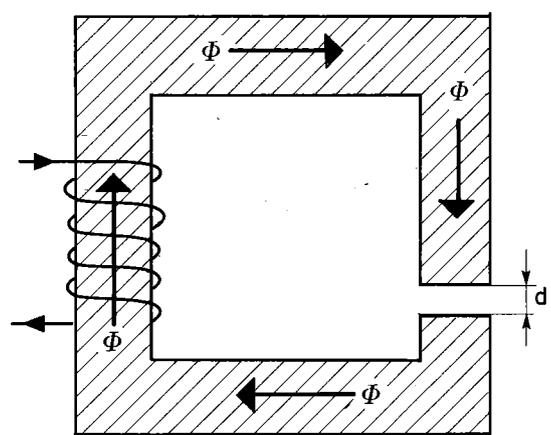
slika 3.68



slika 3.66



slika 3.67



slika 3.70

**Primer:**

Na železni jarem s povprečno dolžino  $b = 50$  cm in prečnim presekom  $S = 4$  cm<sup>2</sup> navijemo  $n = 200$  ovojev tokovne tuljave. Kolik tok ( $I$ ) mora teči skozi tuljavo, da je gostota magnetnega polja v tuljavi enaka  $B = 1$  Vs/m<sup>2</sup>? Povprečna permeabilnost železnega jarma je  $\mu = 5000$ . Kolik magnetni pretok teče skozi tuljavo?

$$I = Bb/(n\mu\mu_0) = 0,40 \text{ A}$$

$$\Phi = BS = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

V železnem jarmu napravimo  $d = 1$  mm široko špranjo. Kolik mora biti novi tok ( $I_1$ ) skozi tuljavo, da se  $B$  v tuljavi ne spremeni?

$$I_1 = I(1 + \mu d/b) = 4,4 \text{ A}$$

Zaradi 1 mm široke špranje moramo torej tok povečati kar 11 krat. Torej so špranje v železnem jarmu, četudi so ozke, zelo pomembne.

Špranja v železnem jarmu vpliva tudi na jakost magnetnega polja. Ker zanemarimo stresanje magnetnega polja na območju špranje, je gostota magnetnega polja v špranji enaka kot v železnem jarmu:  $B_s = B_j$ . Torej je jakost magnetnega polja v špranji ( $H_s = B_s/\mu_0$ ) za faktor  $\mu$  večja kot v železnem jarmu ( $H_j = B_j/\mu\mu_0$ ):

$$H_s = \mu H_j \quad (3.59)$$

(Povečanje jakosti polja ob nastanku špranje mora kriti dodaten tok skozi tuljavo, gl. zgornji primer.)

Enako zaključimo tudi s pomočjo zakona o magnetni napetosti (3.20). Prvotno, dokler v jarmu še ni špranje, velja:

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = H_j b = nI$$

Zaradi špranje moramo tok  $I$  povečati na  $I_1 = I(1 + \mu d/b)$ , tako da je nova magnetna napetost enaka:

$$H_j b + H_s d = nI_1 = nI(1 + \mu d/b) \quad (d \ll l)$$

Dobimo zgornji rezultat (3.59).

Da se magnetni pretok zaradi špranje ne zmanjša, moramo povečati tok (od  $I$  na  $I_1$ ), to je povečati moramo magnetno napetost (od  $nI$  na  $nI_1$ ). Dodatna magnetna napetost je potrebna za »potiskanje« magnetnega pretoka skozi špranjo (ki ima precejšno magnetno upornost). Lahko rečemo, da špranja prevzame precejšen del celotne magnetne napetosti.

Pri **elektromagnetu** (železno jedro, obdano s tokovno tuljavo) dobimo močno magnetno polje ob ustju tuljave, v neposredni bližini železnega jedra, kjer se tokovnice še ne raztresajo premočno.

101  
102  
103  
104  
105  
106  
107  
108  
109  
110  
111  
112  
113  
114  
115  
116  
117  
118  
119  
120

Mirujoči električni naboji ustvarjajo v prostoru električno polje ( $\mathbf{E}$ ). Pri gibajočih se nabojih pa poleg električnega polja pojavi tudi magnetno. Lahko rečemo, da gibajoči se viri električnega polja ustvarjajo magnetno polje. Recimo, da se v prostoru le električni tokovi, katerih porazdelitev po prostoru je stacionarna. Zaradi električne nevtralnosti tokovnih vodnikov električnega polja ni, obstaja le magnetno polje ( $\mathbf{B}$ ); njegova jakost je odvisna od velikosti tokov in od njihove porazdelitve po prostoru. Vprašanje je, kakšno je polje če porazdelitev električnih tokov ni stacionarna, če se npr. tokovni vodniki premikajo. Kakor so gibajoči se viri električnega polja vir magnetnega polja, pričakujemo, da so tudi gibajoči se viri magnetnega polja vir električnega polja. Videli bomo, da je res tako.

### Inducirano električno polje

Če se vir magnetnega polja (npr. tokovni vodnik ali magnet) giblje, je to enako, kot če stacionarno magnetno polje opazujemo iz gibajočega se koordinatnega sistema. Vprašanje je torej, kakšno polje registrira opazovalec iz gibajočega se (inercialnega) koordinatnega sistema (ki se giblje glede na stacionarno magnetno polje enakomerno s stalno hitrostjo  $\mathbf{v}_0$ )?

Spomnimo se (gl. I. del, str. 48), da so vsi inercialni koordinatni sistemi enakovredni. Ne glede na to, iz katerega inercialnega koordinatnega sistema opazujemo oziroma merimo, moramo dobiti enake sile oz. pospeške, ali v splošnem, enake fizikalne zakone.

Recimo, da iz mirujočega koordinatnega sistema (ki miruje glede na vire magnetnega polja  $\mathbf{B}$ ) merimo silo na električni delec z nabojem  $e$ , ki se giblje s hitrostjo  $\mathbf{v}$ . Dobimo znano magnetno silo  $\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  (gl. 3.7, slika 4.1). Opazovalec iz gibajočega se (inercialnega) koordinatnega sistema izmeri relativno hitrost delca:  $\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$  in bi zato (ako bi registriral le magnetno polje) izmeril drugačno silo, namreč silo  $\mathbf{F}' = e\mathbf{v}_r \times \mathbf{B} = e(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \times \mathbf{B} = \mathbf{F} - e\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}$ . To pa ni mogoče. Iz gibajočega se koordinatnega sistema torej ne vidimo enakega polja kot iz mirujočega sistema. Sklepamo, da gibajoči se opazovalec registrira poleg magnetnega polja (kakršnega pozna mirujoči opazovalec) še t.i. **inducirano električno polje** z jakostjo  $\mathbf{E}_i$ , ki učinkuje na električni delec z električno silo  $e\mathbf{E}_i$  (slika 4.2). Ta se prišteje magnetni sili  $\mathbf{F}'$ , tako da oba opazovalca registrirata enako silo:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}' + e\mathbf{E}_i = \mathbf{F} - e\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B} + e\mathbf{E}_i$$

Za jakost inducirane električnega polja tako dobimo izraz:

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B} \quad (4.1)$$

## IV. INDUKCIJA IN IZMENIČNI TOK

Inducirano električno polje, ki ga m... čega se koo... popiše učinek... električne del... npr. neposred... ima v gibajoč... povsem realer... silo in ga tudi... vsako drugo... da ima indu... pomen, kot i... v mehaniki (g... vpeljemo zato... zakone tudi v... mih. Ker newt... od hitrosti de... v neinercialni... sila pa je odvi... »vztrajnostno... v inercialnih k... enakomerno

### Indukcija pri

Recimo, da e... sredni bližini... polje stacion... ne učinkuje z... net giblje, n... tako da se m... polje ne učin... magnetnega... gibanja izvor... na delec, na... stavimo iz n... natnega siste... skupaj z mag... je magnetno... navzdol (s hi... magnetna si... slika 4.3 b). E... tudi v mirujo... sistemu. Ma... torej učinkuj... Pravimo, da... polja ( $\mathbf{E}_i$ ), ki... =  $e(-\mathbf{v}_i) \times \mathbf{B}$

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{B} \times \mathbf{v}_i$$

Vidimo, da i... se magnet... nejše pa je...  $\mathbf{B}$ . Poudarim... tričnega pol... gibanja mag... nega polja, inducirano... prostora v s

Podobne so... polja v ra... s časom. Na

stvarjajo v prostoru  
očih se nabojih pa  
javi tudi magnetno  
se viri električnega  
polje. Recimo, da  
vi, katerih porazdelitev  
na. Zaradi električnega  
ov električnega polja  
e (**B**); njegova jakost  
in od njihove porazdelitve  
e je, kakšno je polje  
okov ni stacionarno  
premikajo. Kakor  
polja vir magnetnega  
tudi gibajoči se viri  
ičnega polja. Vidimo

Inducirano električno polje je torej hipotetično polje, ki ga mora vpeljati opazovalec iz gibajočega sistema, da pravilno opiše učinek magnetnega polja na gibajoče se električne delce. Čeprav je to polje fiktivno (ni neposredno povezano z električnimi naboji), ima v gibajočem se koordinatnem sistemu povsem realen pomen, to je povzročča električno silo in ga tudi lahko izmerimo povsem enako kot v kakšno drugo »realno« električno polje. Vidimo, da ima inducirano električno polje podoben pomen, kot npr. vztrajnostna (sistemska) sila v mehaniki (gl. I. del, str. 48). Vztrajnostne sile vpeljemo zato, da lahko uporabimo Newtonove zakone tudi v neinercialnih koordinatnih sistemih. Ker newtonske sile mehanike niso odvisne od hitrosti delcev, nastopajo vztrajnostne sile le v neinercialnih koordinatnih sistemih. Magnetna sila pa je odvisna od hitrosti delcev, zato moramo »vztrajnostno magnetno polje« vpeljati tudi v inercialnih koordinatnih sistemih (ki se gibljejo enakomerno s stalno hitrostjo).

polje

(npr. tokovni vodnik, kot če stacionarno opazujemo iz gibajočega sistema) prašanje je torej: ali opazovalec iz gibajočega sistema (ki se giblje v magnetno polje  $\mathbf{E}$ )?

(48), da so vsi inercialni sistemi enakovredni. Ne glede na izbrani koordinatni sistem, ki ga uporabimo za merjenje, moramo upoštevati, ali v splošnem

koordinatnega sistema opazujemo magnetno polje. Če opazovalec z nabojem  $e$ , ki se giblje v magnetno polje  $\mathbf{B}$ , opazovalec (slika 4.1). Opazovalec v gibajočem koordinatnem sistemu (slika 4.2) opazovalec delca:  $\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ . Če opazovalec le magnetno polje opazovalec preč silo  $\mathbf{F}' = e(\mathbf{E} - \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B})$ . To pa opazovalec v koordinatnem sistemu opazovalec kot iz mirujočega sistema opazovalec opazovalec se opazovalec polja (kaksnega polja) še t.i. inducirano polje, ki učinkuje na električne delce, (slika 4.2). Ta sila je  $\mathbf{E}_i = -\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}$ .

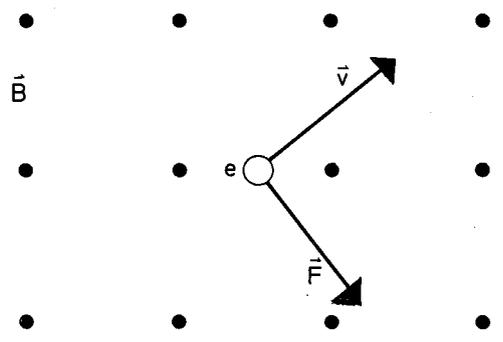
Indukcija pri gibanju virov magnetnega polja

Recimo, da delec z nabojem  $e$  miruje v neposredni bližini močnega magneta. Če je magnetno polje stacionarno (magnet npr. miruje), na delec ne učinkuje z magnetno silo. Kaj pa, če se magnet giblje, npr. navzgor s hitrostjo  $\mathbf{v}_1$  (slika 4.3 a), tako da se magnetno polje spreminja. Ali tudi to polje ne učinkuje na mirujoč delec? Spremembe magnetnega polja (na mestu naboja  $e$ ) zaradi gibanja izvora, in s tem povezano morebitno silo na delec, najenostavneje ugotovimo, če se prestavimo iz mirujočega laboratorijskega koordinatnega sistema v koordinatni sistem, ki se giblje skupaj z magnetom. V tem koordinatnem sistemu je magnetno polje stacionarno, delec pa se giblje navzdol (s hitrostjo  $-\mathbf{v}_1$ ). Torej na delec učinkuje magnetna sila  $e(-\mathbf{v}_1) \times \mathbf{B}$  (v smeri ven iz lista, slika 4.3 b). Enaka sila mora učinkovati na delec tudi v mirujočem laboratorijskem koordinatnem sistemu. Magnetno polje gibajočega se magneta torej učinkuje na mirujoč delec s silo  $e(-\mathbf{v}_1) \times \mathbf{B}$ . Pravimo, da je to sila inducirane električnega polja ( $\mathbf{E}_i$ ), ki nastane zaradi gibanja magneta:  $e\mathbf{E}_i = e(-\mathbf{v}_1) \times \mathbf{B}$ . Jakost tega polja je torej enaka:

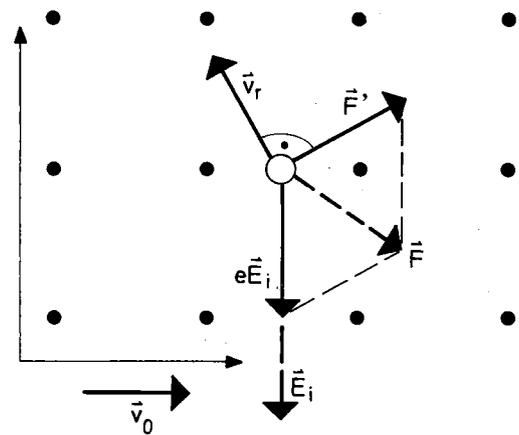
$$\mathbf{E}_i = \mathbf{B} \times \mathbf{v}_1$$

Vidimo, da inducirane električnega polja ni, če se magnet giblje v smeri tokovnice  $\mathbf{B}$ ; najmočnejše pa je, če je hitrost magneta pravokotna na  $\mathbf{B}$ . Poudarimo še, da so silnice inducirane električnega polja (smer  $\mathbf{E}_i$ ) pravokotne tako na smer gibanja magneta kot na smer tokovnic magnetnega polja, ki ga povzročča magnet. Zatorej je inducirano električno polje v različnih točkah prostora v splošnem različno (je nehomogeno).

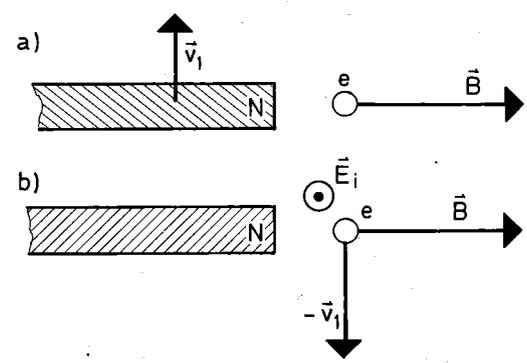
Podobne so razmere, če se gostota magnetnega polja v različnih točkah prostora spreminja s časom. Namesto magneta imamo npr. tuljavo in



slika 4.1



slika 4.2



slika 4.3

$\mathbf{E} + e\mathbf{E}_i$   
tričnega polja tako

(4.1)

spreminjamo tok skozi. Spremembe magnetnega polja ob ustju tuljave (in s tem povezano inducirano električno polje) so podobne kot pri gibajočem se viru magnetnega polja (le hitrost vira je treba povezati s časovnim odvodom magnetnega polja).

Poglejmo še, kakšno električno polje se inducira v notranjosti dolge tuljave, če se ta giblje s hitrostjo  $v_1$ . Če se giblje v lastni smeri (to je vzdolž tokovnic  $\mathbf{B}$ ), se električno polje ne inducira. Pač pa se to zgodi, če je npr. hitrost tuljave ( $v_1$ ) pravokotna na smer tokovnic (slika 4.4). Primerjava s sliko 4.3b pokaže, da so silnice inducirane električnega polja ( $\mathbf{E}_i$ ) usmerjene ven iz lista pravokotno na hitrost  $v_1$  tuljave in pravokotno na smer tokovnic  $\mathbf{B}$  v tuljavi), njegova jakost pa znaša  $E_i = v_1 B$ .

### Indukcija pri premikanju prevodnika v stacionarnem magnetnem polju

Palica z dolžino  $b$  se giblje v homogenem magnetnem polju ( $\mathbf{B}$ ) s hitrostjo  $v$  v smeri pravokotno na tokovnice (slika 4.5). Skupaj s palico se gibljejo s hitrostjo  $v$  tudi električni delci v palici. Zato se v njej inducira električno polje (glej slike 4.1,2)  $E_i = vB$  ali (gl. 4.1 za  $v_0 = v$ ):

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (4.2)$$

Na sliki 4.5 je usmerjeno navzgor. Takšno električno polje se v gibajoči se palici inducira ne glede na to, ali so električni delci v njej gibljivi ali ne (to je ali je palica prevodnik ali izolator). V prevodni palici se gibljivi električni delci zaradi inducirane električnega polja premaknejo: pozitivni delci v smeri  $\mathbf{E}_i$ , negativni v nasprotni smeri. Torej se električni naboj v prevodni palici zaradi inducirane električnega polja prerazdeli: pozitivni naboj se nabere na zgornjem delu palice, negativni pa na spodnjem delu (slika 4.6). Električno polje tako razporejenih nabojev nasprotuje inducirane električnemu polju. Naboji v palici se premikajo toliko časa, dokler novonastalo električno polje (zaradi premaknjenih nabojev) ne kompenzira inducirane električnega polja, tako da se električno polje v prevodni palici izniči.

Zgoraj omenjeni primer običajno obravnavamo takole:

Ker se električni delci gibljejo v zunanjem magnetnem polju s hitrostjo  $v$  palice, deluje nanje magnetna sila  $e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , ki vleče pozitivne naboje navzgor, negativne pa navzdol. V prevodni palici se zato zgoraj nabere pozitivni in spodaj negativni naboj; v palici nastane električno polje. Ta razlaga lahko pripelje do napačnega zaključka, da se v gibajoči se palici inducira električno polje (in napetost) zaradi premikanja nabojev, da se torej napetost inducira le v prevodnikih. V resnici

je premikanje nabojev v palici posledica inducirane električnega polja, ne pa njegov vzrok.

Zaradi inducirane električnega polja se med koncema gibajoče se palice (slika 4.5) pojavi inducirana napetost  $U_i = bE_i$ , ali (ker je  $E_i = vB$ )

$$U_i = bvB \quad (4.1)$$

Ta izraz velja, če je palica pravokotna tako na smer tokovnic  $\mathbf{B}$  kot na smer gibanja ( $v$ ).

### Primeri:

1. Kolikšna napetost se inducira med koncema 20 cm dolge palice, ki se giblje v homogenem magnetnem polju ( $B = 1 \text{ Vs/m}^2$ ) s hitrostjo 20 m/s pri čemer so palica, tokovnice in hitrost pravokotne druga na drugo?

$$U_i = bvB = 0,2 \text{ m} \cdot 20 \text{ ms}^{-1} \cdot 1 \text{ Vs m}^{-2} = 4 \text{ V}$$

2. Palica z dolžino  $b = 0,5 \text{ m}$  se vrti v homogenem magnetnem polju ( $B = 1 \text{ Vs/m}^2$ ) okrog osi vzdolž tokovnic. Vrtilna os gre skozi konec palice in je pravokotna nanjo. Kolikšna napetost se inducira med koncema palice, če se palica vrti enakomerno s stalno frekvenco  $\nu = 10/\text{s}$ ?

Ker se različni deli palice gibljejo različno hitro, razdelimo palico na diferencialne odseke in izračunamo diferencialne inducirane napetosti. Odsek  $dr$ , ki je od osi oddaljen za  $r$ , se giblje z obodno hitrostjo  $v = r\omega$ , zato se na njemu inducira napetost  $dU_i = vBdr = r\omega Bdr$ . V celotni palici inducirana napetost znaša:

$$U_i = \int dU_i = B\omega \int_0^b r dr = B\omega b^2/2 = B\pi\nu b^2 = 7,8 \text{ V}$$

Z gibanjem lahko torej v magnetnem polju ustvarjamo razmeroma precejšnje napetosti, velikostnega reda nekaj voltov.

V splošnem palica, hitrost in tokovnice niso pravokotne druga na drugo, pa je zato inducirana napetost manjša od  $vbB$ . Če npr. palica oklepa kot  $\varphi$  s smerjo silnic inducirane električnega polja  $\mathbf{E}_i$  (slika 4.7), moramo upoštevati »višinsko razliko« obih koncev palice vzdolž silnic  $\mathbf{E}_i$  (gl. str. 27), tako da je:

$$U_i = (b \cos \varphi) E_i$$

Ta izraz lahko napišemo kot skalarni produkt vektorja  $\mathbf{E}_i$  in dolžinskega vektorja palice  $\mathbf{b}$ :

$$U_i = \mathbf{b} \cdot \mathbf{E}_i \quad \text{ali} \quad (\text{ker je } \mathbf{E}_i = \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \text{ gl. 4.2):}$$

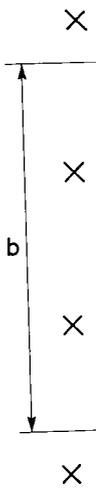
$$U_i = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4.4)$$

Kakšen pa je pred sliko 4.5 ima spod kot zgornji konec. so tokovnice usn obratno. Iz zgornj ne inducira ( $U_i =$  usmerjena vzdolž nja ( $b|v$ ). Omenili sti tudi ni, če se giblje vzdolž toko pa je največja, če nice in če se tud tokovnice, tako d smeri.

### Inducirana nape

Recimo, da je gi zaključene zanke (slika 4.8). Na dru druga palica, ta zaključeno zanke

Najprej vzemimo s hitrostjo  $v_1$  v napetost  $U_1 = b_1 v_1$  potencial kot zg



posledica induci  
k.

mega polja se m  
(slika 4.5) polj  
ali (ker je  $E_i = v$

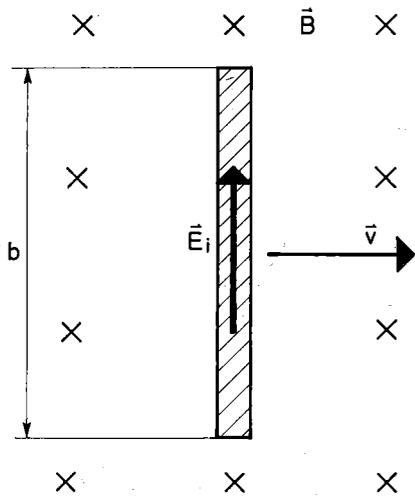
pravokotna tako  
smer gibanja ( $v$

šen pa je predznak inducirane napetosti? Na  
sliki 4.5 ima spodnji konec palice višji potencial  
kot zgornji konec. Če se palica giblje v levo (ali če  
tokovnice usmerjene ven iz lista), velja pa  
nasprotno. Iz zgornje enačbe sledi, da se napetost  
inducira ( $U_i = 0$ ), če je gibajoča se palica  
merjena vzdolž tokovnic ( $\mathbf{b} \parallel \mathbf{B}$ ) ali v smeri giba-  
nja ( $\mathbf{b} \parallel \mathbf{v}$ ). Omenili smo že, da inducirane napeto-  
sti ni, če se palica (ne glede na svojo smer)  
giblje vzdolž tokovnic ( $\mathbf{v} \parallel \mathbf{B}$ ). Inducirana napetost  
je največja, če je palica pravokotna na tokov-  
nicah in če se tudi giblje v smeri pravokotno na  
tokovnice, tako da »reže« tokovnice v pravokotni  
smeri.

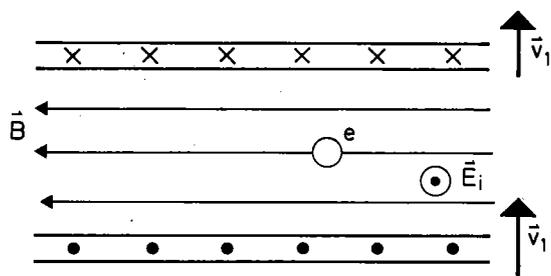
**Inducirana napetost v zaključeni zanki**

Recimo, da je gibajoča se palica s slike 4.5 del  
zaključene zanke, npr. drsi po vzporednih tirih  
(slika 4.8). Na drugi strani je prek tirov položena  
druga palica, tako da palici in tira sestavljajo  
zaključeno zanko.

Najprej vzemimo, da drsi le desna palica, npr.  
s hitrostjo  $v_1$  v desno. V njej se zato inducira  
napetost  $U_i = bv_1B$ , tako da ima spodnji del višji  
potencial kot zgornji.



slika 4.5



slika 4.4

cira med konc  
polje v homog  
) s hitrostjo 20 m  
e in hitrost prav

$1 \text{ Vs m}^{-2} = 4 \text{ V}$

se vrti v homog  
( $1 \text{ Vs/m}^2$ ) okrog  
skozi konec palice  
kšna napetost se  
e, če se palica vr  
o  $v = 10/\text{s}$ ?

jejo različno hitr  
ne odseke in izra  
cirane napetost  
jen za  $r$ , se giblje  
zato se na njem  
 $= \omega Bdr$ . V celotni  
ša:

$^2/2 = B\pi v b^2 = 7,8 \text{ V}$

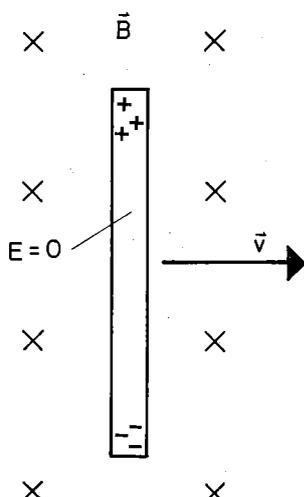
etnem polju ustvar  
napetosti, velikost

okovnice niso pra  
je zato inducirana  
npr. palica oklepa  
anega električnega  
poštevati »višinsko  
vzdolž silnic  $E_i$  (gl

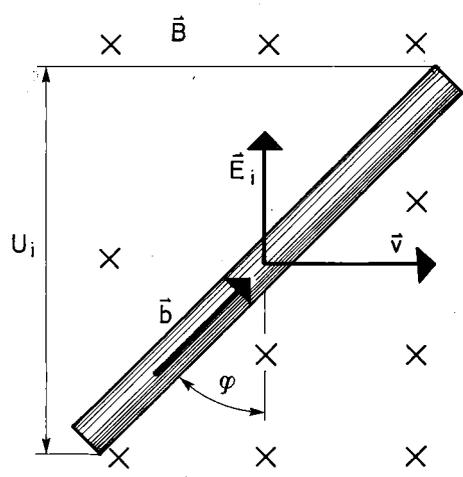
t skalarni produkt  
torja palice  $\mathbf{b}$ :

$\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , gl. 4.2):

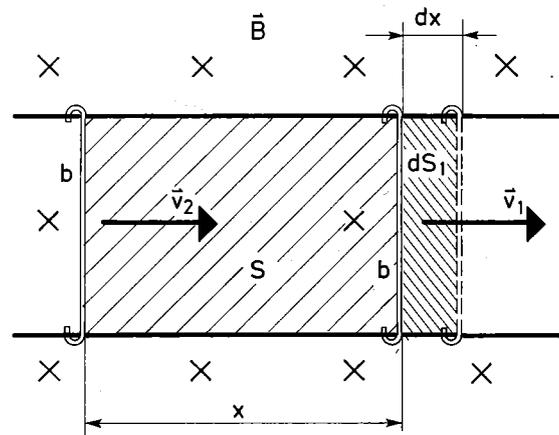
(4.4)



slika 4.6



slika 4.7



slika 4.8

Nastalo inducirano napetost obravnavamo kot **gonilno napetost**, ki skozi zaključeni tokovni krog požene **inducirani tok** ( $I_i$ , slika 4.8). Če definiramo smer dolžinskega vektorja palice ( $\mathbf{b}$ ) v smeri tega toka, lahko inducirano napetost  $U_i$  izrazimo z:

$$U_i = \mathbf{b} \cdot \mathbf{E}_i = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}) = bv_1 B \quad (\text{gl. 4.4})$$

To napetost lahko povežemo s spremembo magnetnega pretoka skozi zaključeno zanko zaradi premikanja palice.

**Magnetni pretok** ( $\Phi$ ) skozi zaključeno zanko je za homogeno magnetno polje podan z enačbo  $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$  (gl. 3.51a). Da dobimo pravi predznak inducirane napetosti kot gonilne napetosti, definiramo ploskovni vektor  $\mathbf{S}$  zaključene zanke s smerjo nastalega inducirane toka  $I_i$  (gl. sliko 3.32), tako da v našem primeru dobimo (gl. sliko 4.8; smer  $\mathbf{B}$  je v list, smer  $\mathbf{S}$  pa iz lista ven):  $\Phi = BS \cos 180^\circ = -BS$ , kjer je  $S$  površina, ki jo pokriva zaključena pravokotna zanka. V času  $dt$  se ta površina zaradi gibanja desne palice poveča za  $dS = bdx = bv_1 dt$  in pretok  $\Phi$  se spremeni za  $d\Phi = -BdS = -Bbv_1 dt = -U_i dt$ . Vidimo, da lahko nastalo inducirano napetost izrazimo z:

$$U_i = -d\Phi/dt \quad (4.4a)$$

Nadalje vzemimo, da se poleg desne palice premika tudi leva palica, ta npr. s hitrostjo  $v_2$  v desno (kot desna palica). V levi palici inducirana napetost  $U_2$  poganja tok skozi zaključeno zanko v nasprotni smeri kot napetost  $U_1$ , zato je glede na njo negativna:  $U_2 = -v_2 bB$ . Torej se v celotni zaključeni zanki inducira napetost:

$$U_i = U_1 - U_2 = (v_1 - v_2)bB$$

Zaradi premikanja obeh palic se presek zanke v času  $dt$  spremeni za  $dS = (v_1 - v_2)bdt$ , magnetni pretok pa za  $d\Phi = -BdS = -(v_1 - v_2)bBdt = -U_i dt$ , tako da je inducirana napetost tudi za ta primer dana z enačbo (4.4a):  $U_i = -d\Phi/dt$ . To splošno velja, ne glede na to, kako se posamezni deli zanke gibljejo. Pri  $v_1 = v_2$  se v palicah inducirani napetosti medsebojno kompenzirata in inducirana napetost v celotni zanki je nič. Obenem se tudi magnetni pretok skozi zanko ne spreminja s časom (zanka se le translatorno premika). Ker ni spremembe pretoka, tudi ni inducirane napetosti.

V zaključeni zanki inducirana napetost  $U_i$  je algebraična vsota napetosti, ki se inducirajo na posameznih odsekih zanke. Zanko razdelimo na diferencialne ločne elemente  $d\mathbf{s}$  (slika 4.9). Če se na območju elementa  $d\mathbf{s}$  inducira električno polje z jakostjo  $\mathbf{E}_i$ , se vzdolž tega elementa inducira napetost  $dU_i = \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{s}$ , v celotni zanki pa:

$$U_i = \int dU_i = \int \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{s} \quad (4.5)$$

## Faradayev zakon indukcije

Zgoraj smo iskali inducirano napetost v zaključeni zanki ob predpostavki, da se posamezni zanke gibljejo v stalnem magnetnem polju. V zanki se napetost inducira zato, ker se zaradi gibanja spreminja s časom magnetni pretok skozi zanko. Napetost se inducira tudi, če se magnetni pretok skozi zanko spreminja npr. zato, ker se magnetnega polja giblje ali če se gostota magnetnega polja ( $B$ ) na območju zanke spreminja s časom. Ti primeri so ekvivalentni. Splošno velja, da se ob kakršnikoli spremembi magnetnega pretoka skozi zaključeno zanko v zanki inducira napetost, ki je dana s časovnim odvodom magnetnega pretoka. Ta trditev je vsestransko potrjena s poskusi; znana je pod imenom **Faradayev zakon indukcije**.

**Če se magnetni pretok ( $\Phi$ ) skozi poljubno zaključeno zanko kakorkoli spreminja s časom, vzdolž celotne zanke inducira napetost, ki je enaka časovnemu odvodu magnetnega pretoka:**

$$U_i = -d\Phi/dt = \int \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{s} \quad (4.6)$$

Tu je  $d\Phi$  sprememba magnetnega pretoka skozi zanko, ki nastane v kratkem časovnem intervalu  $dt$ . **Inducirana napetost je enaka količniku spremembe magnetnega pretoka ( $d\Phi$ ) in časovnega intervala ( $dt$ ), v katerem se ta sprememba zgodi.** Je torej tem večja, čim močneje in/ali čim hitreje se magnetni pretok spreminja s časom.

V homogenem magnetnem polju  $\mathbf{B}$  je pretok  $\Phi$  skozi zanko s presekom  $S$ , katere normalna oklepala kot  $\varphi$  s tokovnicami, dan z enačbo (3.51a)

$$\Phi = BS \cos \varphi$$

Vidimo, da se magnetni pretok skozi zanko spreminja s časom (in da se zato vzdolž zanke inducira napetost), če se spreminja:

- gostota magnetnega polja  $\mathbf{B}$  na območju zanke,
- preseki zanke  $\mathbf{S}$  (zanka se razteguje ali krči),
- nagib zanke glede na tokovnice  $\varphi$  (zanka se npr. vrtil).

### Primeri:

- Zanka s presekom  $S$  leži v homogenem magnetnem polju, tako da so tokovnice pravokotne nanjo. Kolikšna napetost se inducira v zanki, če se gostota  $B$  magnetnega polja na območju zanke spreminja s časom po enačbi  $B = B_0 (1 - \exp(-at))$ , kjer je  $B_0$  končna vrednost gostote,  $a$  pa parameter, ki podaja hitrost približevanja končni vrednosti (slika 4.10a)?

$$U_i = -d\Phi/dt =$$

Vidimo, da je ir  $-SB_0a$  v začetku čati od nič navzgo eksponentno približuje stalni v inducirane napetosti.

2. Krožna zanka v homogenem magnetnem polju okrog svoje dialektovnice. Kakšna je napetost, če se zanka vrtil s?

V splošni legi, kjer se zanka oklepa kot  $\varphi$  s tokovnicami, magnetni pretok skozi zanko je  $\Phi = BS \cos \varphi$ . Če se zanka vrtil s, se spreminja  $\varphi$  in napetost je:

$$U_i = -d\Phi/dt =$$

Vidimo, da se napetost spreminja s časom z enako frekvenco kot napetost je:

$$U_0 = \omega BS \sin \varphi$$

### Inducirani tok

Napetost  $U_i$  v zanki poganja tokovni pretok inducirane tokovnice (elektromotorna sila).

$$I_i = U_i/R$$

$R$  je ohmska upornost zanke.

Na sliki 4.11 je prikazana tokovna zanka v homogenem magnetnem polju, in ker palica zanke vrtilno polje (slika 4.5). Pod vplivom pozitivni delci (npr. elektroni) zaključeno zanko v smeri (skozi zanko) magnetno polje. Sila  $F = I_i b$  nasprotno smeri da se palica zanke vrtilno magnetno polje. Magovati magnetno polje ne spreminja se, da je mehko. Gujoč magnetno polje nemu delu, poganjajoč zanko.

cije

napetost v zak...  
 a se posamezni...  
 magnetnem pol...  
 zato, ker se zar...  
 magnetni pretok sko...  
 udi, če se magne...  
 npr. zato, ker se...  
 če se gostota ma...  
 ju zanke spremin...  
 entni. Splošno ve...  
 bi magnetnega pr...  
 o v zanki induc...  
 nim odvodom ma...  
 e vsestransko po...  
 imenom Faradaye

skozi poljubno z...  
 eminja s časom,  
 ira napetost, ki...  
 magnetnega p

negnega pretoka sko...  
 časovnem interval...  
 aka količniku spre...  
 ( $d\Phi$ ) in časovne...  
 sprememba zgo...  
 je in/ali čim hitre...  
 a s časom.

polju  $B$  je pretok...  
 $S$ , katere normalna...  
 an z enačbo (3.51a)

k skozi zanko spre...  
 vzdolž zanke indu...  
 ja:

ja  $B$  na območju...  
 razteguje ali krči),  
 ovnice  $\varphi$  (zanka s

ži v homogenem...  
 o tokovnice pravo...  
 etost se inducira...  
 magnetnega polja na...  
 časom po enačbi...  
 $B_0$  končna vrednost...  
 odaja hitrost pribli...  
 ka 4.10a)?

$$U_i = -d\Phi/dt = -SdB/dt = -SB_0 a \exp(-at)$$

Vidimo, da je inducirana napetost največja (=  $SB_0 a$ ) v začetku ( $t = 0$ ), ko začne  $B$  strmo naraščati od nič navzgor. Nato napetost pojenjuje in se eksponentno približuje nič, ker se  $B$  asimptotično približuje stalni vrednosti  $B_0$ . Ko se  $B$  ustali, inducirane napetosti ni več (slika 4.10b).

Krožna zanka s polmerom  $R = 5$  cm se vrti v homogenem magnetnem polju ( $B = 0,5$  Vs/m<sup>2</sup>) okrog svoje diametralne osi, ki je pravokotna na tokovnico. Kakšna napetost se inducira v zanki, če se zanka vrti enakomerno s frekvenco  $\nu = 10$ /s?

V splošni legi, ko pravokotnica na ravnino zanke naklepa kot  $\phi$  s tokovnicami, teče skozi zanko magnetni pretok  $\Phi = BS \cos\phi$ . Zaradi enakomernega vrtenja se naklon  $\phi$  zanke spreminja:  $\phi = \omega t = 2\pi\nu t$ . Ker se spreminja tudi magnetni pretok, se v zanki inducira napetost:

$$U_i = -d\Phi/dt = +BS\omega \sin(\omega t) = U_0 \sin(\omega t)$$

Vidimo, da se inducirana napetost v vrteči zanki spreminja s časom sinusno (harmonično) z enako frekvenco, kot se zanka vrti. Amplituda te napetosti je:

$$U_0 = \omega BS = 2\pi\nu BS = 0,25$$
 V

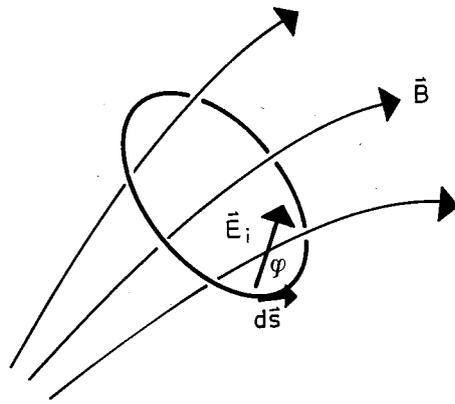
**Inducirani tok in Lenzovo pravilo**

Napetost  $U_i$ , ki se ob spremembi magnetnega pretoka inducira v zanki, požene po njej (če ta ni prekinjena) električni tok, t.i. **inducirani tok**:

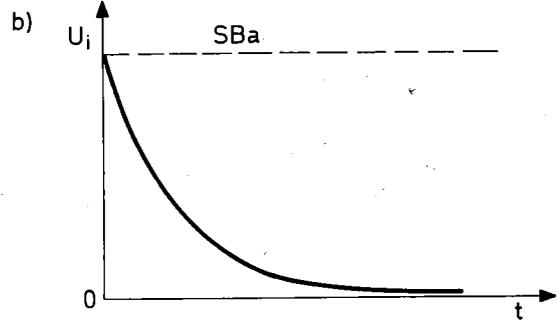
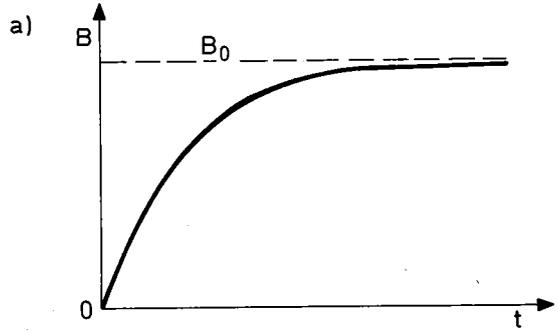
$$I_i = U_i/R$$

$R$  je ohmska upornost zaključene tokovne zanke.

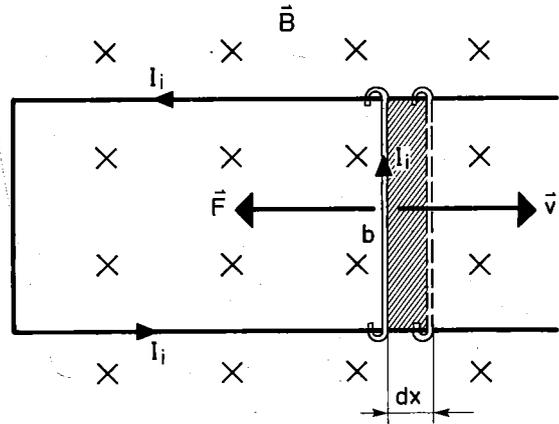
Na sliki 4.11 je drseča palica del zaključene tokovne zanke. Ker so tokovnice usmerjene v list in ker palica drsi v desno, je inducirano električno polje ( $E_i$ ) v palici usmerjeno navzgor (gl. sliko 4.5). Pod vplivom tega električnega polja se pozitivni delci v palici pomikajo navzgor, negativni (npr. elektroni v kovini) pa navzdol in skozi zaključeno zanko steče inducirani tok v narisani smeri (skozi palico v smeri navzgor). Zunanje magnetno polje učinkuje na ta tok z magnetno silo  $F = I_i b B$ , ki je usmerjena v levo, ravno nasprotno smeri drsenja palice. Če torej želimo, da se palica z induciranim tokom giblje skozi magnetno polje s stalno hitrostjo, moramo premagovati magnetno zaviralno silo, s katero magnetno polje nasprotuje pomikanju palice. Pokaže se, da je mehansko delo, ki ga potrošimo, premagujoč magnetno zavorno silo, enako električnemu delu, ki ga opravi inducirana napetost, poganjajoč inducirani tok skozi zaključeno zanko.



slika 4.9



slika 4.10



slika 4.11

Ob pomiku palice za  $dx = vdt$  v kratkem časovnem intervalu  $dt$  opravimo delo  $dA = Fdx = I_i b B v dt = I_i U_i dt$ , kar je zares enako električnemu delu v času  $dt$ . **Ce se prevodnik giblje v magnetnem polju** (če je ta del zaključene zanke, tako da zaradi inducirane napetosti teče inducirani tok), **se mehansko delo spreminja v električno delo**, to je s porabo mehanske energije se proizvaja električna energija.

Če se spremeni smer hitrosti gibanja palice, se spremeni tudi smer inducirane napetosti, tako da magnetna sila na inducirani tok spet zavira gibanje palice. Podobno se zgodi, če se spremeni smer magnetnih tokovnic. Ti primeri so zajeti v t.i. **Lenzovem pravilu**, ki pravi:

**Inducirana napetost poganja skozi gibajoči se prevodnik inducirani tok v takšni smeri, da magnetna sila na ta tok nasprotuje gibanju prevodnika.**

Lenzovo pravilo zagotavlja, da v magnetnem polju ni mogoč perpetuum mobile. Ako bi namreč magnetna sila na inducirani tok pospeševala gibanje prevodnika, bi hitrost palice in inducirani tok neomejeno naraščala; električno delo bi se povečevalo, ne da bi se zaradi tega kakšna druga energija zmanjševala.

Zavorna magnetna sila na inducirani tok je osnova **magnetnega zaviranja**. Na vsak prevodnik, ki se giblje v magnetnem polju in ki je del zaključene tokovne zanke, tako da skozenj teče inducirani tok, deluje magnetno polje z magnetno silo, ki zavira njegovo gibanje.

#### Primer:

Vodoravna prečka (dolžina  $b$ , preseka  $S$ ) z gostoto  $\rho = 8,9 \text{ g/cm}^3$  in s specifično električno upornostjo  $\zeta = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$  pada v homogenem magnetnem polju ( $B = 0,1 \text{ Vs/m}^2$ ), drseč po vzporednih pokončnih tirih. Tokovnice so usmerjene vodoravno v list. Kako se hitrost prečke spreminja s časom, če prečko spustimo brez začetne hitrosti? Trenje in električna upornost tirov zanemarimo (slika 4.12).

V začetku ( $t = 0$ ) deluje na prečko le njena teža  $mg$  ( $m = \rho b S$ ) in prečka začne pospešeno padati s težnim pospeškom  $g$ . Zaradi padanja se v njej inducira napetost  $U_i = vbB$  in skozenjo teče inducirani tok  $I_i = U_i/R$  ( $R =$  električna upornost prečke  $= \zeta b/S$ ). Na ta tok deluje magnetno polje s silo  $F_m = I_i b B$ , ki zavira padanje prečke. Med pospešenim padanjem prečke se zavorna magnetna sila povečuje, zato se pospešek padanja zmanjšuje. Sčasoma se zavorna magnetna sila izenači s težo prečke in hitrost padanja se ustali. Prečka nato pada enakomerno s stalno hitrostjo  $v_0$ , tako da je:

$$mg = I_i b B = (U_i/R) b B = (v_0 B S / \zeta) b B = S \rho b g \text{ ali } v_0 = \zeta \rho g / B^2 = 0,15 \text{ m/s}$$

Poglejmo še, kako se hitrost padanja spreminja s časom od začetka. V vmesnem trenutku  $t$ , prečka pada s hitrostjo  $v$ , velja:

$$mg - I_i b B = ma = m dv/dt \text{ ali } (1 - v/v_0)^{-1} dv = g dt$$

Po integraciji, upoštevaje začetni pogoj:  $v = 0$ ,  $t = 0$ , dobimo rešitev:

$$v = v_0(1 - \exp(-gt/v_0))$$

Po zelo dolgem času ( $t \rightarrow \infty$ ) je zares  $v \rightarrow v_0$ . V začetku padanja (za  $t \ll v_0/g$ ), ko magnetna sila še ne zavira zaznatno padanja, pada prečka enakomerno pospešeno s pospeškom  $g$  ( $v = gt$ ).

Vidimo, da pada prečka v magnetnem polju podobno kot npr. kroglica v viskozni tekočini (gl. del, str. 173). Magnetna sila na inducirani tok v gibajočem se prevodniku je torej nekakšen magnetni viskozni upor. Aluminijski trak, ki pada v vodoravnem magnetnem polju magnetnega poloma podkvastega magneta dušeno, kot da pada v gosti viskozni tekočini. V padajočem aluminijskem traku se namreč inducirajo električni tokovi (**vrtninčasti tokovi**), na katere deluje magnetna sila, ki zadržuje padanje traku. Ta pojav izkoriščamo pri električnih merskih instrumentih na vrtljivi tuljavici (gl. str. 96). Merska tuljavica je navita na lahke aluminijske bobniče, ki niha skupaj z njo. Med sukanjem v magnetnem polju se v bobniču inducirajo vrtninčasti tokovi in magnetna sila jih duši. Sukanje bobniča in tuljavice. Magnetno dušenje je tako močno, da se kazalec s tuljavico in bobničem počasi zasuje do končne vrednosti (izmerjenega) odmika, ne da bi še dodatno nihalo okrog nove ravnovesne lege.

Drug primer magnetnega dušenja je nihanje kovinske ploščice skozi vodoravno magnetno polje (slika 4.13). Med prehodom skozi polje se v ploščici inducirajo vrtninčasti tokovi in magnetna sila duši njeno nihanje. Če je električna upornost ploščice majhna (npr. bakrene ploščice), se inducirajo tako močni tokovi, da ploščica »zareže« v magnetno polje kot v kakšno gosto tekočino in se ustavi.

Lenzovo pravilo o smeri inducirane napetosti (označimo o predznaku inducirane napetosti) v splošnem formuliramo takole:

**Ob spremembi magnetnega pretoka skozi zaključeno zanko steče vzdolž zanke inducirani tok v takšni smeri, da magnetno polje zaradi inducirane napetosti nasprotuje spremembi magnetnega pretoka, ki je povzročila inducirani tok.** Negativni predznak v enačbi Faradayevega zakona  $U_i = -d\Phi/dt$  izraža dejstvo, da inducirana napetost nasprotuje spremembi magnetnega pretoka, ki jo povzroči.

Recimo, da zanko se giblje v magnetnem polju. Zaradi padanja se v njej inducira napetost  $U_i = vbB$  in skozenjo teče inducirani tok  $I_i = U_i/R$ . Na ta tok deluje magnetna sila  $F_m = I_i b B$ , ki zavira gibanje zanke. Zaradi tega se gibanje zanke upočasni. Če se gibanje zanke ustavi, inducirane napetosti in tokovi izginejo. Ker se med gibanjem zanke pretok skozi zanko spreminja, v njej nastane pretok, nasproten temu, ki ga povzroča gibanje zanke. V kateri smeri se približujemo zanki, tok je tem močnejši. Pri počasnem gibanju nastane netni pretok, ki ga povzročajo inducirani tokovi.

Vidimo, da se zanka ohranja v enakomernem gibanju. Toka reagira na spremembe tokov, ki na zanko deluje, cije ima torej lastno inertnost.

#### Sunek inducirane

Pri inducirani napetosti  $U_i$  v kratkem času  $dt$  nastane delo  $dA = U_i I_i dt$  (4.6):

$$dA = U_i I_i dt = -d\Phi I_i$$

Produkt inducirane napetosti in tokov (podoben delu) v kratkem času, gl. del, str. 173. **Magnetni tokovi** skozi zanko povzročajo magnetni tokovi skozi zanko, ki jih duši.

Recimo, da zanko se giblje v magnetnem polju. Zaradi padanja se v njej inducira napetost  $U_i = vbB$  in skozenjo teče inducirani tok  $I_i = U_i/R$ . Na ta tok deluje magnetna sila  $F_m = I_i b B$ , ki zavira gibanje zanke. Zaradi tega se gibanje zanke upočasni. Če se gibanje zanke ustavi, inducirane napetosti in tokovi izginejo. Ker se med gibanjem zanke pretok skozi zanko spreminja, v njej nastane pretok, nasproten temu, ki ga povzroča gibanje zanke. V kateri smeri se približujemo zanki, tok je tem močnejši. Pri počasnem gibanju nastane netni pretok, ki ga povzročajo inducirani tokovi.

$$\Delta\Phi = \int_{t_1}^{t_2} U_i I_i dt$$

**Celotna sprememba magnetnega pretoka skozi zanko je enaka celotnemu delu, ki ga povzroči gibalna količina zanke** (del, 2.5).

Inducirana napetost  $U_i$  in tok  $I_i$  skozi zanko povzročata delo  $dA = U_i I_i dt$ .

$$\int U_i I_i dt = \Delta\Phi$$

t padanja spremi  
snem trenutku t,  
lja:

ali

etni pogoj:  $v = 0$

∞) je zares  $v \rightarrow$   
(g), ko magnetna  
a, pada prečka en  
škom  $g (v = gt)$ .

magnetnem pol  
viskozni tekočini  
a na inducirani to  
je torej nekakše  
uminiast trak na  
magnetnem polju m  
a dušeno, kot da  
i. V padajočem al  
električni tokovi (t  
eluje magnetna sil  
a pojav izkoriščam  
umentih na vrtljiv  
uljavica je navita  
niha skupaj z nj  
polju se v bobnič  
in magnetna sil  
in tuljavice. Mag  
no, da se kazale  
si zasuče do kon  
e da bi še dodatn  
lege.

dušenja je nihan  
doravno magnetn  
dom skozi polje s  
sti tokovi in mag  
e. Če je električna  
npr. bakrene ploš  
ni tokovi, da ploš  
polje kot v kakšn

iranega toka (oz  
napetosti) v sploš

ga pretoka skozi  
dolž zanke induci  
a magnetno polje  
nasprotuje spre  
a, ki je povzročila  
predznak v enačbi  
 $-d\Phi/dt$  izraža dej  
st nasprotuje spre  
i, ki jo povzroči.

mo, da zaključeni zanki na sliki 4.14 približno severni pol magneta (N). Magnetno polje območju zanke se ojači, magnetni pretok skozi zanko v smeri navzgor se poveča. Inducirani tok steče v narisani smeri, tako da je magnetno polje zaradi tega toka na območju zanke oslabiljeno navzdol, da nasprotuje povečevanju magnetnega pretoka skozi zanko. Ko se magnetni polje približuje, inducirani tok izgine. Če magnet oddaljuje od zanke, steče po zanki inducirani tok v nasprotni smeri kot prej med približevanjem. Če se magnet oddaljuje od magneta magnetni pretok skozi zanko zmanjšuje, skuša inducirani tok s svojim magnetnim poljem zadržati prvotni pretok, nasprotuje njegovemu zmanjšanju. V kateri smeri steče inducirani tok po zanki, če približujemo zanki južni pol magneta? Inducirani tok je tem močnejši, čim hitreje premikamo magnet. Pri počasnem premikanju (pa čeprav se magnetni pretok zaradi magneta močno spremeni) je inducirani tok šibak.

Vidimo, da se skuša magnetni pretok skozi dano zanko ohranjati. Na kakršnokoli spremembo pretoka reagira magnetno polje z induciranim tokom, ki nasprotuje spremembi. Zaradi indukcije ima torej magnetni pretok nekakšno vztrajnost.

### Sunek inducirane napetosti

Pri inducirani napetosti  $U_i$  se magnetni pretok v kratkem časovnem intervalu  $dt$  spremeni za (gl. 4.6):

$$d\Phi = -U_i dt$$

**Produkt inducirane napetosti in časovnega intervala** imenujemo **sunek inducirane napetosti** (podobno kot je sunek sile produkt sile in časa, gl. I. del, str. 31). Ta je **enak spremembi magnetnega pretoka** (sunek sile pa je enak spremembi gibalne količine telesa).

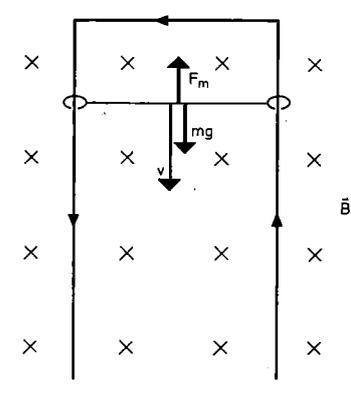
Recimo, da je magnetni pretok skozi zanko v trenutku  $t_1$  enak  $\Phi_1$ , v kasnejšem trenutku  $t_2$  pa  $\Phi_2$ . Torej se magnetni pretok v časovnem intervalu  $\Delta t = t_2 - t_1$  spremeni za  $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ . Velja:

$$\Delta\Phi = \int d\Phi = -\int U_i dt \tag{4.7}$$

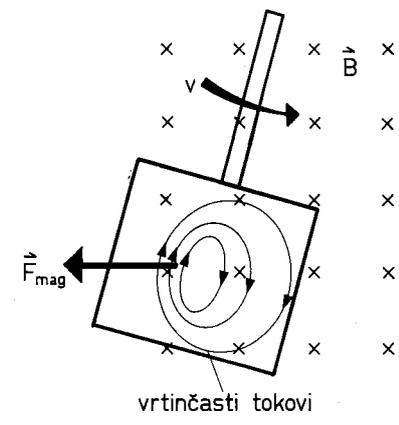
**Celotna sprememba magnetnega pretoka je enaka celotnemu sunku inducirane napetosti.** Ta stavek je analogen stavku o spremembi gibalne količine in sunku sile iz mehanike (gl. I. del, 2.5).

Inducirana napetost  $U_i$  požene po neprekinjeni tokovni zanki inducirani tok  $I_i = U_i/R$ , kjer je  $R$  električna upornost celotne zanke. Sunek inducirane napetosti torej lahko izrazimo z:

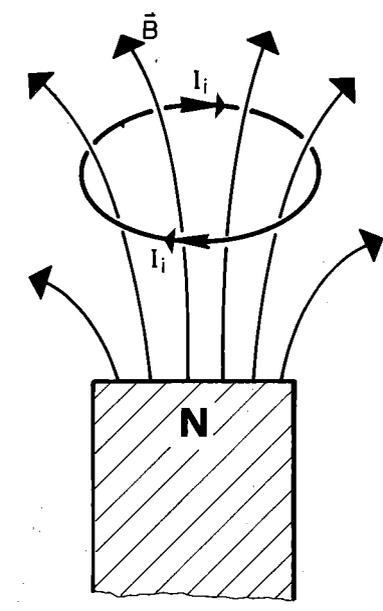
$$\int U_i dt = R \int I_i dt = Re \tag{4.8}$$



slika 4.12



slika 4.13



slika 4.14

## Induktivnost

Vsaka tokovna zanka z objema »lasten« tok, sorazmeren s tokom, s časom, se sorazmerno spreminja. Pretok in v zanki nasprotuje spremembi toka. Zanka oziroma napetostjo upira. Zato mora zunanji tok skozi zanko, preden napetost priključimo, enaka inducirani toku.

## Lastna induktivnost

Poglejmo, kolikšna je lastna induktivnost (n ovojev, presek S) koga dT skozi tuljavo magnetnega polja (μ<sub>0</sub>nS/b)I. Za dT netnim poljem tuljave objema e tok spremeni za dΦ = (μ<sub>0</sub>nS/b)dI. V celotni tuljavi (U<sub>i</sub>) je vsota napetosti ovojih:

$$U_i = -n(d\Phi/dt)$$

Parametre v okoliščini združimo v novo lastno induktivnost (L), tako da je:

$$U_i = -L dI/dt$$

Induktivnost tuljave se inducira v 1 sekundi s spremembo toku in induktivnosti je

$$[L] = [U][I]^{-1}$$

Tuljava ima induktivnost L, tako da za 1 A v 1 s

Induktivnost tuljave je odvisna od števila ovojev. Polni presek tuljave in notranost tuljave sta pomembni snovjo (permeabilnost) magnetni pretok in induktivnost dolge tuljave

$$L = \mu_0 n^2 S$$

Tu je  $\int I dt$  sunek inducirane napetosti steče po zanki e, ki zaradi inducirane napetosti steče po zanki. Primerjajmo enačbi (4.7, 8), ugotovimo, da je celotna sprememba magnetnega pretoka kar premo sorazmerna s celotnim nabojem, ki kot sunek inducirane napetosti steče po zanki:

$$\Delta\Phi = -Re$$

Pretečeni naboj izmerimo z balističnim galvanometrom in s tem določimo spremembo magnetnega pretoka.

**Balistični galvanometer** je občutljiv ampermeter z vrtljivo tuljavico, prirejen za merjenje tokovnih sunkov. Merilna tuljavica (n ovojev, presek S) niha v magnetnem polju B<sub>0</sub>, pritrjena ali na žičko ali na os skupaj s polžasto vzmetjo (sučna konstanta D), tako da je njen nihajni čas kar največji.

Ko skozi tuljavico teče inducirani tok I<sub>i</sub>, deluje nanjo magnetni navor M = nI<sub>i</sub>SB<sub>0</sub> (gl. 3.30), zato se zavrti, njena vrtilna količina Γ se poveča od nič na JΩ<sub>0</sub> (J = vztrajnostni moment tuljavice, Ω<sub>0</sub> = končna kotna hitrost). Ta sprememba se zgodi v kratkem časovnem intervalu, med trajanjem napetostnega sunka. Iz mehanike poznamo izrek o spremembi vrtilne količine (gl. I. del, 3.53): dΓ = Mdt, oziroma za daljši interval:

$$\Delta\Gamma = \int Mdt = nSB_0 \int I_i dt = nSB_0 e = J\Omega_0$$

Po končanem tokovnem sunku tuljavica zaniha harmonično. Predpostavljamo, da je nihajni čas tuljavice dovolj velik, tako da je ob koncu tokovnega sunka praktično še v ravnovesni legi, in je zato Ω<sub>0</sub> kar enak največji kotni hitrosti harmonično nihajoče tuljavice: Ω<sub>0</sub> = ωφ<sub>0</sub> = φ<sub>0</sub>√D/J (gl. I. del, str. 110). Tu je φ<sub>0</sub> največji (začetni) zasuk tuljavice takoj po prejetem tokovnem sunku. Tega izmerimo, s čimer izmerimo tudi prejeti tokovni sunek e:

$$\sqrt{D/J}\phi_0 = \Omega_0 = nSB_0 e/J \quad \text{ali}$$

$$\phi_0 = (NSB_0\sqrt{DJ})e = Ae$$

Parameter A = nSB<sub>0</sub>√DJ je občutljivost balističnega galvanometra; pove kotni zasuk tuljavice pri tokovnem sunku 1 C.

Izrek o spremembi magnetnega pretoka in o sunku inducirane napetosti izkoristimo za merjenje magnetnega polja. Merilno tokovno zanko (ali tuljavico) z majhnim prečnim presekom S postavimo na mesto, kjer želimo izmeriti gostoto magnetnega polja (B), tako da je presek zanke (S) pravokoten na tokovnice (slika 4.15). Zanko na hitro zasukamo za 180° in s priključenim balističnim galvanometrom izmerimo pretečen tokovni sunek e. Ta je enak ΔΦ/R, kjer je R električna upornost merilne tuljavice in galvanometra, ΔΦ pa sprememba magnetnega fluksa skozi merilno zanko ob zasuku za 180°: ΔΦ = BS - (-BS) = 2BS. Sledi: 2BS = eR ter B = eR/2S.

## Primer:

Zanka s presekom S = 2 cm<sup>2</sup> je del tokovnega kroga z balističnim galvanometrom s skupno električno upornostjo R = 0,2 Ω. Ravnina zanke pravokotna na tokovnice. Zanko nenadoma zasukamo za 90°, tako da stečejo tokovnice mimo zanke. Kolikšna je povprečna gostota magnetnega polja na območju zanke, če ob zasuku steče skozi galvanometer tokovni sunek e = 100 μC?

$$\Delta\Phi = BS = eR$$

$$B = eR/S = 0,1 \text{ Vs/m}^2$$

**Tuljava Rogowskega** se uporablja za merjenje magnetne napetosti med dvema točkama magnetnega polja oziroma vzdolž zaključene krivulje (gl. str. 86). Na tankem ploščatem traku iz glinene snovi (npr. iz usnja) so v dveh slojih na golih naviti ovoji tuljave, tako da priključka vodita skozi dve tuljave skozi balistični galvanometer (slika 4.16a). Konca tuljave položimo na mesti A in B, med katerima želimo izmeriti magnetno napetost (zakrivljenost traku pri tem ni pomembna).

Prečni presek traku je S, na dolžini b celotne tuljave je enakomerno navitih n ovojev. Na odseku ds traku je dn = (n/b)ds ovojev (slika 4.16b). Vsaka ovoj na odseku ds objema praktično enak magnetni fluks BS cosφ = μ<sub>0</sub>HS cosφ, kjer je H jakost magnetnega polja na odseku ds, φ pa kot med smerjo tokovnic in smerjo ločnega elementa traku. Merimo tako, da magnetno polje nenadoma izklopimo (odtegnemo magnet ali prekinemo tok, ki ustvarja magnetno polje). Ob spremembi se v vsakem ovoju na odseku ds inducira napetostni sunek μ<sub>0</sub>SH cosφ, na celotni tuljavi pa torej sunek μ<sub>0</sub>SHdn cosφ = μ<sub>0</sub>S(n/b)Hds cosφ = μ<sub>0</sub>S(n/b)H.ds. Priključen balistični galvanometer izmeri napetostni sunek, ki se ob spremembi magnetnega polja inducira v celotni tuljavi, to je izmeri vsoto (oz. integral) diferencialnih sunkov s posameznih odsekov ds tuljave:

$$\mu_0 S(n/b) \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$$

V krivuljnem integralu magnetne napetosti integriramo vzdolž traku od začetne točke A do končne točke B. Mereč celotni tokovni oz. napetostni sunek, torej določimo magnetno napetost med poljubnima točkama A in B oziroma vzdolž zaključene krivulje, če B sovпада z A. Tako lahko eksperimentalno preverimo veljavnost zakona o magnetni napetosti, da je magnetna napetost vzdolž poljubne zaključene krivulje enaka algebraični vsoti vseh tokov, ki jih krivulja objema (gl. str. 87).

**Induktivnost**

Induktivnost je del tokovne oziroma »lasten« magnetni pretok  $\Phi$ , ki je premo sorazmeren s tokom  $I$ . Če se tok  $I$  spreminja, se sorazmerno spreminja tudi magnetni pretok in v zanki se inducira napetost ( $U_i$ ), ki protuje spremembi pretoka, to je spremembi magnetnega polja. Zanka oziroma tuljava se torej z inducirano napetostjo upira spreminjanju lastnega toka. Če mora zunanji vir napetosti, ki spreminja tok skozi zanko, premagovati inducirano napetost. Napetost priključenega vira mora biti najmanj enaka inducirani napetosti.

**Lastna induktivnost tuljave**

Poglejmo, kolikšna napetost se inducira v tuljavi ( $n$  ovojev, presek  $S$ , dolžina  $b$ ), če se tok  $I$  v kratkem času  $dt$  spremeni za  $dI$ . Pri toku  $I$  »teče« skozi tuljavo magnetni pretok  $\Phi = BS = (\mu_0 n I / b) S = (\mu_0 n S / b) I$ . Za dolgo tuljavo s homogenim magnetnim poljem lahko vzamemo, da vsak ovoj tuljave objema enak magnetni pretok  $\Phi$ . Če se tok spremeni za  $dI$ , se magnetni pretok spremeni za  $d\Phi = (\mu_0 n S / b) dI$ . Zaradi tega se v vsakem ovoju tuljave inducira napetost  $d\Phi / dt = (\mu_0 n S / b) dI / dt$ . V celotni tuljavi ( $n$  ovojev) inducirana napetost ( $U_i$ ) je vsota napetosti, induciranih v posameznih ovojih:

$$U_i = -n(d\Phi/dt) = -(\mu_0 n^2 S/b) dI/dt$$

Parametre v oklepaju, ki so odvisni od tuljave, združimo v novo količino, t.i. **induktivnost tuljave ( $L$ )**, tako da je:

$$U_i = -L dI/dt \tag{4.9}$$

**Induktivnost tuljave (zanke) pove napetost, ki se inducira v tuljavi (zanki), če se tok v 1 sekundi spremeni za 1 A. Merska enota induktivnosti je:**

$$[L] = [U][t]/[I] = 1 \text{ Vs/A} = 1 \text{ H (henry)}$$

Tuljava ima induktivnost 1 H, če se pri spremembi toka za 1 A v 1 s inducira v njej napetost 1 V.

Induktivnost tuljave se povečuje s kvadratom števila ovojev. Poleg tega se tudi močno poveča, če notranjost tuljave napolnimo s feromagnetno snovjo (permeabilnost  $\mu$ ). Ta namreč poveča magnetni pretok skozi tuljavo za faktor  $\mu$ . Induktivnost dolge tuljave s feromagnetnim jedrom je:

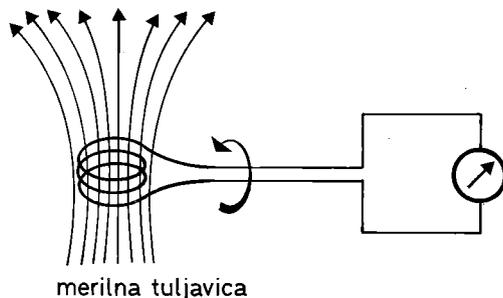
$$L = \mu \mu_0 n^2 S/b \tag{4.10}$$

**Primeri:**

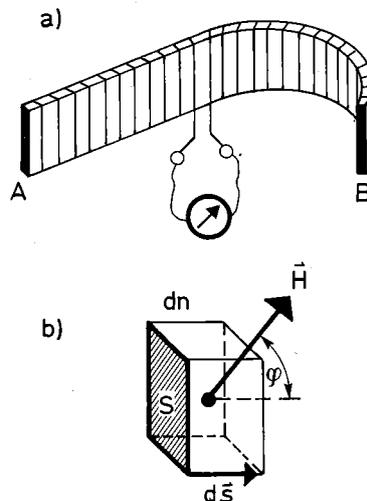
1. Izračunaj induktivnost ( $L_0$ ) dolge tuljave s presekom  $10 \text{ cm}^2$  in s 500 ovoji na  $50 \text{ cm}$  dolžine. Kolikšna je nova induktivnost ( $L$ ), če v tuljavo položimo feromagnetno snov s permeabilnostjo 4000?

$$L_0 = \mu_0 n^2 S/b = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ Vs/A} = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

$$L = \mu L_0 = 2,5 \text{ H}$$



slika 4.15



slika 4.16

2. Poišči izraz za induktivnost toroida iz feromagnetne snovi ( $\mu$ ), na katerega je navito  $n$  ovojev tuljave. Notranji polmer toroida je  $R_1$  in zunanji  $R_2$ , prečni presek je pravokotnik z višino  $c$  (slika 4.17).

Magnetno polje je le v notranjosti feromagnetnega jedra toroida; tokovnice so koaksialne krožnice. S pomočjo zakona o magnetni napetosti (3.20), ki ga uporabimo za krožno tokovnico s polmerom  $r$ , ugotovimo, da se jakost magnetnega polja spreminja z oddaljenostjo ( $r$ ) od osi podobno kot v okolici dolgega ravnega vodnika:

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \sum I_i$$

$$H \cdot 2\pi r = nI \quad \text{ali} \quad H = nI/2\pi r$$

$$B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 nI/2\pi r$$

Magnetni pretok skozi kvadratni prerez toroida izračunamo podobno kot v primeru 2 na strani 112. Dobimo:

$$\Phi = (\mu\mu_0 nIc/2\pi) \ln(R_2/R_1)$$

Če se tok  $I$  spremeni za  $dI$ , se magnetni pretok skozi vsak ovoj toroida spremeni za  $d\Phi = (\mu\mu_0 nIc/2\pi) \ln(R_2/R_1) dI$  in v vsakem ovoju se inducira napetost  $d\Phi/dt$ . V celotnem toroidu ( $n$  ovojev) se tako inducira napetost:

$$U_i = -nd\Phi/dt = -(\mu\mu_0 n^2 c/2\pi) \ln(R_2/R_1) dI/dt = -LdI/dt$$

Induktivnost toroida je torej dana z izrazom:

$$L = (\mu\mu_0 n^2 c/2\pi) \ln(R_2/R_1) \quad (4.11)$$

Z  $R_2 - R_1 = a$  označimo širino prečnega preseka toroida. Za  $a/R_1 \ll 1$  (skoraj raven toroid) se izraz  $\ln(R_2/R_1) = \ln(1 + a/R_1)$  poenostavi v  $\cong a/R_1$  in induktivnost toroida se izenači z induktivnostjo dolge tuljave (4.10) s presekom  $S = ac$  in dolžino  $b = 2\pi R_1$ .

### Medsebojna induktivnost

Tokovna zanka (I na sliki 4.18) s tokom  $I_1$  ustvarja v svoji okolici magnetno polje. V tem polju se npr. zadržuje druga zanka (II). Skoznjo »teče« magnetni pretok  $\Phi_2$ , ki je premo sorazmeren s tokom  $I_1$  v prvi zanki:  $\Phi_2 = \text{konst} \cdot I_1$ . Če se tok  $I_1$  v prvi zanki spreminja s časom, se spreminja tudi pretok  $\Phi_2$  skozi drugo zanko in v njej se inducira napetost:

$$U_2 = -d\Phi_2/dt = -\text{konst} \cdot dI_1/dt$$

$$U_2 = -L_{12} dI_1/dt \quad (4.12)$$

Sorazmernostna konstanta  $L_{12}$  med napetostjo, inducirano v drugi zanki, in časovnim odvodom toka v prvi zanki se imenuje (po analogiji z lastno

induktivnostjo, 4.9) **medsebojna induktivnost** zank I in II.

Z medsebojno induktivnostjo izrazimo vpliv spremembe toka v eni zanki na inducirano napetost v drugi zanki, ki je v magnetnem polju prve. Seveda je medsebojna induktivnost zank odvisna od oblike in velikosti posameznih zank ter pravzaprav vsem od njune medsebojne lege in oddaljenosti.

Vlogi zank I in II lahko obrnemo. Tok  $I_2$  npr. teče skozi zanko II in iščemo napetost  $U_1$ , ki se inducira v zanki I zaradi spremembe toka v zanki II. Dobimo:

$$U_1 = -L_{21} dI_2/dt \quad (4.12)$$

Računi (čeprav jih je težko in dolgovезno izpeljati) pa kažejo, da je  $L_{21} = L_{12}$ . To pomeni, da kakršen magnetni pretok teče skozi drugo zanko pri toku  $I_1 = 1$  A v prvi zanki, takšen pretok teče tudi skozi prvo zanko pri toku  $I_2 = 1$  A v drugi.

O enakosti  $L_{21} = L_{12}$  se lahko prepričamo le, če tudi druga tuljava dolga. Za kratko tuljavo pa bil račun praktično nemogoč (razen numerično z računalnikom).

### Primer:

Dolga tuljava (preseki  $S$ ,  $n_1$  ovojev na dolžini  $b$ ) obdana z  $n_2$  ovoji druge tuljave (slika 4.19). Kolikšna je medsebojna induktivnost obeh tuljav?

Pri toku  $I_1$  v dolgi tuljavi teče skoznjo magnetni pretok:

$$\Phi = BS = \mu_0 n_1 S I_1 / b$$

Enak pretok objema tudi druga tuljava. Zato se ob spremembi toka  $I_1$  v prvi tuljavi inducira v vsakem ovoju druge tuljave napetost  $d\Phi/dt$ . V celotni se v drugi tuljavi inducira napetost:

$$U_2 = -n_2 d\Phi/dt = -(\mu_0 n_1 n_2 S / b) dI_1/dt = -L_{12} dI_1/dt$$

in dobimo:

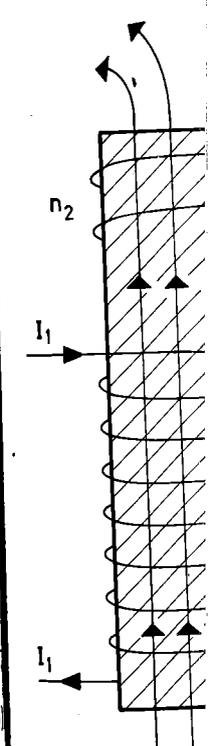
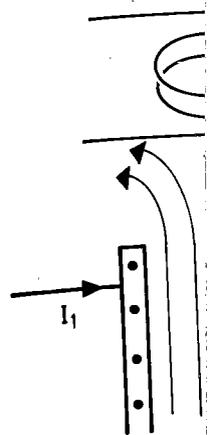
$$L_{12} = \mu_0 n_1 n_2 S / b \quad (4.13)$$

Njuna medsebojna induktivnost se poveča za faktor  $\mu$ , če dolgo tuljavo napolnimo s feromagnetno snovjo.

Na sliki 4.20 je druga tuljava položena nad ustje prve. Če skozi prvo tuljavo spustimo tok  $I_1$ , se v drugi inducira le majhna napetost. Večina magnetnega pretoka, ki ga povzroča tok  $I_1$  v prvi tuljavi, se namreč ob ustju razprši in druga tuljava

prestreže le majhna medsebojna induktivnost.

Drugače je, če v tuljavi uporabimo feromagnetno snov. »posrka« tokovnice, ki preteče skozi celoten magnetni pretok skozi drugo. Razlika je v obravnavanju objema prvo.



...ojna induktivne

...zrazimo vpliv sp...  
...ducirano napete...  
...etnem polju prv...  
...vost zank odvis...  
...znih zank ter pre...  
...ge in oddaljenos...

...no. Tok  $I_2$  npr. te...  
...ost  $U_1$ , ki se ind...  
...be toka v zanki

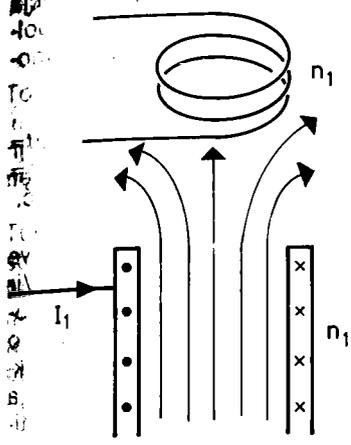
(4.12)

...n dolgovezno izpe...  
...2. To pomeni tole...  
...skozi drugo zank...  
...takšen pretok te...  
... $I_2 = 1\text{ A}$  v drugi.

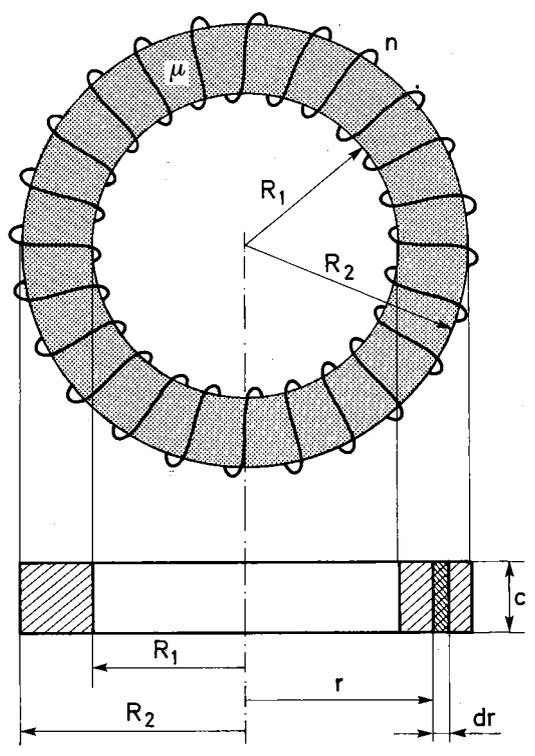
...prepričamo le, če...  
...ratko tuljavo pa...  
...(razen numeričn...

...reže le majhen del. V tem primeru je torej...  
...sebojna induktivnost obeh tuljav majhna.

...gače je, če v tuljavo položimo dolgo palico iz...  
...magnetne snovi (slika 4.21). Taka snov...  
...osrka« tokovnice (gl. str. 112) in spelje prak...  
...eno celoten magnetni pretok iz prve tuljave...  
...zi drugo. Razmere so zdaj podobne kot v zgo...  
...obrnovanem primeru, kot da druga tuljava...  
...jema prvo.



slika 4.20



slika 4.17

...jev na dolžini b) ...  
...ljave (slika 4.19) ...  
...ktivnost obeh tu...

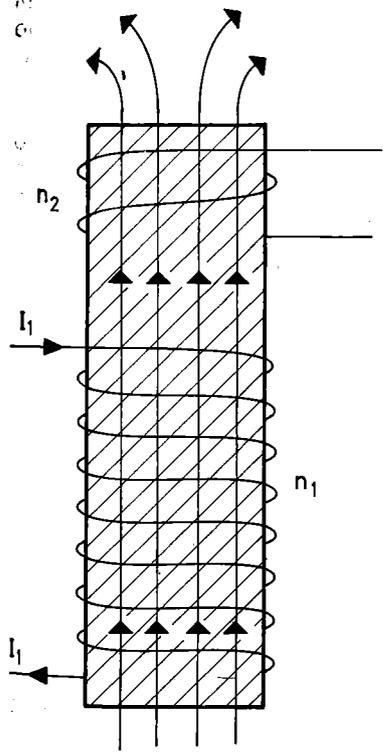
...skožno magnetri...

...ja tuljava. Zato se...  
...javi inducira v vsa...  
...ost  $d\Phi/dt$ . V celot...  
...etost:

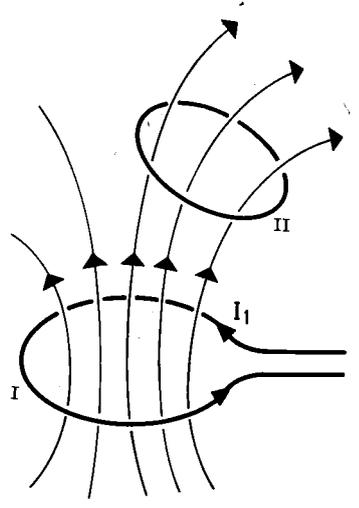
$b) dl_1/dt =$

(4.13)

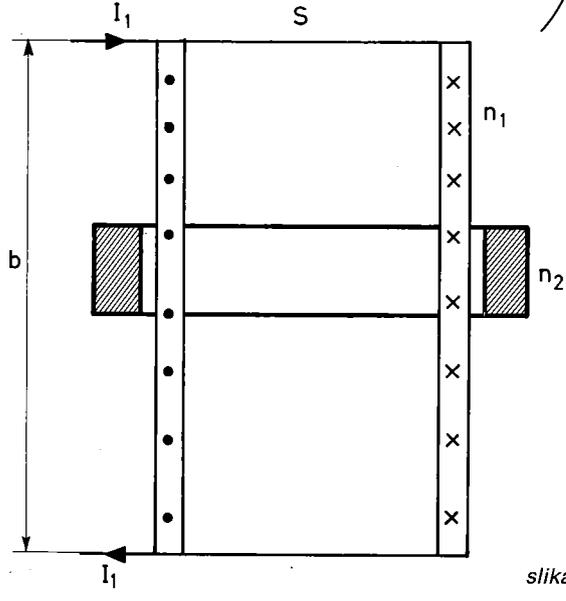
...t se poveča za fak...  
...o s feromagnetno



slika 4.21



slika 4.18



slika 4.19

...oložena nad ustje...  
...ustimo tok  $I_1$ , se...  
...etost. Večina mag...  
...oča tok  $I_1$  v prvi...  
...rši in druga tuljava

## Tok v tuljavi

Ob vsaki spremembi toka skozi tuljavo reagira tuljava z inducirano napetostjo, ki nasprotuje spremembi toka. Če zunanji vir napetosti povečuje tok skozi tuljavo (npr. po začetnem vklopu, ko se tuljava začne polniti), mora premagovati inducirano napetost, ki nasprotuje povečevanju toka. Nasprotuje tem močnejše (in vir napetosti mora zato biti tem močnejši), čim večja in čim hitrejša je sprememba toka ter čim večja je induktivnost tuljave. Ta pojav je zato izrazit predvsem v tuljavi z veliko ovoji ter s feromagnetnim jedrom. Ko se tok skozi tuljavo ustali, se inducirana napetost zmanjša. Ob izkloplitvi vira napetosti bi moral tok skozi tuljavo hipoma prenehati; magnetni pretok tuljave bi se moral hipoma sesesti (zmanjšati na nič). To pa se ne zgodi zaradi inducirane napetosti, ki požene skozi tuljavo tok v enaki smeri, kot je tekel prvotni tok, kar zadržuje prvotni magnetni pretok tuljave.

Ta pojav lepo ilustrira poskus na sliki 4.22. Na skici a teče skozi tuljavo stalen tok v enaki smeri kot skozi vzporedno priključeni ampermeter (kazalec ampermetra se npr. odkloni v levo). Brž ko izklopimo vir napetosti (skica b), se v tuljavi inducira napetost, ki poganja tok skozi tuljavo v enaki smeri, kot je tok tekel prvotno. Ta inducirani tok teče skozi ampermetrovo vejo v obratni smeri (kazalec se zdaj odkloni v desno). Po izklopu napetostnega vira sestavljata tuljava in ampermeter zaključen tokovni krog, po katerem poganja tok napetost, inducirana v tuljavi.

Poglejmo, kako se tok skozi tuljavo spreminja s časom potem, ko na tuljavo priključimo stalno napetost  $U_0$  (slika 4.23). Ohmsko upornost same tuljave in morebitno priključenega upornika upoštevamo kot upornost  $R$  zaporedno priključenega upornika. V tuljavi inducirano napetost ( $-LdI/dt$ ) obravnavamo kot gonilno napetost, ki se dodaja napetosti  $U_0$  zunanjega vira, zato je na uporniku  $R$  napetost:

$$U_0 + (-LdI/dt) = IR \quad \text{ali} \quad U_0 = RI + LdI/dt$$

V začetku, ko je tok  $I$  še majhen, je večji del napetosti  $U_0$  vira na tuljavi, zato se tok močno spreminja (povečuje). Sčasoma, ko se tok skozi tuljavo ustali na končni vrednosti ( $I_0$ ), se napetost na tuljavi zmanjša, na uporniku  $R$  pa poveča. Na koncu je vsa napetost vira  $U_0$  na uporniku  $R$  in skozi tuljavo teče stalen tok  $I_0 = U_0/R$  (inducirane ni več). Vidimo, da se med polnjenjem napetost vira seli s tuljave na upornik.

Zgornjo enačbo preuredimo in integriramo, upoštevajoč začetni pogoj:  $I = 0$  za  $t = 0$ . Dobimo:

$$\begin{aligned} dI/(U_0 - IR) &= dt/L \\ \ln U_0 - \ln(U_0 - IR) &= (R/L)t \end{aligned}$$

ali po antilogaritmiranju:

$$I = (U_0/R)(1 - \exp(-Rt/L)) \quad (4.14)$$

Časovni potek toka skozi tuljavo med polnjenjem je skiciran na sliki 4.24. Vidimo, da se tok polnjenja eksponentno približuje končni vrednosti  $= U_0/R$ , ki jo doseže po zelo dolgem času. Tempo približevanja končni vrednosti (kako hitro tuljava polni) je odvisen od časovne konstante

$$\tau = L/R \quad (Vs/A) (A/V) = s \quad (4.15)$$

Čim večja je induktivnost  $L$  tuljave in čim manjša je upornost  $R$  priključenega upornika (čim večja je časovna konstanta  $\tau$ ), tem dlje časa traja polnjenje, tem kasneje se tok približa končni vrednosti  $I_0$ .

V tuljavi inducirana napetost:  $U_i = -LdI/dt = -U_0 \exp(-Rt/L)$  je največja v začetku ( $t = 0$ ),  $U_i = -U_0$ , nato se eksponentno zmanjšuje do nič.

Počasno naraščanje toka med polnjenjem tuljave se lepo demonstrira pri poskusu na sliki 4.25. Če na stalne napetosti je prek stikala  $S$  priključen vzporedni tokovni krog, ki vsebuje upornik  $R$  in tuljavo. Tuljava ima enako ohmsko električno upornost  $R$  kot upornik. V vejah tuljave in upornika sta kot indikatorja toka vključeni še enaki žarnici. Ko vklopimo stikalo  $S$ , žarnica v upornikovi veji takoj močno zasveti, v tuljavini veji pa zasveti kasneje. Na koncu (ko se tok ustali in induktivnost tuljave ni več pomembna) svetita obe žarnici enako močno (ker imata tuljava in upornik enako ohmsko upornost, sta končna tokova v obeh vejah enaka).

Recimo, da polno tuljavo s tokom  $I_0$  izpraznimo tako, da jo kratko sklenemo prek upornika  $R$  (slika 4.26, glej tudi sliko 4.22b). Tok  $I$  skozi upornik  $R$  tokrat poganja v tuljavi inducirana napetost  $-LdI/dt$ . Napetost na tuljavi je enaka napetosti na uporniku, zato velja:

$$-LdI/dt = IR \quad \text{ali} \quad dI/I = -(R/L)t$$

Integriramo z začetnim pogojem:  $I = I_0$  za  $t = 0$  in dobimo:

$$I = I_0 \exp(-t/\tau) \quad (4.16)$$

Tu je  $\tau = L/R$  identičen s časovno konstanto polnjenja tuljave (4.15). Časovni potek toka med praznjenjem tuljave je skiciran na sliki 4.27. Tok  $I$  ne preneha nenadoma, ampak se eksponentno zmanjšuje do nič. Tempo praznjenja tuljave je tem počasnejši, čim večja je časovna konstanta  $\tau = L/R$  praznjenja (to je, čim večja je induktivnost tuljave in čim manjša je ohmska upornost tokovnega kroga). Tuljava se hipoma izprazni le, če je njena induktivnost zanemarljivo majhna. Pri veliki induktivnosti (tuljava ima npr. feromagnetno jedro) pa se tok praznjenja po izklopu napetosti le počasi zmanjšuje. Zaradi tega npr. nastane močna iskra, če prekinemo tokovni krog, v katerega so bili vključeni elementi z veliko induktivnostjo (npr. elektromotor).

## Energija magne

Ko tuljavo s tokom  $I$  priključimo na upornik  $R$  (slika 4.26) se tok eksponentno zmanjšuje:  $I = I_0 \exp(-Rt/L)$  in moč  $I^2 R$  (gl. 2.13) potemtakem v uporniku delo:

$$\begin{aligned} A &= \int I^2 R dt = R \int I^2 dt \\ &= LI_0^2/2 \end{aligned}$$

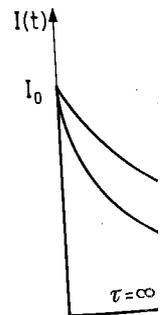
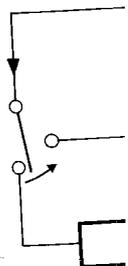
To delo je lahko pomisliti, da ima tuljava z inducirano napetostjo  $U_i$  v svojem magnetnem polju:  $U_i = -LdI/dt$

Tuljavi dá energija, ki jo tuljava uporablja za polnjenje tuljave poveča o, mora vir napetosti  $U_0$  ustvariti napetost  $LdI/dt$  in s tem potemtakem v č...

$$dA = (LdI/dt)I dt$$

Da se tok  $I$  v tuljavi zmanjša, je potrebno delo, ki ga vir napetosti  $U_0$  opravi pri tuljavi napetostja:

$$A = \int dA = \int L I dI$$



vo med polnjenjem, da se tok polni končni vrednosti oblgem času. Temi (kako hitro časovne konstante

= s (4.

ljave in čim manjši upornika (čim več dlje časa traja polnjenja končni vrednosti

st:  $U_i = -L di/dt$  / začetku ( $t = 0$ ,  $U_i$  zmanjšuje do nič

polnjenjem tuljave su na sliki 4.25. Tuljava ima enak t R kot upornik sta kot indikator i. Ko vklopimo stveji takoj močno asveti kasneje. Nektivnost tuljave rnični enako močno nako ohmsko upor eh vejah enaka).

okom  $I_0$  izpraznimno prek upornika 4.22b). Tok  $I$  skoz tuljavi inducirana tuljavi je enak elja:  $(R/L)t$  em:  $I = I_0$  za  $t = 0$  i (4.16)

časovno konstante rni potek toka med n na sliki 4.27. Tok ak se eksponentno aznjenja tuljave je časovna konstanta ečja je induktivnost ka upornost tokov na izprazni le, če je ljlivo majhna. Pri ma npr. feromagznjenja po izklopu e. Zaradi tega npr. nemo tokovni krog, elementi z veliko tor).

### Energija magnetnega polja

Tuljavo s tokom  $I_0$  kratko sklenemo prek upor  $R$  (slika 4.26), steče skozi upornik tok  $I \exp(-Rt/L)$  in v uporniku se troši električna energija  $I^2 R$  (gl. 2.13). Med praznjenjem tuljave se v uporniku  $R$  potroši električna energija  $W$ :

$$W = \int I^2 R dt = RI_0^2 \int \exp(-2Rt/L) dt = RI_0^2 L / 2R = LI_0^2 / 2$$

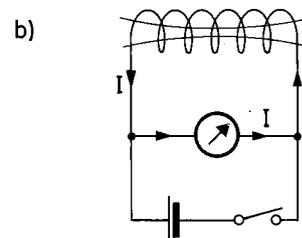
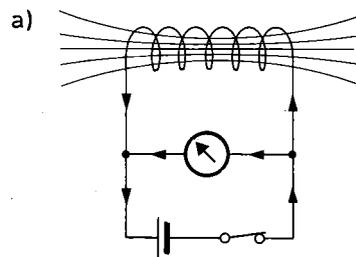
Delo je lahko prišlo le iz tuljave. Sklepamo, da je delo, ki ga tuljava z induktivnostjo  $L$  pri toku  $I_0$  shranjuje (v svojem magnetnem polju) **energija magnetnega polja**:  $W_{mp} = LI_0^2 / 2$ .

Tuljavi dá energijo magnetnega polja vir napetosti, ki tuljavo napolni s tokom. Da se tok skozi tuljavo poveča od 0 do končne vrednosti npr.  $I$ , mora vir napetosti premagovati inducirano napetost  $L di/dt$  in s tem opravljati delo. Pri toku  $I$  mora potemtakem v času  $dt$  opraviti delo:

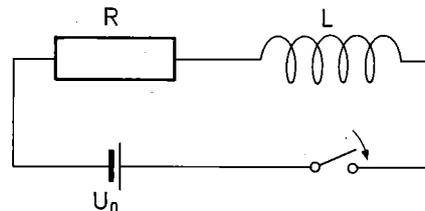
$$dA = (L di/dt) i dt = L i di$$

Da se tok  $I$  v tuljavi z induktivnostjo  $L$  poveča za  $dI$ , je potrebno delo  $L dI$ . Celotno delo  $A$ , s katerim tuljavo napolnimo s tokom  $I$ , potemtakem znaša:

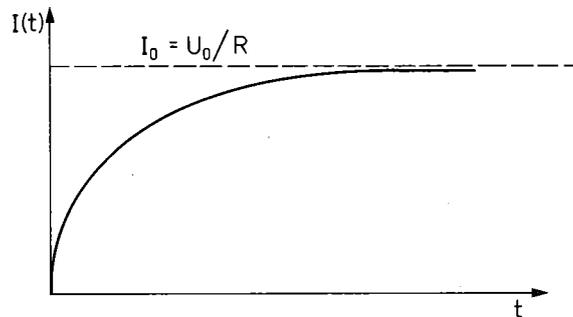
$$A = \int dA = \int L I dI = LI^2 / 2 \quad (4.17)$$



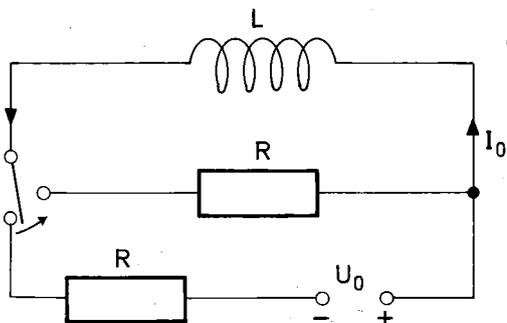
slika 4.22



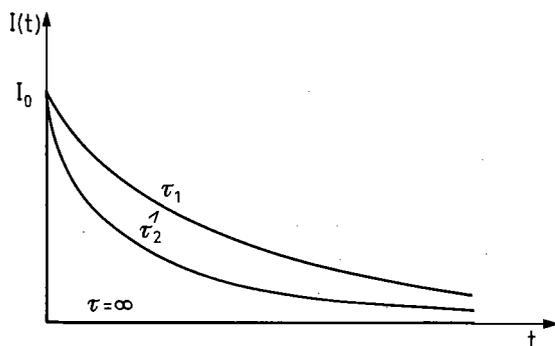
slika 4.23



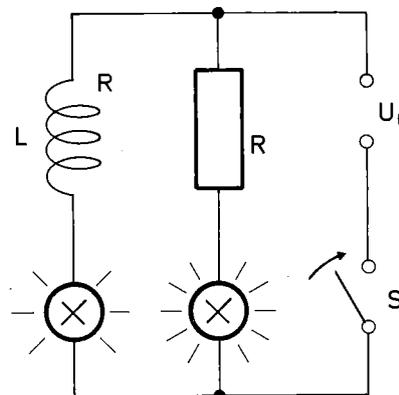
slika 4.24



slika 4.26



slika 4.27



slika 4.25

To delo se naloži v tuljavi v obliki energije magnetnega polja:

$$A = W_{mp}$$

(Podobno smo za električno polje ugotovili, gl. str. 33, da se delo pri polnjenju kondenzatorja shrani kot energija električnega polja). **Energijo magnetnega polja** ( $W_{mp}$ ) želimo izraziti s količino, ki podaja jakost polja, npr. s  $H$  ali z  $B = \mu\mu_0 H$ . Za dolgo tuljavo velja:  $H = nI/b$  (gl. 3.18b) ter  $L = \mu\mu_0 n^2 S/b$  (gl. 4.10). Dobimo:

$$W_{mp} = LI^2/2 = (\mu\mu_0 H^2/2)Sb$$

Predpostavljamo, da se magnetno polje dolge tuljave zadržuje v njeni notranjosti, kjer je homogeno.  $Sb = V$  je torej volumen polja. Na enoto volumna magnetnega polja potemtakem odpade energija:

$$W_{mp}/V = \mu\mu_0 H^2/2 = B^2/2\mu\mu_0 \quad \text{Gostota energije magnetnega polja} \quad (4.18)$$

Zgoraj smo računali energijo homogenega magnetnega polja v notranjosti dolge tuljave. V splošnem pa je magnetno polje nehomogeno; jakost  $H$  se spreminja s krajem. Celotni volumen ( $V$ ) polja razdelimo na diferencialne elemente  $dV$ . Vsak od teh je dovolj majhen, da je polje v njegovi notranjosti praktično homogeno. V volumenskem elementu  $dV$  s kraja, kjer je jakost polja  $H$ , je energija magnetnega polja:

$$dW_{mp} = (\mu\mu_0 H^2/2)dV$$

Energija celotnega polja pa je:

$$W_{mp} = \int dW_{mp} = (\mu\mu_0/2) \int H^2 dV \quad (4.19)$$

S pomočjo izraza za energijo magnetnega polja lahko določimo induktivnost poljubne tokovne zanke. Poiščemo celotno energijo magnetnega polja v odvisnosti od toka  $I$  v tokovni zanki, to izrazimo kot  $LI^2/2$  in odtod izračunamo  $L$  zanke.

#### Primeri:

1. Koliko energije je shranjene v magnetnem polju 50 cm dolge tuljave (prečni presek 10 cm<sup>2</sup>, 1000 ovojjev) pri toku 10 A?

$$H = nI/b = 2 \cdot 10^4 \text{ A/m} \\ W_{mp} = \mu_0 H^2 S b / 2 = 0,126 \text{ J}$$

Energija magnetnega polja se opazno poveča, če dodamo feromagnetno snov.

2. S pomočjo energije magnetnega polja poišči induktivnost  $L'$  na enoto dolžine koaksialnega kabla. Notranji plašč ima polmer  $R_1$ , zunanji  $R_2$ , dolžina kabla je  $b$ .

Po površini zunanjega valjastega plašča teče tok  $I$  npr. v desno (slika 4.28). Enako velik tok teče po površini notranjega plašča v nasprotni smeri, tj. v levo. S pomočjo zakona o magnetni napetosti (3.20) se prepričamo, da je magnetno polje v prostoru med obema plaščema; povzroča ga tok  $I$  z notranjega plašča. Polje je osno simetrično, podobno kot v okolici ravnega vodnika s tokom  $I$  (gl. 3.18a):

$$H = I/2\pi r \quad \text{za } R_1 < r < R_2 \\ H = 0 \quad \text{za } r < R_1 \text{ in } r > R_2 \quad (4.20)$$

Zaradi valjaste simetrije razdelimo volumen magnetnega polja na tanke koaksialne valjaste plasti. Plast s polmerom  $r$ , debelino  $dr$  in dolžino  $b$  ima volumen  $dV = 2\pi r dr b$ . V njej je shranjena energija:  $dW_{mp} = (\mu_0 I^2/2) dV = (\mu_0 I^2 b/4\pi) dr/r$ . Celotna energija magnetnega polja v koaksialnem kablu je:

$$W_{mp} = \int dW_{mp} = (\mu_0 I^2 b/4\pi) \int dr/r = (\mu_0 I^2 b/4\pi) \ln(R_2/R_1) = LI^2/2$$

Torej ima enota dolžine kabla induktivnost:

$$L' = L/b = (\mu_0/2\pi) \ln(R_2/R_1) \quad (4.21)$$

## Izmenična napetost

Do zdaj smo razpravljali o enosmerni napetosti oziroma o enosmernem toku. Enosmerna napetost poganja tok stalno v eni in isti smeri. Njen predznak je stalen, čeprav se njena velikost lahko spreminja (slika 4.29 a, b). Poleg enosmerne napetosti je pomembna tudi **izmenična napetost**, katere predznak se **izmenično (periodično) spreminja s časom**. Izmenična napetost poganja tok (izmenični tok) zdaj v eno smer, zdaj v drugo itd. Električni delci pod vplivom izmenične napetosti nihajo sem ter tja. Časovni potek izmenične napetosti je odvisen od vira napetosti; napetosti npr. lahko zobčasta ali žagasta (slika 4.29 c, d). Podrobneje bomo obravnavali **harmonično izmenično napetost**, ki se s časom spreminja sinusno ali kosinusno (slika 4.29 d).

Harmonična izmenična napetost se npr. inducira v palici, ki kot gugalnica niha v homogenem magnetnem polju harmonično sem ter tja ( $U = b\dot{x}B$  (slika 4.30)). Tu je  $v$  hitrost harmonično nihajoče palice:  $v = v_0 \cos(\omega t)$ ,  $\omega$  = lastna frekvenca nitnega nihala =  $\sqrt{g/l}$ ,  $v_0$  = največja hitrost palice =  $x_0 \omega$ ,  $x_0$  = največji odmik palice iz ravnovesne lege (gl. 4. del, str. 112).

$$U = U_0 \cos(\omega t) \\ U_0 = \text{amplituda napetosti} = x_0 b B \sqrt{g/l}$$

Z nihanjem vodnika v magnetnem polju sicer lahko proizvajamo harmonično izmenično napetost, vendar to ni praktično. Pogosteje vrtimo

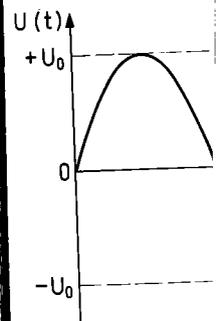
tuljavo. V drugem izpeljali izraz za napetost. Če se ta vrtil v harmonično enakomerno s stalno hitrostjo, je napetost:  $U = U_0 \sin(\omega t)$

Amplituda nastale napetosti:

$$U_0 = nS\omega B$$

je tem večja, čim večji je presek tuljave, čim večji je predvsem, čim hitreje se vrtil. Njena frekvenca je enaka frekvenci vrtila.

Izmenična napetost ima amplitudno vrednost  $U_0$ . Če je vrtil ovojji tuljave sekantno, to je ko se tokovi vrtili (φ = 90°). Napetost je ravna tuljave p...



V drugem primeru na strani 121 smo dali izraz za napetost, ki se inducira v zanki, ta vrtili v homogenem magnetnem polju kotno s stalno hitrostjo  $\omega$ . V vrteči tuljavi z  $n$  ovoji (slika 4.31) se zato inducira napetost:

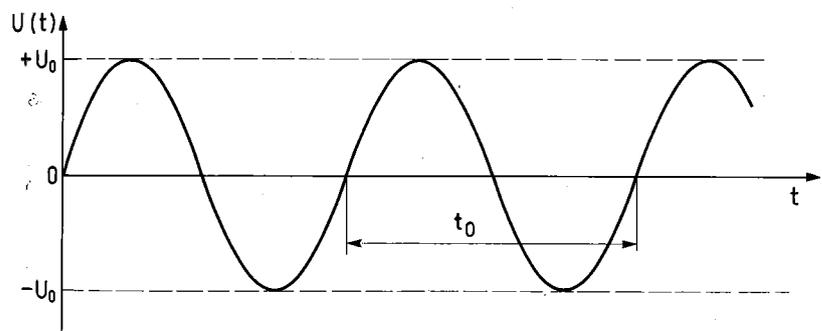
$$U = U_0 \sin(\omega t) \quad (4.22)$$

Amplituda nastale harmonične izmenične napetosti:

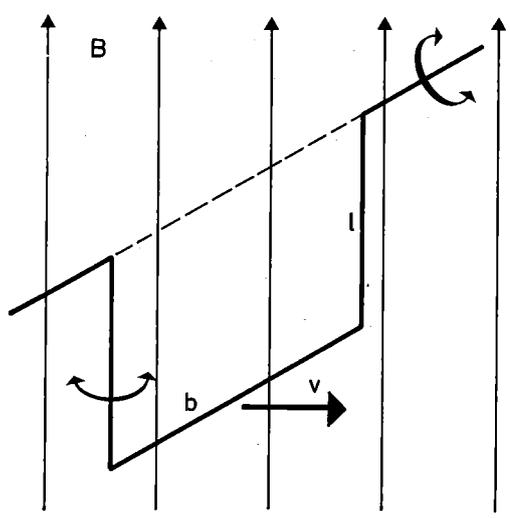
$$U_0 = nS\omega B$$

Čim večja, čim več ovojev in čim večji presek tuljave, čim močnejše je magnetno polje ter čim hitreje se tuljava vrtili. Na sliki 4.32 časovni graf sinusne izmenične napetosti. **Največja frekvenca**  $\nu = 1/t_0$  ( $t_0$  = nihajni čas) je **enaka frekvenci vrtenja tuljave**.

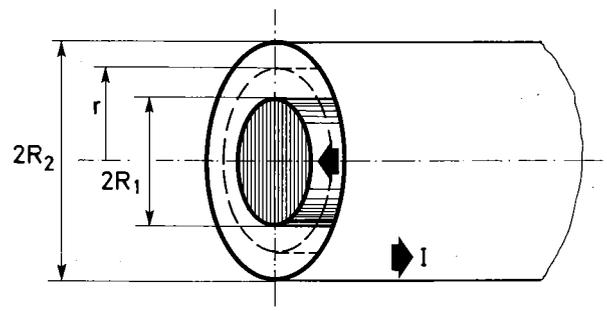
Izmenična napetost v vrteči se tuljavi doseže amplitudno vrednost ( $U = \pm U_0$ ) v trenutkih, ko ovoji tuljave sekajo tokovnice pod pravim kotom, to je ko se tokovnice »uležejo« v ravnino tuljave ( $\varphi = 90^\circ$ ). Napetost pa je nič v trenutkih, ko je ravnina tuljave pravokotna na tokovnice ( $\varphi = 0^\circ$ ).



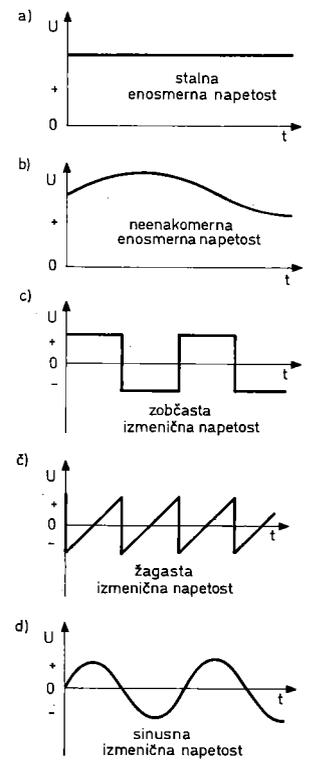
slika 4.32



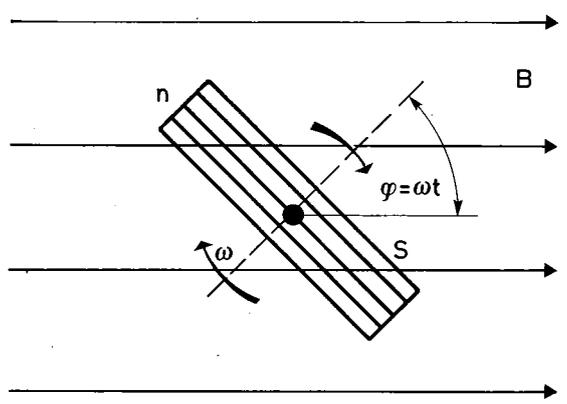
slika 4.30



slika 4.28



slika 4.29



slika 4.31

Enosmerni napetost  
Enosmerna napetost  
in isti smeri. Njena  
velikost lahko  
Poleg enosmerne  
**izmenična napetost**  
(periodično) spre  
metnost poganja to  
er, zdaj v drugo ito  
izmenične napetosti  
potek izmenične  
napetosti; napetost je  
ta (slika 4.29 c, d)  
**harmonično izme**  
spreminja sinusno

ost se npr. inducira  
ha v homogenem  
no sem ter tja  
hitrost harmonične  
,  $\omega$  = lastna frek  
= največja hitrost  
nik palice iz ravno

$x_0 b B \sqrt{g/l}$   
etnem polju sicer  
o izmenično nape  
Pogosteje vrtilimo

**Primer:**

S kolikšno frekvenco moramo vrteti tuljavo (600 ovojev, presek  $10 \times 10 \text{ cm}^2$ ) v homogenem magnetnem polju ( $B = 0,2 \text{ Vs/m}^2$ ), da se v njej inducira napetost z amplitudo 380 V?

$$\begin{aligned} U_0 &= nS\omega B \\ \omega &= U_0/nSB = 317/\text{s} \\ \nu &= \omega/2\pi = 50/\text{s} \end{aligned}$$

Če se napetost spreminja s časom:  $U = U(t)$  (vseeno ali se spreminja le velikost ali tudi predznak), je pomembna njena povprečna vrednost. **Povprečno napetost**  $\bar{U}$  definiramo z aritmetično sredino napetosti v posameznih trenutkih, to je z integralom:

$$\bar{U} = (1/t_0) \int_0^{t_0} U(t) dt \quad (4.23)$$

Povprečje se nanaša na čas  $t_0$ . Če je napetost periodična, je ta čas kar njen nihajni čas (perioda). Na časovnem grafu napetosti  $U(t)$  postavimo povprečje  $\bar{U}$  tako visoko, da je ploščina  $\bar{U}t_0$  (to je sunek povprečne napetosti  $U$  v času  $t_0$ ) enaka dejanski ploščini (sunku dejanske spremenljive napetosti). (Slika 4.33)

Poljubno časovno spremenljivo napetost lahko predstavimo kot vsoto povprečne napetosti ( $\bar{U}$ ) in izmenične komponente ( $U_-$ ):

$$U(t) = \bar{U} + U_-$$

Zadnja pove, kako celotna napetost varira okrog povprečne vrednosti. V tem poglavju se zanimamo le za izmenično komponento.

Povprečna vrednost sinusne izmenične napetosti,  $U = U_0 \sin(\omega t)$ , je seveda nič, saj ta napetost variira okrog nič, enako v pozitivno smer kot v negativno:

$$\begin{aligned} \bar{U} &= (U_0/t_0) \int_0^{t_0} \sin(\omega t) dt = (U_0/\omega t_0) [1 - \cos(\omega t_0)] = \\ &= 0, \text{ ker je } \omega = 2\pi/t_0. \end{aligned}$$

Poleg povprečne napetosti ( $\bar{U}$ ) nas pogosto zanima tudi **efektivna napetost** ( $U_{ef}$ ) ali efektivna vrednost napetosti. Definirana je kot **koren povprečja kvadratov trenutnih vrednosti napetosti**:

$$U_{ef}^2 = (1/t_0) \int_0^{t_0} U^2(t) dt \quad (4.24)$$

Tako definirana efektivna napetost se pojavlja npr. v izrazu za povprečno moč izmenične napetosti (str. 138).

**Primer:**

1. Poišči efektivno vrednost sinusne izmenične napetosti:  $U = U_0 \sin(\omega t)$ .

$$\begin{aligned} U_{ef}^2 &= (U_0^2/t_0) \int_0^{t_0} \sin^2(\omega t) dt = \\ &= (U_0^2/2t_0) \int_0^{t_0} [1 - \cos(2\omega t)] dt = \\ &= (U_0^2/2t_0) [t_0 - \sin(2\omega t_0)/2] = \\ &= U_0^2/2 \quad \text{ali} \end{aligned}$$

$$U_{ef} = U_0/\sqrt{2}$$

**Efektivna vrednost sinusne izmenične napetosti je  $\sqrt{2}$ -krat manjša od njene amplitudne vrednosti.** Običajna (enofazna) mrežna napetost amplitudo  $U_0 = 310 \text{ V}$  in efektivno vrednost  $= 220 \text{ V}$ . Navadno navajamo efektivno vrednost napetosti (ker ta nastopa v izrazu za povprečno moč).

2. Določi efektivno vrednost žagaste izmenične napetosti s slike 4.29č.

$$\begin{aligned} U(t) &= U_0(2t/t_0 - 1) \text{ za } 0 < t < t_0 \\ U_{ef}^2 &= (U_0^2/t_0) \int_0^{t_0} (2t/t_0 - 1)^2 dt = U_0^2/3 \quad \text{ali} \\ U_{ef} &= U_0/\sqrt{3} \end{aligned}$$

Kolikšna pa je efektivna vrednost stopničaste izmenične napetosti s slike 4.29c?

**Izmenični tok**

Izmenična napetost pošilja skozi tokovni krog izmenični tok, katerega smer se izmenično spreminja. Pričakujemo, da se izmenični tok spreminja s časom podobno kot priključena izmenična napetost, npr. harmonično s frekvenco priključene napetosti. Ni pa nujno, da tok niha sočasno z gonilno napetostjo; lahko je prehitena ali zaostaja za njo. Fazna razlika med nihanjem toka in napetosti je gotovo odvisna od vrste tokovnega kroga, od tega, iz katerih elementov je krog sestavljen. Najprej nekaj osnovnih primerov.

**Izmenični tok skozi ohmski upornik.** V električnem krogu je le ohmski upornik z upornostjo  $R$ . Ohmovega zakona sledi, da je tok  $I$  skozi upornik  $R$  v vsakem trenutku premo sorazmeren s priključeno napetostjo:  $I = U/R$ . Kakor se spreminja napetost, tako se spreminja tudi tok.  $I = U_0 \sin(\omega t)$  je tudi:

$$I = U/R = (U_0/R) \sin(\omega t) = I_0 \sin(\omega t) \quad (4.25)$$

$I_0 = U_0/R$  je amplituda toka. V ohmskem toku sočasno pozitivni in negativni napetosti in tok brez zakasne čene izmenične

**Izmenični tok skozi kondenzator** teče elektromagnetni tok s časom (glej prazenjem kapacitivnega toka ni (seveda, torej in s tem tok, ki jo priključimo in prazni kondenzator polnjenje, nastane izmenični tok).  
krog.

Naboj kondenzatorja sorazmerno s časom, kjer je  $C$  kapacitivnost. Ker tok  $I$  spreminja:

$$I = dQ/dt = C dU/dt$$

Amplitudo toka izrazimo v obliki  $I_0 = U_0/C$ , t.i. **kapacitivna**  $= 1/\omega C$ :

$$I_0 = U_0/R_c$$

$$R_c = 1/\omega C$$

Kondenzator v toku (kar pomeni, da ima amplitudo napetosti) njegova kapacitivnost pri določeni frekvenci lahko obravnavamo kot nič; tega torej ne smemo neskončno verjetno praktično kra-

iz enačbe (4.25) prehitena pri  $\omega t = \pi/2$ ; če se nihanje napetosti spreminja s časom, se tok spreminja s časom kondenzatorja se tedaj ustavi kondenzatorja napetost kondenzatorja njenja poveča ( $I = 0$ ), je tok pozitiven, zator se prič-

**Izmenični tok skozi upornik** (običajno) zaradi tega (smerni) tok, majhni napetosti se tok spre-

$U_0/R$  je amplituda nastalega izmeničnega toka. V ohmskem tokovnem krogu niha izmenični tok sočasno s priključeno izmenično napetostjo. Pozitivni napetosti ustreza pozitivni tok, negativni napetosti pa negativni tok. Izmenični tok brez zakasnitve sledi spremembam priključene izmenične napetosti.

**Izmenični tok skozi kondenzator.** Skozi kondenzator teče električni tok  $i$ , če se napetost spreminja s časom (gl. str. 48), npr. med polnjenjem ali praznjenjem kondenzatorja. Pri stalni napetosti tok ni (seveda, tok bi spremenil naboj kondenzatorja in s tem tudi napetost). Izmenična napetost, ko priključimo na kondenzator, izmenoma polni in prazni kondenzator. Eni smeri toka ustreza polnjenje, nasprotni smeri pa praznjenje. Torej izmenični tok lahko teče skozi kondenzatorski krog.

Naboj kondenzatorja ( $e$ ) se spreminja premo sorazmerno s priključeno napetostjo:  $e = CU$ , kjer je  $C$  kapacitivnost kondenzatorja (gl. l. 34). Tok  $i$  spreminja naboj  $e$  na kondenzatorju, velja:

$$i = de/dt = CU_0\omega\cos(\omega t) = I_0\sin(\omega t + \pi/2) \quad (4.26)$$

Amplitudo toka skozi kondenzator ( $I_0 = U_0\omega C$ ) izrazimo v obliki Ohmovega zakona kot kvocient amplitude  $U_0$  priključene izmenične napetosti in t.i. **kapacitivne upornosti kondenzatorja**:  $R_c = 1/\omega C$ :

$$I_0 = U_0/R_c$$

$$R_c = 1/\omega C$$

(4.27)

Kondenzator se tem manj upira izmeničnemu toku (kar pomeni, da je amplituda toka pri dani amplitudi napetosti tem večja), čim manjša je njegova kapacitivna upornost, to je, čim večja je frekvenca priključene napetosti in čim večja je njegova kapacitivnost. Stalen (enosmerni) tok lahko obravnavamo kot izmenični tok s frekvenco nič; tega torej kondenzator ne prevaja, zanj je neskončno velik upornik. Pač pa je kondenzator praktično kratek stik za visokofrekvenčni tok.

Iz enačbe (4.26) sledi, da tok skozi kondenzator prehiteva priključeno napetost za četrto nihaja ( $\pi/2$ ); če se napetost spreminja s časom sinusno, se tok spreminja kosinusno. Ko je napetost na kondenzatorju največja ( $=U_0$ ), je tok nič; naboji se tedaj ustavijo in začno teči v nasprotno smer, kondenzator se prične prazniti. Bolj ko se napetost kondenzatorja zmanjšuje, bolj se tok praznjenja povečuje. Ko je kondenzator prazen ( $U = 0$ ), je tok praznjenja največji ( $I = I_0$ ) in kondenzator se prične polniti v nasprotni smeri.

**Izmenični tok skozi tuljavo.** Tuljava je navita žica z (običajno) zelo majhno ohmsko upornostjo. Zaradi tega je tuljava kratek stik za stalen (enosmerni) tok, kar pomeni, da teče skozi njo kljub majhni napetosti velik (stalen) tok. Drugače je, če se tok spreminja s časom. Spreminjajoči se tok

inducira v tuljavi napetost, ki ovira njegovo spreminjanje. Zaradi indukcije se tuljava upira prevajanju izmeničnega toka (četudi je njena ohmska upornost majhna). Sklepamo, da se tuljava izmeničnemu toku tem bolj upira, čim večja je njena induktivnost  $L$  ter čim hitreje se tok spreminja s časom, to je čim večja je frekvenca  $\omega$  priključene napetosti.

Če je na tuljavo  $L$  priključena izmenična napetost  $U = U_0\sin(\omega t)$ , delujeta v tokovnem krogu gonilni napetosti  $U$  in  $U_i = -Ldi/dt$ . Njuna vsota mora biti nič (ker je  $R = 0$ ):  $U + (-Ldi/dt) = 0$  ali

$$U = U_0\sin(\omega t) = Ldi/dt \quad \text{ali}$$

$$di = (U_0/L)\sin(\omega t)dt$$

Po integraciji dobimo (integracijsko konstanto izpustimo):

$$i(t) = -(U_0/L\omega)\cos(\omega t) = I_0\sin(\omega t - \pi/2)$$

$$I_0 = U_0/L\omega = U_0/R_L$$

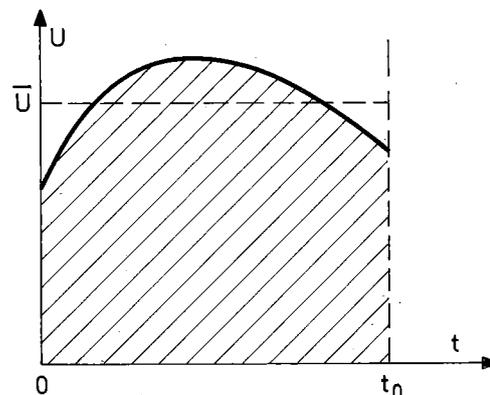
$$R_L = L\omega$$

(4.28)

Torej tok skozi tuljavo zaostaja za priključeno napetostjo za četrto nihaja; največjo vrednost doseže kasneje kot napetost. Seveda, saj se tuljava z indukcijo upira naraščanju toka, zato ta počasneje (oz. kasneje) narašča kot napetost.

Amplitudo izmeničnega toka skozi tuljavo ( $I_0 = U_0/L$ ) izrazimo z Ohmovim zakonom (podobno kot pri kondenzatorju, gl. 4.27) kot kvocient amplitude  $U_0$  priključene izmenične napetosti in t.i. **induktivne upornosti**  $R_L = L\omega$ . Ta je tem večja (kar pomeni, da je amplituda toka  $I_0$  pri dani amplitudi napetosti  $U_0$  tem manjša), čim večja je induktivnost tuljave in čim večja je frekvenca priključene napetosti, kar smo ugotovili že zgoraj. Tuljava tem slabše prevaja izmenični tok, čim večja je njegova frekvenca. Pravimo, da tuljava duši visokofrekvenčni tok (zato se tudi imenuje **dušilka**).

**Izmenični tok skozi zaporedno zvezane elemente R-C-L.** Izmenično napetost  $U = U_0\sin(\omega t)$  priključimo na zaporedno zvezane: ohmski upornik (upornost  $R$ ), kondenzator (kapacitivnost  $C$ ) in tuljavo (induktivnost  $L$ ). Kakšen tok  $i(t)$  teče skozi ta tokovni krog?



slika 4.33

Glede na obravnavane posebne primere pričakujemo, da teče skozi tokovni krog izmenični tok, ki se spreminja s časom sinusno z enako frekvenco  $\omega$  kot priključena napetost  $U$ , le da zaostaja za njo ali jo prehiteva (odvisno od vrednosti  $R$ ,  $C$ ,  $L$  in frekvence  $\omega$ ). Tudi amplituda toka  $I_0$  je gotovo odvisna od parametrov ( $R$ ,  $C$ ,  $L$  in  $\omega$  tokovnega kroga). Predpostavimo torej, da se izmenični tok skozi tokovni krog  $R-C-L$  spreminja s časom po enačbi:

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t - \phi) \quad (4.29)$$

Amplituda  $I_0$  in **fazni zaostanek** ( $\phi$ ) toka za napetostjo sta še neznanata. Za tokovni krog z ohmskim upornikom  $R$  npr. velja:  $I_0 = U_0/R$  in  $\phi = 0$  (gl. 4.25), za kondenzator  $C$ :  $I_0 = U_0/R_C$  in  $\phi = -\pi/2$  (gl. 4.27) in za tuljavo  $L$ :  $I_0 = U_0/R_L$  ter  $\phi = \pi/2$  (gl. 4.28). Za splošen tokovni krog  $R-C-L$  pa ju moramo še določiti.

Priključena izmenična napetost  $U = U_0 \sin(\omega t)$  se razdeli med posamezne zaporedno zvezane elemente: ohmski upornik  $R$  ima napetost  $IR$ , kondenzator napetost  $e/C$ , tuljava pa  $LdI/dt$ . Vsota teh napetosti je v vsakem trenutku enaka celotni priključeni napetosti:

$$U = IR + e/C + LdI/dt = U_0 \sin(\omega t) \quad (4.30)$$

Da bo v enačbi nastopala ena sama neznanata funkcija  $I(t)$  (zdaj je v enačbi tudi naboj  $e$ ), jo odvajamo po času  $t$  in upoštevamo  $I = de/dt$ . Dobimo diferencialno enačbo drugega reda za funkcijo  $I(t)$ :

$$Ld^2I/dt^2 + RdI/dt + IC = U_0 \omega \cos(\omega t) \quad (4.31)$$

Tej enačbi mora zadoščati naš nastavek (4.29) za tok  $I(t)$ . Neznana parametra  $I_0$  in  $\phi$  določimo tako, da je leva stran diferencialne enačbe (4.30) za vsak trenutek  $t$  enaka desni strani, da je torej nastavek (4.29) rešitev enačbe (4.30). Spomnimo se, da smo podobno računali, ko smo iskali rešitev za vsiljeno nihanje (I. del, str. 116). Poiščemo prvi in drugi odvod toka  $I$  (4.29) po času  $t$  in dobljena odvoda vstavimo v diferencialno enačbo (4.31). Preuredimo člene in združimo posebej one s faktorjem  $\cos(\omega t)$  ter posebej one s faktorjem  $\sin(\omega t)$ . Dobimo:

$$[U_0 \omega + (I_0/C - LI_0 \omega^2) \sin \phi - RI_0 \omega \cos \phi] \cos(\omega t) - [(I_0/C - LI_0 \omega^2) \cos \phi + RI_0 \omega \sin \phi] \sin(\omega t) = 0$$

Ta enačba je izpolnjena (leva stran je enaka desni) za vsak  $t$  le, če sta izraza v oglatih oklepajih nič. Tako dobimo enačbi za neznanki  $I_0$  in  $\phi$ :

$$\begin{aligned} I_0 R \cos \phi - I_0 (1/\omega C - L\omega) \sin \phi &= U_0 \\ I_0 R \sin \phi + I_0 (1/\omega C - L\omega) \cos \phi &= 0 \end{aligned}$$

Iz druge enačbe takoj izračunamo:

$$\operatorname{tg} \phi = (L\omega - 1/\omega C)/R = (R_L - R_C)/R \quad (4.32)$$

Neznanko  $I_0$  najenostavneje dobimo, če zgoraj enačbi kvadriramo in seštejemo, tako da  $\phi$  izgine in ostane:

$$I_0^2 R^2 + I_0^2 (1/\omega C - L\omega)^2 = U_0^2 \quad \text{ali}$$

$$I_0 = U_0/Z$$

$Z$  je t.i. **impedanca izmeničnega tokovnega kroga**:

$$Z = [R^2 + (R_C - R_L)^2]^{1/2}$$

Impedanca  $Z$  je splošna upornost tokovnega kroga proti prevajanju izmeničnega toka. V posebnih primerih je enaka:

$$\begin{aligned} Z &= R \quad \text{za ohmski krog } (R_C = R_L = 0) \quad (\text{gl. 4.25}) \\ Z &= R_C = 1/\omega C \quad \text{za kapacitivni krog } (R = R_L = 0) \quad (\text{gl. 4.27}) \\ Z &= R_L = L\omega \quad \text{za induktivni krog } (R = R_C = 0) \quad (\text{gl. 4.28}) \end{aligned}$$

Impedanca je predvsem odvisna od frekvence priključene napetosti (slika 4.34). Pri visokih frekvencah je impedanca velika zaradi velike induktivne upornosti, pri nizkih pa zaradi velike kapacitivne upornosti. Impedanca je najmanjša pri nevesni frekvenci  $\omega_0$ , za katero je  $dZ/d\omega = 0$ . Dobimo:  $1/C\omega_0 - L\omega_0 = 0$  ali:

$$\omega_0 = (LC)^{-1/2}$$

Najmanjša možna impedanca je kar enaka ohmski upornosti kroga: za  $\omega = \omega_0$  je  $Z = Z_{min} = R$ . Pri tej frekvenci (pri kateri se kapacitivni in induktivni učinek medsebojno kompenzirata) je amplituda izmeničnega toka največja ( $= I_0/R$ ).

Fazna zakasnitev ( $\phi$ ) toka za napetostjo se spreminja med  $+\pi/2$  (za čist induktivni krog) in  $-\pi/2$  (za čist kapacitivni krog), kot kaže slika 4.35. Pri nizkih frekvencah se tokovni krog obnaša kot kondenzatorski krog (tok prehiteva napetost), pri zelo visokih frekvencah pa kot induktivni krog (tok zaostaja za napetostjo). Toda niha sočasno z napetostjo ( $\phi = 0$ , kot v čistem ohmskem krogu) le pri frekvenci  $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$ , pri kateri je impedanca kroga najmanjša.

Osvetlimo problem še z druge strani. Vzemimo, da skozi tokovni krog  $R-C-L$  teče izmenični tok  $I = I_0 \sin(\omega t)$  in da priključena napetost prehiteva tok za fazno razliko  $\phi$ :  $U = U_0 \sin(\omega t + \phi)$ . Zanimivo nas, kako nihajo napetosti na posameznih elementih  $R$ ,  $C$  in  $L$ .

Napetost na ohmskem uporniku gotovo niha sočasno s tokom:  $U_R = IR = I_0 R \sin(\omega t)$ . Napetost na kondenzatorju zaostaja za tokom za  $\pi/2$ :  $U_C = e/C = (1/C) \int Idt = -(I_0/\omega C) \cos(\omega t) = (I_0 R_C) \sin(\omega t - \pi/2)$ , napetost na tuljavi pa tok prehiteva za  $\pi/2$ :  $U_L = LdI/dt = U_0 L \omega \cos(\omega t) = (U_0 R_L) \sin(\omega t + \pi/2)$ .

**IZMENIČNI TOK**  
+  $\pi/2$ ). Napetost in  $U_L$ ) si torej na  $\pi$ . Pri frekvenci  $\omega_0$  nasprotno enak je celotna napetost  $U = IR$ , kar pomeni sočasno s tokom.

**Kazalčni diagram** (4.30 ali 4.31) zvezane elemente prikazemo s t. 4.36), podobno kot torskim diagramom na posameznih kazalci, ki jih ri. Dolžina kazalca njegova smer p napetosti in cel ravnos (  $\phi = 0$  niha sočasno s skem uporniku  $\phi$  npr. pomeni tok. Na pozitivni nanesemo napetost  $U_0$  ( $I_0 R_L$ ), ki prehiteva navzdol ( $\phi = -\pi/2$ ) kondenzatorju tokom za  $\pi/2$ .  $U = I_0 Z$ ) dobimo posameznih elementov.

$$\begin{aligned} (I_0 Z)^2 &= (I_0 R)^2 \\ Z^2 &= R^2 + (R_C - R_L)^2 \end{aligned}$$

To že poznamo.

S slike 4.36 razdelimo za celotno napetostjo  $U$ .

$$\operatorname{tg} \phi = (R_L - R_C)/R$$

**Primer:**

Kondenzator s kapacitivno upornostjo  $R_C = 1/\omega C = 31,4 \Omega$  in električna tuljava s induktivno upornostjo  $R_L = 100 \Omega$  na izmenični napetosti  $U_0 = 100 \text{ V}$ . Kolikšna mora biti frekvenca  $\omega$ , da teče skozi tokovni krog napetost  $U = 100 \text{ V}$ . Kolikšna je fazna razlika  $\phi$  med napetostjo vira? Kolikšna je amplituda toka  $I_0$  skozi kondenzatorju?

$$\begin{aligned} R_C &= 1/\omega C \\ &= 31,4 \Omega \\ Z^2 &= R^2 + (R_C - R_L)^2 \\ U_0 &= I_0 Z \\ \operatorname{tg} \phi &= (R_L - R_C)/R \end{aligned}$$

Negativen  $\phi$  pomeni, da napetost, da je odločilna kot

dobimo, če zgo  
emo, tako da  $\phi$  izp

$U_0^2$  ali

(4)

ničnega tokovne

(4)

upornost tokovne  
izmeničnega to  
ka:

$R_C = R_L = 0$  (gl. 4.2)  
ni krog ( $R = R_L = 0$ )  
krog ( $R_C = R = 0$ )  
(gl. 4.2)

visna od frekvenc  
(34). Pri visokih fre  
zaradi velike indu  
zaradi velike kapaci  
e najmanjša pri ne  
tero je  $dZ/d\omega = 0$   
:

(4.3)

a je kar enaka ohm  
 $U_0$  je  $Z = Z_{min} = R$ . Pri  
acitivni in induktivni  
zirata) je amplituda  
 $= I_0/R$ .

napetostjo se spre  
ktivni krog) in me  
og), kot kaže slika  
se tokovni krog  
krog (tok prehiteva  
frekvencah pa ko  
za napetostjo). To  
 $\phi = 0$ , kot v čistem  
nci  $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$ , pri  
manjša.

e strani. Vzemimo  
teže izmenični tok  
napetost prehiteva  
 $\sin(\omega t + \phi)$ . Zanima  
a posameznih ele

niku gotovo niha  
 $R \sin(\omega t)$ . Napetost  
tokom za  $\pi/2$ :  $U_C = I_0 R_C \cos(\omega t) = (I_0 R_C) \cos(\omega t)$   
avi pa tok prehiteva  
 $(\omega t) = (U_0 R_L) \sin(\omega t)$

Napetosti na kondenzatorju in tuljavi ( $U_C$  in  $U_L$ ) si torej nasprotujeta; njuna fazna razlika je  $\pi$ . Pri frekvenci  $\omega = \omega_0$  je napetost na tuljavi ravno toliko enaka napetosti na kondenzatorju in celotna napetost  $U$  na ohmskem uporniku  $R$  ( $U = I_0 R$ ), kar pomeni, da tedaj celotna napetost niha v fazni sliki s tokom ( $\phi = 0$ ).

**Kazalčni diagram.** Rešitev diferencialne enačbe (4.30 ali 4.31) za izmenični tok skozi zaporedno zvežane elemente  $R-C-L$  lahko mnemotehnično prikazemo s t.i. kazalčnim diagramom (slika 4.34), podobno kot smo nihanje predstavili z vektorskim diagramom (I. del, slika 5.14). Napetosti na posameznih elementih predstavimo kot kazalce, ki jih rišemo iz koordinatnega izhodišča. Dolžina kazalca predstavlja amplitudo napetosti, njegova smer pa je določena s fazno razliko ( $\phi$ ) med napetostjo in celotnega toka  $I = I_0 \sin(\omega t)$ . Na vodoravni os ( $\phi = 0$ ) narišemo kazalec napetosti, ki niha sočasno s tokom, to je napetost na ohmskem uporniku  $R$  (z amplitudo  $I_0 R$ ). Pozitiven  $\phi$  npr. pomeni (gl. str. 134), da napetost prehiteva tok. Na pozitivno navpično os ( $\phi = \pi/2$ ) torej nanesemo napetost na tuljavi  $L$  (z amplitudo  $I_0 R_L$ ), ki prehiteva tok za  $\pi/2$ . Na navpično os navzdol ( $\phi = -\pi/2$ ) pa nanesemo napetost na kondenzatorju  $C$  (z amplitudo  $I_0 R_C$ ), ki zaostaja za tokom za  $\pi/2$ . Amplitudo celotne napetosti ( $U_0 = I_0 Z$ ) dobimo z vektorsko vsoto napetosti na posameznih elementih:

$$(I_0 Z)^2 = (I_0 R)^2 + I_0^2 (R_C - R_L)^2 \quad \text{ali} \\ Z^2 = R^2 + (R_C - R_L)^2$$

To že poznamo (gl. 4.34).

S slike 4.36 razberemo tudi fazni zaostanek toka za celotno napetostjo:

$$\text{tg } \phi = (R_L - R_C)/R \quad \text{(gl. 4.32)}$$

**Primer:**

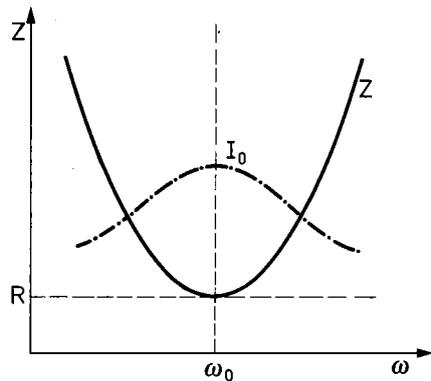
Kondenzator s kapacitivnostjo  $C = 50 \mu\text{F}$  zaporedno zvežemo s tuljavo (induktivnost  $L = 0,1 \text{ H}$  in električna upornost  $R = 20 \Omega$ ) in priključimo na izmenično napetost s frekvenco  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Kolikšna mora biti amplituda  $U_0$  te napetosti, da teče skozi tokovni krog tok z amplitudo  $I_0 = 10 \text{ A}$ ? Kolikšna je fazna razlika ( $\phi$ ) med tokom in napetostjo vira? Kolikšni sta amplitudi napetosti na kondenzatorju in tuljavi?

$$R_C = 1/\omega C = 1/(2\pi\nu C) = 63,7 \Omega, \quad R_L = L\omega = 31,4 \Omega \\ Z^2 = R^2 + (R_C - R_L)^2 \quad \text{ali} \quad Z = 38,0 \Omega \\ U_0 = I_0 Z = 380 \text{ V} \\ \text{tg } \phi = (R_L - R_C)/R = -1,61 \quad \text{ali} \quad \phi = -58,2^\circ$$

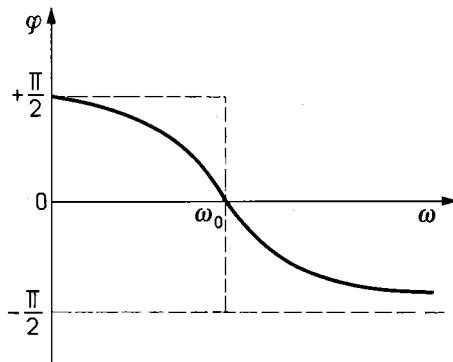
Negativen  $\phi$  pomeni, da tok prehiteva celotno napetost, da je kapacitivnost kondenzatorja bolj odločilna kot induktivnost tuljave.

Amplituda napetosti na kondenzatorju je  $I_0 R_C = 637 \text{ V}$ , amplituda napetosti na tuljavi  $U_L$  pa je sestavljena iz amplitude induktivne napetosti  $I_0 R_L = 314 \text{ V}$  in amplitude ohmske napetosti  $I_0 R = 200 \text{ V}$ , ki sta pravokotni druga na drugo:

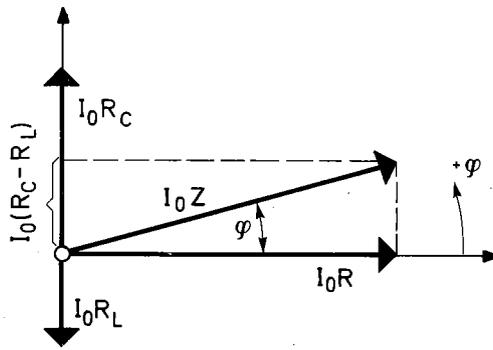
$$U_L^2 = (I_0 R)^2 + (I_0 R_L)^2 \quad \text{ter} \quad U_L = 372 \text{ V}$$



slika 4.34



slika 4.35



slika 4.36

**Izmenični tok skozi vzporedno zvezane elemente R-C-L.** Ohmski upornik  $R$ , kondenzator  $C$  in tuljava  $L$  so zvezani vzporedno in priključeni na izmenično napetost  $U = U_0 \sin(\omega t)$ , gl. sliko 4.37. Zanima nas celotni tok  $I(t)$  skozi vir napetosti ter impedanca ( $Z$ ) tega tokovnega kroga.

Skozi ohmsko vejo teče tok  $I_R$ , skozi kapacitivno tok  $I_C$ , skozi induktivno vejo pa tok  $I_L$ . Na vsakem od teh elementov je enaka napetost, namreč napetost vira  $U_0 \sin(\omega t)$ . Toke skozi posamezne veje smo že določili, ko smo obravnavali posebne primere (str. 133):

$$I_R = (U_0/R) \sin(\omega t) \quad (\text{gl. 4.25})$$

$$I_C = (U_0/R_C) \cos(\omega t) \quad (\text{gl. 4.26})$$

$$I_L = -(U_0/R_L) \cos(\omega t) \quad (\text{gl. 4.28})$$

Celotni tok  $I(t)$  je v vsakem trenutku  $t$  enak vsoti tokov v posameznih vzporednih vejah:

$$\begin{aligned} I(t) &= I_R + I_C + I_L \\ &= (U_0/R) \sin(\omega t) + (U_0/R_C) \cos(\omega t) - \\ &\quad - (U_0/R_L) \cos(\omega t) \\ I(t) &= (U_0/R) \sin(\omega t) + U_0(1/R_C - 1/R_L) \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (4.36a)$$

Ta tok napišemo v obliki:

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t - \phi)$$

Iz nje sta razvidna amplituda toka ( $I_0$ ) in njegov fazni zaostanek ( $\phi$ ) za priključeno napetostjo, ki ju moramo določiti. Z uporabo adicijskega teorema za sinus razlike dveh kotov lahko zapišemo:

$$I(t) = I_0 \cos \phi \sin(\omega t) - I_0 \sin \phi \cos(\omega t) \quad (4.36b)$$

Iz enačimo izraza (4.36a, b) za  $I(t)$  in dobimo enačbi za neznan količini  $I_0$  in  $\phi$ :

$$\begin{aligned} I_0 \cos \phi &= U_0/R \\ -I_0 \sin \phi &= U_0(1/R_C - 1/R_L) \end{aligned}$$

Drugo enačbo delimo s prvo in dobimo tangens faznega zaostanka:

$$\text{tg} \phi = R(1/R_L - 1/R_C) \quad (4.37a)$$

Zgornji enačbi kvadriramo in seštejemo:

$$I_0^2 = U_0^2 [1/R^2 + (1/R_C - 1/R_L)^2] \quad \text{ali} \quad I_0 = U_0/Z$$

Impedanca  $Z$  vzporedno vezanih elementov  $R$ - $C$ - $L$  je dana z:

$$1/Z^2 = 1/R^2 + (1/R_C - 1/R_L)^2 \quad (4.37b)$$

Da so v dobljeni rešitvi (4.37a, b) zajeti vsi (že omenjeni) enostavni primeri (4.25, 26 in 28), se ni težko prepričati.

Posebno pomemben primer dobimo, če ohmsko vejo izključimo ( $R = \infty$ ), tako da je tokovni krog sestavljen le iz tuljave in kondenzatorja, ki sta

vzporedno priključena na vir izmenične napetosti. V tem primeru imamo:  $I_0 = U_0 |1/R_C - 1/R_L|$ ,  $\phi = -90^\circ$  za  $R_C < R_L$  oziroma  $\phi = +90^\circ$  za  $R_C > R_L$ . Celoten tok prehitava priključeno izmenično napetost za četrtnihaj ali pa za njo zaostaja četrtnihaj (odvisno od tega, ali je kapacitivna upornost kondenzatorja manjša ali večja od induktivne upornosti tuljave). Vidimo, da amplituda  $I_0$  celotnega toka nič, če sta ti upornosti enaki:

$$I_0 = 0 \quad \text{za} \quad R_C = R_L \quad \text{ali} \quad \text{za} \quad 1/\omega C = L\omega$$

To se zgodi, če ima priključena izmenična napetost frekvenco:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (\text{gl. 4.38})$$

V tem primeru tečeta tokova  $I_C$  in  $I_L$  v kapacitivni in induktivni veji v nasprotnih smereh in sta enako močna (slika 4.38):

$$\begin{aligned} I_C &= (U_0 \sqrt{C/L}) \cos(\omega_0 t) \quad \text{in} \\ I_L &= -(U_0 \sqrt{C/L}) \cos(\omega_0 t) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Tok se pretaka iz kondenzatorja v tuljavo in obratno, skozi vir priključene napetosti pa ne teče. Tuljava in kondenzator sestavljata zaključeni tokovni krog, t.i. **električni nihajni krog**, v katerem tok niha sem ter tja. To je možno, če ima priključena napetost frekvenco  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . V enakomernem tokovnem nihanem krogu glej kasneje (str. 139).

Pri vzporedni vezavi ohmskega upornika  $R$  in kondenzatorja  $C$  (induktivnost  $L$  zanemarimo) skozi izmenični tok razcepi na obe veji ( $I = I_R + I_C$ ) takoj, da sta amplitudi razcepljenih tokov ( $U_0/R$  ter  $U_0/R_C = U_0 \omega C$ ) v obratnem sorazmerju z upornostma obeh vej. Zaradi tega se npr. visokofrekvenčni tok raje usmeri skozi kapacitivno vejo kot skozi ohmsko vejo. Kapacitivna veja (posebno če je kapacitivnost  $C$  velika) je praktično kratek stik za visokofrekvenčni tok. Če npr. želimo kak instrument (A na sliki 4.39) zaščititi pred visokofrekvenčnimi signali, mu vzporedno priključimo kondenzator z veliko kapacitivnostjo, ki prevzame visokofrekvenčne komponente priključene izmenične napetosti.

Na sliki 4.40 sta tuljava  $L$  in upornik  $R$  povezana vzporedno in prek stikala  $S$  priključena na stalno napetost  $U_0$ . Ohmska upornost tuljave je npr. enaka upornosti  $R$  vzporedno priključenega upornika (na sliki je upornost tuljave vključena kot upornik  $R$  v veji tuljave). Če je stikalo  $S$  stalno vklopljeno, tako da teče skozi krog stalen tok, se induktivnost tuljave ne izrazi in žarnici v upornikovi ter tuljavini veji gorita enako močno (ker sta ohmski upornosti teh vej enaki). Če pa stikalo  $S$  izmenično prekinjamo in vklopljamo, gori žarnica v upornikovi veji skorajda enako močno kot prej, žarnica v tuljavini veji pa le medlo brli. Ohmski upornosti se namreč pridruži induktivna upornost ( $L\omega$ ) in tok skozi tuljavino vejo se zmanjša.

**Primer:**

Tuljavo z induktivno upornostjo  $R = 10 \Omega$  in kondenzatorjem s kapacitivno upornostjo  $X_C = 10 \Omega$  pri izmenični napetosti  $U_0 = 100 \text{ V}$  in frekvenco  $\nu = 50 \text{ Hz}$  priključimo na vir napetosti. Izračunajmo amplitudo  $I_0$  in fazni zaostanek  $\phi$  celotnega toka ter npr. amplitudo  $I_C$  in  $I_L$  tokov v posameznih vejah.

Celotni tok  $I = I_C + I_R + I_L$   
 $I_C = (U_0/R_C) \cos(\omega t)$   
 $I_R = (U_0/R) \sin(\omega t)$   
 $I_L = -(U_0/R_L) \cos(\omega t)$   
 $Z$  impedanca zaporednih elementov:  $Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$   
 $I_0 = U_0/Z$   
 $\phi$  fazni zaostanek celotnega toka  
 Sledi:

$$I_0 \sin(\omega t - \phi) = I_C \cos(\omega t) + I_R \sin(\omega t) - I_L \cos(\omega t)$$

Uporabimo adicijski teorema za sinus kotov in nato zapišemo enačbi za neznan  $I_0$  in  $\phi$ :

$$\begin{aligned} I_0 \cos \phi &= (U_0/R_C) \\ I_0 \sin \phi &= (U_0/R) \end{aligned}$$

Tu je  $\cos \phi_L = 1$

$$\begin{aligned} \text{tg} \phi &= (R_L/R_C) \\ I_0 &= (U_0/R_C) \end{aligned}$$

Za  $R_L = L\omega = 10 \Omega$  dobimo rezultata:

$$\text{tg} \phi = -4,97$$

(Celoten tok p...

$$I_0 = 7,3 \text{ A}$$

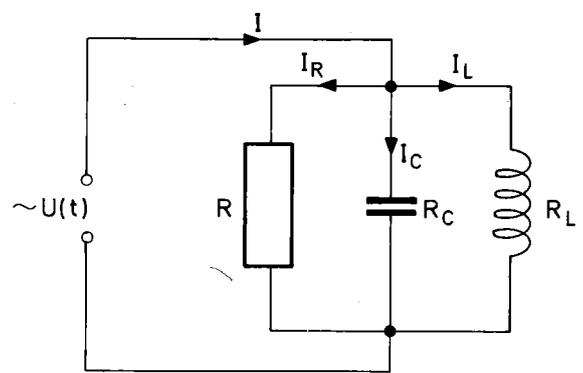
Amplitudi tokov v posameznih vejah so  $I_C = 10 \text{ A}$  ter  $I_L = 10 \text{ A}$



izmenične nape...  
 $= U_0/1/R_C - 1/R_L$   
 $\phi = +90^\circ$  za  $R_C >$   
 ključeno izmenič...  
 a za njo zaostaja...  
 a, ali je kapacitiv...  
 njša ali večja...  
 e). Vidimo, da...  
 ič, če sta ti uporn...

Primer:

Vežavo z induktivnostjo  $L = 0,1\text{H}$  in ohmsko  
 upornostjo  $R = 20\ \Omega$  priključimo vzporedno  
 s kondenzatorjem (kapacitivnost  $C = 0,3\text{mF}$ ) na  
 izmenične napetosti z amplitudo  $U_0 = 100\text{V}$  in  
 frekvenco  $\nu = 50\text{Hz}$ . Poišči amplitudo ( $I_0$ ) celot-  
 ga toka ter njegov fazni zaostanek ( $\phi$ ) za pri-  
 ključeno napetostjo. Kolikšni sta amplitudi toka  
 v tuljavini  $I_{0L}$  in kondenzatorjevi  $I_{0C}$  veji?



slika 4.37

$1/\omega C = L\omega$   
 na izmenična nape...

(gl. 4.3)

$I_C$  in  $I_L$  v kapacitiv...  
 nih smereh in s...

(4.3)

atorja v tuljavo...  
 e napetosti pa n...  
 estavljata zaključ...  
**rhajni krog**, v kate...  
 je možno, če ima...  
 o  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . Ve...  
 u glej kasneje (st...

celotni tok  $I = I_0 \sin(\omega t - \phi)$  se razcepi na tok  
 $I_C = (U_0/R_C) \cos(\omega t)$  v kondenzatorjevi veji in na  
 $I_L = (U_0/Z) \sin(\omega t - \phi_L)$  v tuljavini veji. Tu je  
 impedanca zaporedne vezave tuljave  $L$  in upor-  
 nika  $R$ :  $Z = (R^2 + R_L^2)^{1/2}$  (gl. 4.34 za  $R_C = 0$ ),  $\phi_L$  pa  
 fazni zaostanek toka  $I_L$  v tuljavini veji za priklju-  
 čeno napetostjo:  $\tan \phi_L = R_L/R$  (gl. 4.32 za  $R_C = 0$ ).

Reši:

$$I_0 \sin(\omega t - \phi) = (U_0/R_C) \cos(\omega t) + (U_0/Z) \sin(\omega t - \phi_L)$$

Uporabimo adicijski teorem za sinus razlike dveh  
 kotov in nato združimo člene s faktorjem  $\sin(\omega t)$   
 ter posebej člene s faktorjem  $\cos(\omega t)$ . Dobimo  
 enačbi za neznan količini  $I_0$  in  $\phi$ :

$$I_0 \cos \phi = (U_0/Z) \cos \phi_L$$

$$I_0 \sin \phi = (U_0/Z) \sin \phi_L - U_0/R_C$$

Tu je  $\cos \phi_L = R/Z$  in  $\sin \phi_L = R_L/Z$ . Rešitvi sta:

$$\tan \phi = (R_L R_C - R^2 - R_L^2)/(R R_C)$$

$$I_0 = (U_0/R_C) [1 + (R_C^2 - 2R_L R_C)/(R^2 + R_L^2)]^{1/2}$$

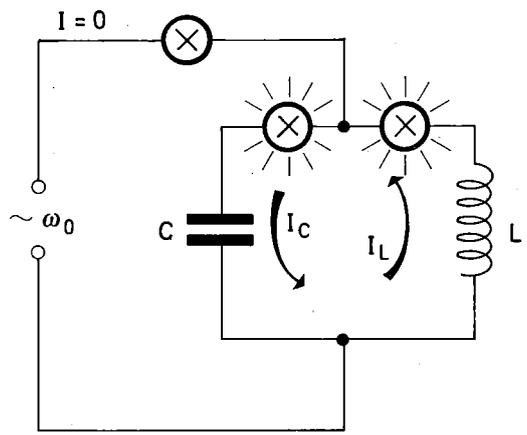
Za  $R_L = L\omega = 31,4\ \Omega$  in  $R_C = 1/\omega C = 10,6\ \Omega$   
 dobimo rezultat:

$$\tan \phi = -4,97 \text{ ali } \phi = -78,6^\circ$$

(Celoten tok prehiteva priključeno napetost)

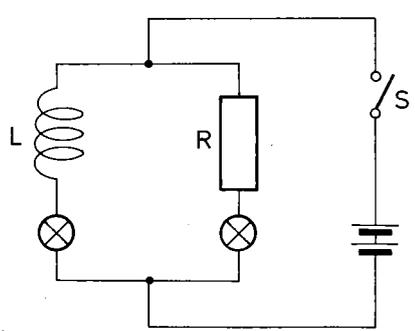
$$I_0 = 7,3\text{A}$$

Amplitudi tokov v obeh vejah sta:  $I_{0C} = U_0/R_C = 9,4\text{A}$   
 ter  $I_{0L} = U_0/Z = U_0/(R^2 + R_L^2)^{1/2} = 2,7\text{A}$ .

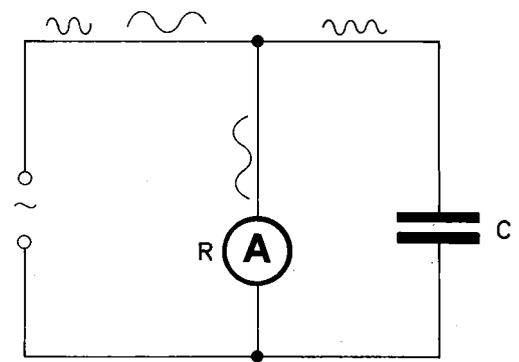


slika 4.38

upornik  $R$  povezan...  
 iključena na stalno...  
 ost tuljave je npr...  
 dno priključenega...  
 t tuljave vključena...  
 e je stikalo  $S$  stalno...  
 krog stalen tok, se...  
 in žarnici v uporni...  
 ako močno (ker sta...  
 aki). Če pa stikalo...  
 klapljam, gori žar...  
 a enako močno kot...  
 le medlo brli. Ohm...  
 ži induktivna upor...  
 o vejo se zmanjša.



slika 4.40



slika 4.39

## Moč izmenične napetosti

Moč izmenične napetosti je produkt napetosti in toka:  $P = UI$  (gl. 2.12). Izmenična napetost in tok se spreminjata s časom, zato se spreminja tudi moč:

$$P(t) = U(t)I(t) \quad (\text{slika 4.41})$$

Ker se moč spreminja s časom, nas zanima **povprečna moč** ( $\bar{P}$ ). Ta pa je tolikšna, da je v času  $t_0$  opravljeno delo ( $=\bar{P}t_0$ , če je moč stalno enaka povprečni vrednosti) enako delu, ki ga opravi spremenljiva moč  $P(t)$ :

$$A = \bar{P}t_0 = \int_0^{t_0} P(t)dt \quad (\text{gl. tudi I. del, sliko 4.7})$$

ali

$$\bar{P} = (1/t_0) \int_0^{t_0} P(t)dt \quad (4.39)$$

Na sliki 4.41 je povprečna moč  $\bar{P}$  postavljena na tolikšni višini, da je ploščina pravokotnika ( $\bar{P}t_0$ ) enaka ploščini grbaste (šrafirane) ploščine pod krivuljo spremenljive moči  $P(t)$ .

Najprej pogledajmo, kolikšna je povprečna moč pri čistem ohmskem uporniku  $R$ . Ne glede na to, kako se napetost  $U(t)$  spreminja s časom, se tok skozi ohmski upornik spreminja sočasno z njo  $I(t) = U(t)/R$ , tako da je povprečna moč  $\bar{P}$  dana z:

$$\bar{P} = (1/t_0 R) \int_0^{t_0} U^2(t)dt \quad \text{ali} \quad \bar{P} = U_{ef}^2/R$$

$U_{ef}$  je efektivna vrednost napetosti (gl. 4.24). Torej lahko povprečno moč pri ohmskem uporniku izrazimo z efektivno napetostjo oziroma z efektivnim tokom  $I_{ef}$ , ki ga definiramo podobno kot efektivno napetost:

$$I_{ef}^2 = (1/t_0) \int_0^{t_0} I^2(t)dt \quad (\text{gl. 2.16})$$

Ker je pri ohmskem uporniku  $U(t) = RI(t)$ , je seveda tudi  $U_{ef} = RI_{ef}$ , pa lahko povprečno moč  $\bar{P}$ , ki se troši v ohmskem uporniku, izrazimo takole:

$$\bar{P} = U_{ef}^2/R = I_{ef}^2 R = U_{ef} I_{ef} \quad (4.40)$$

V zvezi z izmenično napetostjo in izmeničnim tokom običajno navajamo njuni efektivni vrednosti  $U_{ef}$  ali  $I_{ef}$ . Produkt teh nam namreč da povprečno moč  $\bar{P}$ , ki se z električnim tokom sprošča v ohmskem uporniku. Mrežna napetost ima npr. efektivno vrednost  $U_{ef} = 220\text{ V}$ . Če to priključimo na ohmski upornik  $R = 100\Omega$ , teče skozenj efektivni tok  $I_{ef} = 2,2\text{ A}$  in v uporniku se troši povprečna moč  $\bar{P} = U_{ef} I_{ef} = 484\text{ W}$ .

Recimo, da imamo v tokovnem krogu poleg ohmskega upornika tudi tuljavo in kondenzator. Izme-

nični tok v splošnem ne niha več sočasno z napetostjo. Če se npr. napetost spreminja s časom sinusno:  $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ , se tok spreminja drugače:  $I(t) = I_0 \sin(\omega t - \phi)$ , kjer je  $\phi$  njegov fazni zaostanek za napetostjo (gl. 4.29),  $I_0$  pa amplituda  $I(t) = U_0/Z$  (gl. 4.33). Impedanca  $Z$  tokovnega kroga je odvisna od frekvence ( $\omega$ ) priključene napetosti vrste tokovnega kroga (kako so upornik, tuljava in kondenzator medsebojno povezani ter priključeni na vir izmenične napetosti). Ne glede na vrsto kroga pa velja (prepričaj se s pomočjo enačb 4.32, 33 ter 4.37a,b), da je:

$$\cos\phi = R/Z \quad (4.41)$$

(glej sliko 4.36)

Časovno spremenljiva moč sinusne izmenične napetosti je sestavljena iz dveh členov (slika 4.42):

$$P(t) = U_0 I_0 \cos\phi \sin^2(\omega t) + U_0 I_0 \sin\phi \sin(\omega t) \cos(\omega t)$$

Prvi člen,  $U_0 I_0 \cos\phi \sin^2(\omega t)$ , je vedno pozitiven in predstavlja moč, ki se v povprečju troši v tokovnem krogu. Drugi člen,  $(U_0 I_0 / 2) \sin\phi \sin(2\omega t)$ , niha sinusno s frekvenco  $2\omega$  in se v povprečju izniči (črtkana krivulja na sliki 4.42). Amplituda tega člena,  $(U_0 I_0 / 2) \sin\phi$ , se imenuje **jalova moč**, ker to moč, ki jo mora imeti vir napetosti v zalogi, da lahko polni oziroma prazni kondenzator ter tuljavo, tokovni krog pa je v povprečju niti ne prejema niti ne oddaja.

Povprečna moč sinusne izmenične napetosti je

$$\begin{aligned} \bar{P} &= (1/t_0) \int_0^{t_0} P(t)dt = \\ &= (U_0 I_0 \cos\phi / t_0) \int_0^{t_0} \sin^2(\omega t)dt - \\ &\neq - (U_0 I_0 \sin\phi / 2t_0) \int_0^{t_0} \sin(2\omega t)dt \end{aligned}$$

Ker je  $\omega = 2\pi/t_0$ , dobimo za prvi integral vrednost  $t_0/2$ , za drugega pa nič. Torej velja:

$$\bar{P} = (U_0 I_0 / 2) \cos\phi$$

Podobno kot pri povprečni moči za čisti ohmski upornik (4.40) tudi tu uporabimo efektivne vrednosti napetosti in toka. Za sinusno izmenično napetost smo na strani 132 (gl. 4.24) ugotovili zvezo med efektivno in amplitudno vrednostjo napetosti:  $U_{ef} = U_0/\sqrt{2}$ . Podobna zveza velja tudi za sinusni izmenični tok:  $I_{ef} = I_0/\sqrt{2}$ . Torej lahko povprečno moč sinusne izmenične napetosti za poljuben tokovni krog napišemo v splošni obliki:

$$\bar{P} = U_{ef} I_{ef} \cos\phi \quad (4.42)$$

Vidimo, da je povprečna moč tem manjša, čim manjši je  $\cos\phi$ , to je čim bližje  $90^\circ$  je fazni zamik izmeničnega toka za napetostjo. Če v tokovnem krogu ni ohmske upornosti ( $R = 0$ ), je  $\phi$  ali  $+\pi/2$  ali  $-\pi/2$ , torej je  $\cos\phi = 0$  in zato tudi  $\bar{P} = 0$ .

Izmenična električna moč v ohmskem uporniku je tudi neposredno (4.42), če uporabimo  $U_{ef} = I_{ef} \cdot Z$

$$\bar{P} = U_{ef} I_{ef} \cos\phi$$

To je izraz za povprečno moč v uporniku (gl. 4.40). V splošnem niha moč v sklega upornika v tokovnem krogu ( $\phi = -\pi/2$ ), izgublja energijo nihaja odda (niha). Če mu jo tokovni krog (ko se kondenzator prazni) povprečna moč v tokovnem krogu (majhno ohmsko upornost) niha le za točno moč. Če je napetost  $\omega = 2\pi f$ ,  $\cos\phi = 1$  (gl. 4.41), kondenzator prazni s tokovno energija ostaja v tokovnem krogu, nihajni krog, s

### Primer:

Kolikšna je povprečna moč v tokovnem krogu, ki ga sestavlja ohmski upornik  $R = 100\Omega$  in tuljavo  $L = 0,1\text{ H}$  pri sinusni izmenični napetosti  $U_{ef} = 220\text{ V}$  in frekvenci  $f = 50\text{ Hz}$ . Tudi vrednost  $\cos\phi$ .

Najprej izračunajmo impedanco  $Z$ .

$$Z^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

$$\cos\phi = R/Z$$

$$I_{ef} = U_{ef}/Z$$

$$\bar{P} = U_{ef} I_{ef} \cos\phi$$

Ta moč se v tokovnem krogu troši v ohmskem uporniku.

$$\bar{P} = I_{ef}^2 R =$$

### Električni r

Električni nihajni tokovni krog kondenzatorja in tokovni krog dovodnih žic in tuljava dolga

...eč sočasno z na...  
 spreminja s čas...  
 tok spreminja...  
 er je  $\phi$  njegov fa...  
 (29),  $I_0$  pa amplitu...  
 tokovnega kroga...  
 jučene napetost...  
 so upornik, tulj...  
 povezani ter prikl...  
 osti). Ne glede...  
 čaj se s pomoč...  
 je:

(4.4)

sinusne izmenič...  
 dveh členov (slik...

) =

t)

vedno pozitivn...  
 rečju troši v tokov...  
 )  $\sin\phi \sin(2\omega t)$ , nih...  
 v povprečju iznič...  
 2). Amplituda tega

**jalova moč**, ker...  
 petosti v zalogi, da...  
 kondenzator ter...  
 povprečju niti ne

nične napetosti je

dt

i integral vrednos...  
 elja:

či za čisti ohmski...  
 mo efektivne vred...  
 sinusno izmenično...  
 (gl. 4.24) ugotovili...  
 itudno vrednostjo...  
 na zveza velja tudi...  
 $I_0/\sqrt{2}$ . Torej lahko...  
 nične napetosti za...  
 o v splošni obliki:

(4.42)

**nična električna moč se v povprečju troši v ohmskem uporniku.** Če tega ni, je povprečna električna moč v splošnem nič. To ugotovimo neposredno iz enačbe za povprečno moč (4.42), če uporabimo enačbo (4.41):  $\cos\phi = R/Z$  ( $U_{ef} = I_{ef} \cdot Z$  (kar sledi iz enačbe 4.33):

$$\bar{P} = U_{ef} I_{ef} \cos\phi = I_{ef}^2 R$$

...je izraz za povprečno moč v čistem ohmskem uporniku (gl. 4.40). Povprečna moč je torej splošnem nič, če v tokovnem krogu ni ohmskega upornika ( $R = 0$ ), npr. v čistem induktivnem krogu ( $\phi = +\pi/2$ ) ali v čistem kapacitivnem krogu ( $\phi = -\pi/2$ ). Tu vir napetosti v povprečju ne izgublja energije; kolikor energije v eni polovici nihaja odda (nabijajoč kondenzator ali tuljavo), jo tokovni krog v drugi polovici nihaja vrne (ko se kondenzator ali tuljava izprazni). Povprečna moč v tokovnem krogu z zanemarljivo majhno ohmsko upornostjo ( $R \approx 0$ ) je različna od nič le za točno določeno frekvenco priključene napetosti  $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , pri kateri je  $Z = R$  in  $\cos\phi = 1$  (gl. str. 134). Pri tej frekvenci se kondenzator prazni skozi tuljavo in obratno, tako da energija ostaja v tokovnem krogu (glej Električni nihajni krog, str. 140).

**Primer:**

Kolikšna povprečna moč se troši v tokovnem krogu, ki ga sestavljajo zaporedno zvezani ohmski upornik  $R = 40\Omega$ , kondenzator  $C = 1\text{ mF}$  in tuljava  $L = 0,1\text{ H}$ , če ima priključena sinusna izmenična napetost frekvenco  $\nu = 50\text{ Hz}$  in efektivno vrednost  $U_{ef} = 220\text{ V}$ ?

Najprej izračunamo impedanco kroga (gl. 4.34):

$$Z^2 = R^2 + (L\omega - 1/\omega C)^2 = 2400\ \Omega^2 \text{ ter } Z = 49\ \Omega$$

$$\cos\phi = R/Z = 0,82$$

$$I_{ef} = U_{ef}/Z = 4,5\text{ A}$$

$$\bar{P} = U_{ef} I_{ef} \cos\phi = 810\text{ W}$$

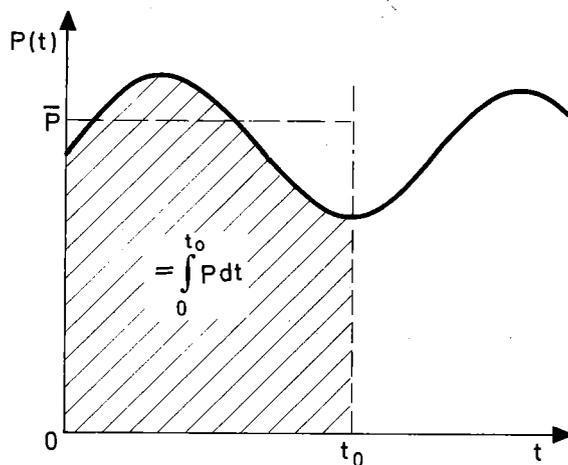
Ta moč se v celoti troši v ohmskem uporniku R:

$$\bar{P} = I_{ef}^2 R = 810\text{ W}$$

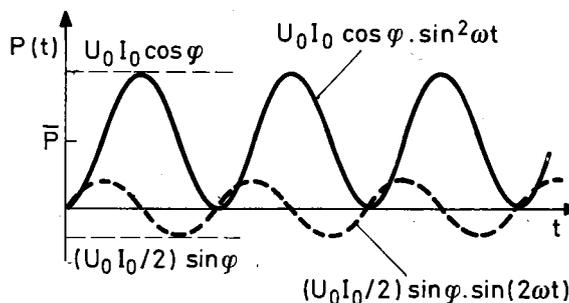
**Električni nihajni krog**

Električni nihajni krog je sestavljen iz tuljave in kondenzatorja. Ohmska upornost tuljave in dovodnih žic mora biti kar najmanjša. Če je tuljava dolga v primerjavi s premerom, da se

magnetno polje zadržuje v glavnem le v notranjosti tuljave, in če je premer plošč kondenzatorja velik v primerjavi z razmikom med ploščama, tako da je električno polje le v prostoru med ploščama, se tak električni nihajni krog imenuje **zaprt nihajni krog**.



slika 4.41



slika 4.42

Recimo, da kondenzator nabijemo z napetostjo  $U_0$  in nato kondenzator kratko sklenemo prek tuljave, da se začne prazniti (slika 4.43a). Medtem ko se naboj (in napetost) na kondenzatorju zmanjšuje, tok skozi tuljavo le počasi narašča, ker naraščanju nasprotuje v tuljavi inducirana napetost. Tok doseže največjo vrednost ( $= I_0$ ) v trenutku, ko se kondenzator izprazni ( $U = 0$ , slika 4.43b). Ker ni več napetosti na kondenzatorju, bi moral tok skozi tuljavo (ter s tem tudi magnetno polje v tuljavi) prenehati. To se ne zgodi zaradi inducirane napetosti, ki poganja tok še naprej v prvotni smeri, tako da tok le počasi pojema. V tej fazi se kondenzator polni z nasprotne smeri; prvotno negativna plošča se zdaj polni s pozitivnim nabojem in obratno. Napetost na kondenzatorju narašča in doseže največjo vrednost ( $-U_0$ , gl. sliko 4.43c), ko je tok skozi tuljavo nič. Pojav se nato ponovi v nasprotni smeri (slika 4.43č). Tok skozi tuljavo torej niha, niha tudi napetost na kondenzatorju. Videli bomo, da je to nihanje harmonično, če le zanemarimo ohmsko upornost nihajnega kroga.

Ko nabijemo kondenzator z napetostjo  $U_0$ , damo kondenzatorju (to je nihajnemu krogu) energijo  $CU_0^2/2$  v obliki energije električnega polja (gl. 1.40). Med praznjenjem kondenzatorja se energija električnega polja zmanjšuje, energija magnetnega polja v tuljavi pa povečuje. Ko je kondenzator prazen, je vsa energija nihajnega kroga v obliki energije magnetnega polja ( $= LI_0^2/2$ , gl. 4.17). V poljubnem trenutku  $t$ , ko je na kondenzatorju naboj  $e$  in ko skozi tuljavo teče tok  $I$ , je energija nihajnega kroga sestavljena iz energije električnega polja ( $e^2/2C$ ) in energije magnetnega polja ( $LI^2/2$ ). Če zanemarimo energijske izgube v okolico ter izgube zaradi ohmske upornosti nihajnega kroga, mora biti energija nihajnega kroga ves čas enaka začetni energiji  $CU_0^2/2$ , to je:

$$e^2/2C + LI^2/2 = CU_0^2/2 \quad (4.43)$$

V električnem nihajnem krogu se električna energija kondenzatorja preliha v magnetno energijo tuljave in obratno; njuna vsota je v idealnem primeru (če zanemarimo energijske izgube) stalna. Podobno se npr. spreminja potencialna energija nihala v kinetično in obratno (gl. I. del, str. 113); vsota kinetične in potencialne energije nihala je stalna (nihanje nihala nedušeno), če lahko zanemarimo izgube energije zaradi trenja. Pri električnem nihajnem krogu ima vlogo trenja ohmska upornost.

Prepričajmo se, da električni tok v nihajnem krogu zares niha harmonično, če zanemarimo energijske izgube zaradi ohmske upornosti. Energijsko enačbo (4.43) odvajamo po času  $t$ :

$$\begin{aligned} (e/C)de/dt + LI dI/dt &= 0 & \text{ali} \\ e/C + LI dI/dt &= 0 & (4.43a) \end{aligned}$$

Ker sta v dobljeni enačbi dve spremenljivki ( $e$  in  $I$ ), enačbo še enkrat odvajamo in upoštevamo  $I = de/dt$ . Dobimo diferencialno enačbo druge reda za tok  $I$ , ki je podobna diferencialni enačbi nedušenga nihanja (gl. I. del, enačba 5.15):

$$\begin{aligned} d^2I/dt^2 + (1/LC)I &= 0 & (4.43b) \\ d^2I/dt^2 + \omega_0^2 I &= 0, \quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC} & (gl. 4.3) \end{aligned}$$

Rešitev te enačbe je sinusna ali kosinusna funkcija časa s krožno frekvenco  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . Običajno izberemo sinusno rešitev:

$$I(t) = I_0 \sin(\omega_0 t) \quad (4.43c)$$

Amplituda toka ( $I_0$ ) je poljubna. Vidimo, da tok v nihajnem krogu zares niha harmonično.

Tudi napetost na kondenzatorju (to je naboj) s časom spreminja harmonično z enako frekvenco  $\omega_0$  kot tok, le da je v fazi premaknjena za četrt nihaja:

$$\begin{aligned} U &= e/C = -LI dI/dt & (gl. 4.43d) \\ U &= L\omega_0 I_0 \cos(\omega_0 t) \end{aligned}$$

Ko je tok največji ( $= I_0$ ), je napetost nič, obratno. Amplituda nihanja napetosti ( $L\omega_0 I_0$ ) je enaka začetni napetosti  $U_0$ , kar dokažemo s pomočjo energijske enačbe (4.43): pri  $e = 0$   $I = U_0 \sqrt{C/L} = I_0 L\omega_0 \sqrt{C/L} = I_0$ .

$$U = U_0 \cos(\omega_0 t) \quad \text{ter} \quad e = e_0 \cos(\omega_0 t) \quad (4.43e)$$

Frekvenca ( $\nu_0$ ) nihanja toka oziroma napetosti v električnem nihajnem krogu se imenuje **lastna frekvenca električnega nihajnega kroga**; je tem večja, čim manjši sta induktivnost in kapacitivnost nihajnega kroga:

$$1/\nu_0 = 2\pi(LC)^{1/2} \quad (4.47)$$

#### Primer:

Električni nihajni krog je sestavljen iz kondenzatorja s kapacitivnostjo  $C = 0,1 \mu\text{F}$  in iz tuljave z induktivnostjo  $L = 0,9 \text{mH}$ . Tuljavo napolnimo z diamagnetno snovjo, zaradi česar se lastna frekvenca nihajnega kroga poveča za  $d\nu_0 = 8,2\%$ . Kolikšna je permeabilnost ( $\mu$ ) vstavljenе snovi?

Lastna frekvenca prvotnega nihajnega kroga (brez snovi) je:

$$\nu_0 = (1/2\pi)(LC)^{-1/2} = 1,68 \cdot 10^4 / \text{s} = 16,8 \text{ kHz}$$

Diamagnetna snov s permeabilnostjo  $\mu (< 1)$  spremeni induktivnost tuljave z  $L$  na  $\mu L$ , to je za  $dL = (\mu - 1)L$  (gl. 4.10). Sprememba lastne frekvence nihajnega kroga ( $d\nu_0$ ) zaradi tega je tako majhna

(ker je  $\mu$  blizu 1 najenostavneje, č...

$$\begin{aligned} dv_0/dL &= -v_0/2L \\ dL &= (\mu - 1)L \\ \mu &= 1 - 2dv_0/v_0 \end{aligned}$$

#### Dušeno nihanje

Nihanje toka v nedušeno (amplituda s časom) le, če nihajnega kroga sicer lahko zanele elektromagnetne trično polje omeje torja, magnetno postanejo izgube nega kroga. Ker zmanjšuje zaradi ohmskem upornosti (47), je nihanje trenutno pojema (del, str. 114).

Začetna energija se razdeli med električno in magnetno energijo (str. 47):

$$CU_0^2/2 = e^2/2C$$

Dobljeno enačbo Delimo z  $I = de/dt$

$$d^2I/dt^2 + (R/L)I = 0$$

Ta je podobna nihanja (gl. I. del,  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  ter. Rešitev te enačbe

$$I = I_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega_d t)$$

$\omega_d$  je frekvenca

Zaradi ohmske frekvenca kroga

$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - (R/L)^2}$  čega toka ekspontorjem  $\exp(-Rt/L)$

#### Nedušeno nihanje

Želimo, da nihanje amplituda niha. To dosežemo, če imamo toliko en...

premenljivki (e) in upoštevamo enačbo druge diferencialni enačba 5.15):

$$(4.4) \dots$$

$$(gl. 4.3)$$

kosinusna funkcija  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . Ob

$$(4.4)$$

Vidimo, da to harmonično.

(to je naboj) se o z enako frekvenco premaknjena za

$$(gl. 4.43a)$$

napetost nič, in obetosti ( $L\omega_0 I_0$ ) je kar dokažemo (4.43): pri  $e = 0$  je

$$s(\omega_0 t) \quad (4.46)$$

riroma napetosti in imenuje **lastna frekvenca kroga**; je tem in kapacitiv-

$$(4.47)$$

je  $\mu$  blizu 1), da dobimo končni rezultat enostavneje, če odvajamo  $v_0$  po  $L$ :

$$d^2 v_0 / dL^2 = -v_0 / 2L \quad \text{ali}$$

$$d^2 v_0 / dL^2 = (\mu - 1)L = -2L d^2 v_0 / v_0$$

$$d^2 v_0 / dL^2 = 1 - 2d^2 v_0 / v_0 = 0,999$$

**Dušeno nihanje električnega nihajnega kroga**

Dušenje toka v električnem nihajnem krogu je (dušenje (amplituda nihanja  $I_0$  se ne zmanjšuje s časom) le, če zanemarimo energijske izgube v nihajnega kroga. Pri zaprtem nihajnem krogu (ker lahko zanemarimo izgube zaradi oddajanja elektromagnetne energije v okolico (ker je električno polje omejeno le na notranjost kondenzatorja, magnetno pa na notranjost tuljave). Toda ostanejo izgube zaradi ohmske upornosti nihajnega kroga. Ker se energija nihajnega kroga zmanjšuje zaradi sproščanja joulove toplote v ohmskem uporniku  $R$  nihajnega kroga (gl. str. 47), je nihanje toka dušeno, amplituda  $I_0$  eksponentno pojema s časom (gl. Dušeno nihanje, I. del, str. 114).

Začetna energija nihajnega kroga (npr.  $CU^2/2$ ) se razdeli med električno energijo kondenzatorja, magnetno energijo tuljave in joulovo toploto (gl. str. 47):

$$CU^2/2 = e^2/2C + LI^2/2 + \int I^2 R dt$$

Dobljeno enačbo dvakrat odvajamo po času. Delimo z  $I = de/dt$  in dobimo enačbo:

$$d^2 I / dt^2 + (R/L)dI/dt + (1/LC)I = 0 \quad (4.48)$$

Ta je podobna diferencialni enačbi dušenega nihanja (gl. I. del, enačba 5.18) s lastno frekvenco  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  ter s koeficientom dušenja  $\beta = R/2L$ . Rešitev te enačbe smo napisali v obliki:

$$I = I_0 \exp(-\beta t) \sin \omega_d t \quad (gl. I. del, 5.21)$$

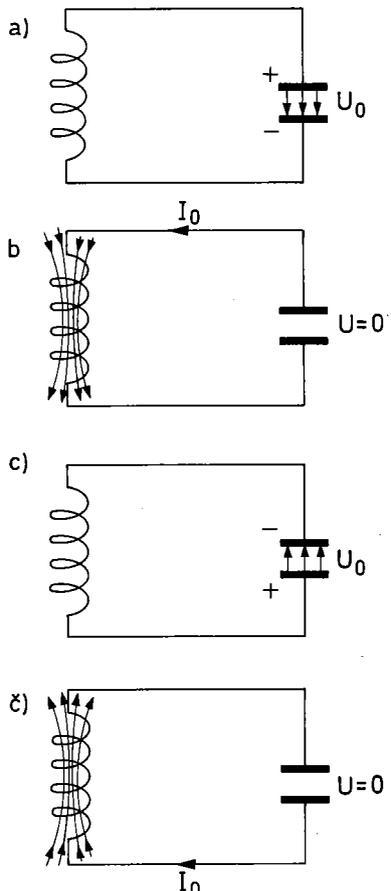
$\omega_d$  je frekvenca dušenega nihala:  $\omega_d^2 = \omega_0^2 - \beta^2$ .

Zaradi ohmske upornosti nihajnega kroga se frekvenca kroga zmanjša z  $\omega_0$  na  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - (R/2L)^2}$ ; obenem se amplituda nihajočega toka eksponentno zmanjšuje s časom s faktorjem  $\exp(-Rt/2L)$ .

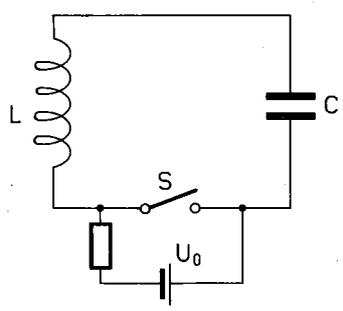
**Nedušeno nihanje električnega nihajnega kroga**

Želimo, da nihajni krog niha nedušeno, da se amplituda nihanja toka ( $I_0$ ) ne zmanjšuje s časom. To dosežemo, če nihajnemu krogu sproti dovajamo toliko energije, kolikor se je izgublja.

Lahko napravimo takole: kondenzator nihajnega kroga prek stikala  $S$  priključimo na vir stalne napetosti  $U_0$  (slika 4.44). Pri odprtem stikalu se kondenzator polni in energija teče iz vira v nihajni krog. Pri zaprtem stikalu pa je nihajni krog prepuščen samemu sebi in njegova energija se postopoma izgublja. Vsakokrat ko se nihanje že



slika 4.43



slika 4.44

$s = 16,8 \text{ kHz}$

postjo  $\mu (<1)$  sprema  $\mu L$ , to je za  $dL$  lastne frekvence je tako majhna

skoraj zaduši, odklopimo stikalo, da se kondenzator ponovno napolni. Amplituda nihajočega toka ( $I_0$ ) se spreminja s časom približno tako, kot kaže slika 4.45. Stikalo S moramo vklapljeti oziroma izklapljeti tem hitreje, čim bolj dušeno je nihanje toka v nihajnem krogu ter čim večja je lastna frekvenca kroga.

Nedušeno nihanje v električnem nihajnem krogu vzdržujemo tudi tako, da na nihajni krog priključimo sinusno izmenično napetost (nihajni krog sklopimo z virom prek kondenzatorja ali pa prek tuljave). Frekvenca  $\omega$  priključene napetosti je t.i. vsiljena frekvenca. Nihajnemu krogu, ki sam zase niha z lastno frekvenco  $\omega_0$ , torej vsiljujemo nihanje s vsiljeno frekvenco  $\omega$ . Amplituda nihajočega toka je zato največja (gl. vsiljeno nihanje, I. del, str. 116), če je frekvenca  $\omega$  vsiljene izmenične napetosti enaka lastni frekvenci  $\omega_0$  nihajnega kroga. V tem primeru je vsiljena napetost v resonanci z nihajnim krogom. V resonanci niha tok sočasno s priključeno napetostjo ( $\phi = 0$ ), pa je zato dovedena moč v povprečju največja (gl. str. 138). Vir napetosti dovaja energijo nihajnemu krogu v pravilnem ritmu, tako da vsakokrat pospešuje nihanje toka. Amplituda vsiljenega nihanja toka v resonanci je tem večja, čim šibkejša je dušenje nihajnega kroga (v idealnem primeru, brez dušenja, bi bila neskončno velika).

Najbolje je, če nihajni krog sam uravnava dovajanje energije, tako da jo prejema v pravih trenutkih. Kako to napravimo s pomočjo triode (gl. str. 73), je skicirano na sliki 2.50. V mrežnem krogu triode je npr. tuljavica, ki je induktivno zvezana s tuljavo nihajnega kroga; ta je v anodnem tokovnem krogu triode. V nihajnem krogu nihajoči tok z indukcijo spreminja mrežno napetost triode, ki nato povečuje ali zmanjšuje anodni tok. Trioda se tako odpira in zapira s frekvenco nihajnega kroga, tako da anodni tok v pravih trenutkih in v pravi smeri teče skozi nihajni krog ter s tem vzdržuje njegovo nedušeno nihanje. Namesto triode lahko uporabimo tudi tranzistor (gl. str. 76).

Vzdrževanje nedušene nihanja v nihajnem krogu je posebej pomembno, če nihajni krog ni zaprt, da se spremembe v električnem in magnetnem polju razširjajo v okolico (kot elektromagnetno valovanje, gl. III. del, str. 68–69).

Električni nihajni krog, v katerem vzdržujemo nedušeno nihanje toka, imenujemo **oscilator**. Uporabljamo ga npr. kot vir izmeničnega toka za **tonski generator**. Nihajoči izmenični tok se v zvočniku spreminja v zvočni signal. Frekvenca oddanega zvoka je enaka lastni frekvenci nihajnega kroga in se lahko spreminja (s tem da se npr. spreminja kapacitivnost nihajnega kroga) v širokem razponu, npr. v celotnem območju slišnih frekvenc.

## Visokofrekvenčni tok

Oscilator je posebej pomemben kot vir visokofrekvenčnega toka z različnimi frekvencami (npr. do sto MHz). Ker se visokofrekvenčni tok (s frekvencami nad 10 kHz) zelo hitro spreminja s časom, se indukcija močno izrazi in ima zato tok posebne značilnosti. Visokofrekvenčni tok npr. teče pretežno po površini prevodnika (t.i. **kožni efekt** visokofrekvenčnega toka).

Ko električni tok teče po debelem prevodniku (žici), se razcepi na posamezne sloje (v notranjosti) prevodnika; čim manjša je upornost posameznega sloja, tem večji del celotnega toka prevzame nase. Pri visokofrekvenčnem toku je bolj kot ohmska upornost pomembna induktivna upornost  $L\omega$ . Ugotovimo lahko, da imajo notranje valjasti sloji (z manjšim polmerom  $r$ ) večjo induktivnost kot zunanji sloji (z večjim polmerom  $r$ ). Na strani 130 (enačba 4.21) smo izpeljali induktivnost koaksialnega kabla:  $L/b = (\mu_0/2\pi)\ln(R_2/R_1)$ . Tanek sloj s polmerom  $r$ , debelino  $d$  in dolžino  $b$  ima potemtakem induktivnost  $L = (\mu_0 b/2\pi)\ln(1 + d/r) \approx \mu_0 b d/(2\pi r)$  (za  $d \ll r$ ). Torej je induktivnost sloja zares tem manjša, čim večji je njegov polmer ( $r$ ). Zunanje plasti kovinske žice imajo manjšo induktivno upornost kot notranje (posebej to velja za žice iz feromagnetne snovi). Razlika v induktivni upornosti zunanjih in notranjih slojev prevodnika je posebej izrazita pri visokih frekvencah, to je pri visokofrekvenčnem toku. Zaradi tega visokofrekvenčni tok teče pretežno po zunanji površini prevodnika, pa so zato ti prevodniki lahko votli. Kožni efekt je npr. vzrok, da visokofrekvenčni tok ni škodljiv človeku, saj teče pretežno po površini kože (odtod tudi ime kožni efekt), ki jo kvečjemu segreva ali nanjo kako drugače učinkuje.

Oscilator za visokofrekvenčni tok mora imeti veliko lastno frekvenco, to je majhno kapacitivnost in induktivnost. Plošči kondenzatorja sta npr. majhni in široko razmaknjena, tuljava ima le nekaj razprtih ovojev (slika 4.46). Ker je tuljava kratka in široka, se njeno magnetno polje močno raztresa v okolico. Če v to polje položimo tuljavo kakega drugega nihajnega kroga (ki pa sam nima vira napetosti za vzdrževanje nedušene nihanja), se v njej inducira izmenični tok s frekvenco, ki je enaka lastni frekvenci »oddajnega« nihajnega kroga. Tok, ki se inducira v »sprejemnem« nihajnem krogu, npr. pokaže žarnica, vključena v ta krog. Žarnica sveti, četudi v krogu ni posebne vira napetosti. Opazimo, da žarnica sveti najmočneje, če je ravnina sprejemne tuljave vzporedna ravnini oddajne tuljave, tako da ta pošilja skozi sprejemno tuljavo največji možni fluks. Če sprejemno tuljavo zasukamo, se induciran tok v njej zmanjša, žarnica ugasne. Seveda žarnica tudi šibkeje sveti, če sprejemni nihajni krog oddaljimo od oddajnega.

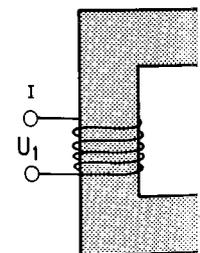
Recimo, da spreminjamo kapacitivnost kondenzatorja v sprejemnem krogu (kondenzator je npr. vrtljiv); spreminjamo torej lastno frekvenco tega

ga. Opazimo, da sveti najmočneje. Če se krog ena oddajnega, to je, če oddajnim krogu inducira ta tok (posebno če oddajnega).

Žarnica sveti, četudi v krogu ni posebne vira napetosti. Opazimo, da žarnica sveti najmočneje, če je ravnina sprejemne tuljave vzporedna ravnini oddajne tuljave, tako da ta pošilja skozi sprejemno tuljavo največji možni fluks. Če sprejemno tuljavo zasukamo, se induciran tok v njej zmanjša, žarnica ugasne. Seveda žarnica tudi šibkeje sveti, če sprejemni nihajni krog oddaljimo od oddajnega.

## Transformator

izmenični tok je vsem zato, ker lahko povečujemo (pri enosmernem) delamo v transformator. Triodno energijo pri nizki transformator je (n<sub>1</sub> ovojev) in sekunda naviti na skupni objemata praktično 4.48).

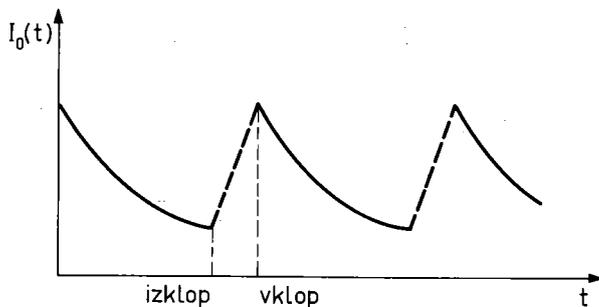


...en kot vir visok...  
 ...frekvencami (n...  
 ...venčni tok (s fre...  
 ...hitro spremin...  
 ...razi in ima zato...  
 ...kofrekvenčni to...  
 ...i prevodnika (t...  
 ...a toka).

...elem prevodnik...  
 ...sloje (v notranje...  
 ...e upornost pose...  
 ...otnega toka pre...  
 ...nem toku je bo...  
 ...mbna induktivn...  
 ...da imajo notranj...  
 ...m  $r$ ) večjo induk...  
 ...polmerom  $r$ ). Na...  
 ...zpeljali induktiv...  
 ... $(\mu_0/2\pi)\ln(R_2/R_1)$ ...  
 ...lino  $d$  in dolžino...  
 ...st  $L = (\mu_0 b/2\pi)$ ...  
 ... $\ll r$ ). Torej je

...Opazimo, da žarnica v sprejemnem krogu (najmočneje, če je lastna frekvenca sprejemnega kroga enaka lastni frekvenci oddajnega kroga, to je, če je sprejemni krog v resonanci z oddajnim krogom. Tedaj se lahko v sprejemnem krogu inducira tako močan tok, da žarnica prežari (posebno če je sprejemni krog blizu oddajnega kroga).

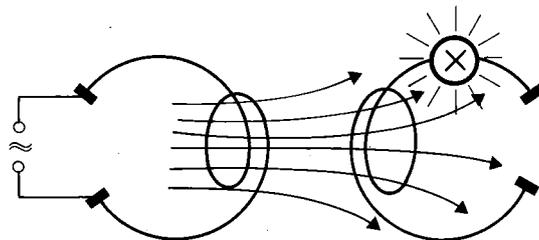
...zni efekt visokofrekvenčnega toka se lepo demonstrira pri poskusu, ki je prikazan na sliki 4.45. Vodnik v sprejemnem nihajnem krogu se na nekem mestu razcepi v osrednjo žilo in v obdajajoči plašč. Žarnica A, ki je vklopljena v osrednjo žilo (in registrira tok skozi njo), skorajda ne sveti, žarnica B v obdajajočem plašču pa sveti zelo močno. Visokofrekvenčni tok namreč teče pretežno po zunanjem sloju vodnika.



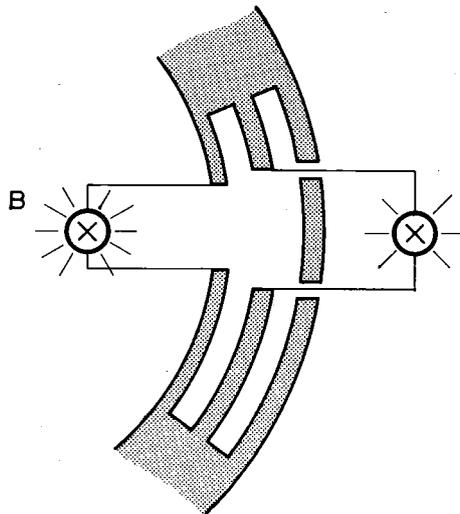
slika 4.45

**Transformator**

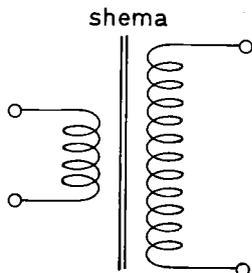
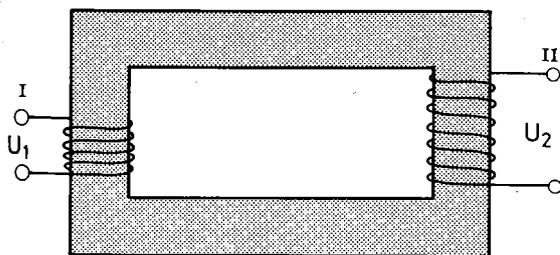
...izmenični tok je pomemben in uporaben predvsem zato, ker lahko z indukcijo poljubno spremenimo (povečujemo ali zmanjšujemo) napetost pri enosmernem, stalnem toku tega ne moremo). To delamo v transformatorju. Lahko rečemo, da je transformator električni stroj, ki pretvarja električno energijo pri visoki napetosti v električno energijo pri nizki napetosti, in obratno. Vsak transformator je sestavljen iz primarnega navitja ( $n_1$  ovojev) in sekundarnega navitja ( $n_2$  ovojev), ki sta naviti na skupno feromagnetno jedro, tako da objemata praktično enak magnetni pretok (slika 4.48).



slika 4.46



slika 4.47



slika 4.48

...tok mora imeti...  
 ...ajhno kapacitiv...  
 ...ndenzatorja sta...  
 ...ni, tuljava ima le...  
 ...). Ker je tuljava...  
 ...tno polje močno...  
 ...poločimo tuljavo...  
 ... (ki pa sam nima...  
 ...dušenega nihaj...  
 ...tok s frekvenco...  
 ...«oddajnega» nihaj...  
 ...»sprejemnem«...  
 ...žarnica, vključena...  
 ...krogu ni poseb...  
 ...da žarnica sveti...  
 ...sprejemne tuljave...  
 ...ave, tako da ta...  
 ...največji možni...  
 ...kamo, se induci...  
 ...ugasne. Seveda...  
 ...sprejemni nihajni

...tivnost konden...  
 ...denzator je npr...  
 ...frekvenco tega

Na primarno navitje ( $I$ ) priključimo napetost:  $U_1 = U_{10} \sin(\omega t)$ , ki jo želimo transformirati (povečati ali zmanjšati njeno amplitudo  $U_{10}$ ). Priključena izmenična napetost požene skozi primarno navitje t.i. primarni tok  $I_1$ , ki v idealnih okoliščinah (če zanemarimo ohmske in ostale energijske izgube, če je npr. transformator neobremenjen) zaostaja za napetostjo za  $\pi/2$  (zaradi induktivne upornosti navitja s feromagnetnim jedrom):  $I_1 = -I_{10} \cos(\omega t)$ , tako da je povprečna moč primarne napetosti praktično enaka nič.

Primarni tok  $I_1$  ustvarja v feromagnetnem (npr. železnem) jedru transformatorja spreminjajoči se magnetni pretok  $\Phi = -\Phi_0 \cos(\omega t)$ , ki ga objemata tako primarno kot sekundarno navitje. V vsakem ovojju teh navitij se zato inducira napetost  $d\Phi/dt = \omega_0 \sin(\omega t)$ .

V primarnem navitju se torej inducira napetost  $U_{11} = n_1 \Phi_0 \omega \sin(\omega t)$ , ki je v idealnih okoliščinah (če zanemarimo ohmsko upornost navitja) enaka priključeni primarni napetosti  $U_1$ . Sledi:

$$U_1 = n_1 \Phi_0 \omega \sin(\omega t) \quad (4.49a)$$

V sekundarnem navitju ( $II$ ) z  $n_2$  ovoji se inducira napetost  $U_{12} = n_2 \Phi_0 \omega \sin(\omega t)$ , ki je gonilna napetost  $U_2$  na sponkah sekundarnega navitja:

$$U_2 = n_2 \Phi_0 \omega \sin(\omega t) \quad (4.49b)$$

Tako dobimo pomembno enačbo transformatorja:

$$\boxed{U_2/U_1 = n_2/n_1} \quad (4.50)$$

**Razmerje sekundarne in primarne napetosti je enako razmerju števila ovojjev sekundarnega in primarnega navitja.**

Na sekundarno navitje priključimo potrošnik, npr. ohmski upornik. Sekundarna napetost  $U_2$  poganja skozi zaključeni sekundarni krog sekundarni tok  $I_2$ . Ta po zakonu indukcije nasprotuje spreminjanju magnetnega pretoka skozi transformatorsko jedro in tako vpliva na primarni tok v primarnem navitju, ki se zato poveča (da prepreči vpliv sekundarnega toka na magnetni pretok). Obenem se zmanjša fazna razlika med primarnim tokom in primarno napetostjo (ki je pri neobremenjenem transformatorju, ko ni sekundarnega toka, enaka  $\pi/2$ ), tako da se povprečna moč v primarnem navitju poveča. Pri skrajno obremenjenem transformatorju, npr. če sekundarno navitje kratko sklenemo, nihata primarni tok in primarna napetost praktično sočasno (brez fazne razlike).

V močno obremenjenem transformatorju **tečeta primarni in sekundarni tok v nasprotnih smereh**, nasprotujeta drug drugemu. O tem se prepričamo, če npr. primarno tuljavo z veliko ovoji navijemo na debelo železno palico, na katero kot sekundarno tuljavo nataknejo aluminijast obro-

ček. Ker je tok skozi obroček močan (zaradi majhne specifične upornosti aluminija) nasprotno usmerjen kot tok skozi primarno tuljavo, deluje na obroček magnetna sila. Magnetno silo med vzporednimi, raznosmernimi tokovi, str. 92), ki ga odbije, da odleti z veliko hitrostjo navzgor. Te sile ni, če je npr. obroček prekinjen.

Oglejmo si energijske razmere pri močno obremenjenem transformatorju. Transformator prejema v primarnem navitju (to je iz vira primarne napetosti) povprečno moč:  $U_{1ef} I_{1ef}$ . V sekundarnem navitju pa oddaja ohmskemu potrošniku povprečno moč:  $U_{2ef} I_{2ef}$ . Če zanemarimo energijske izgube zaradi ohmske upornosti obeh navitij ter izgube v feromagnetnem jedru transformatorja, mora biti oddana moč enaka prejeti.

V feromagnetnem jedru se zaradi močno spreminjajočega se magnetnega fluksa inducirajo vrtilni tokovi, zaradi katerih se v jedru sproščajo joulova toplota in se jedro segreva. Vrtilni tokove zmanjšamo, če povečamo ohmsko upornost jedra, železo npr. razrežemo na lamele. Poleg tega se v feromagnetnem jedru izgubi električna energija zaradi izmenične magnetizacije in demagnetizacije feromagnetne snovi (Histerezne izgube, gl. str. 106).

Na strani 106 smo ugotovili, da ploščina histerezne zanke podaja energijo, ki se potroši v enotni prostornini feromagnetne snovi po enem magnetnem ciklu (gl. sliko 3.55). To lahko enostavno dokažemo tudi s pomočjo indukcije. Zaradi spreminjanja magnetizacije se magnetni pretok skozi primarno tuljavo spremeni v času  $dt$  za  $d\Phi_1 = S dB_1$  ( $S$  = presek feromagnetnega jedra v primarni tuljavi) in v primarni tuljavi se inducira napetost  $U_1 = -n_1 d\Phi_1/dt$ . Pri toku  $I_1$  v primarni tuljavi se za premagovanje te napetosti v času  $dt$  potroši delo:  $dA = -U_1 I_1 dt = +n_1 I_1 S dB_1$ . Primarni tok  $I_1$  lahko izrazimo z jakostjo  $H$  magnetnega polja:  $H = n_1 I_1 / b$  ( $b$  = dolžina jedra oz. primarne tuljave) in dobimo:  $dA = H dB_1 S b = H dB_1 V$  ( $V$  = volumen jedra). Celotna električna energija, potrošena v enem magnetizacijskem ciklu, je torej:  $\int H dB_1 V$ , kar smo želeli pokazati. Delo magnetčenja in razmagnetčenja feromagnetnega jedra se v jedru sprošča kot notranja energija in se prišteva k joulovi toploti. Da so histerezne izgube v transformatorskem jedru čim manjše, uporabimo feromagnetno jedro s čim ožjo histerezno zanko, npr. mehko železo.

Če zmanjšamo raznovrstne energijske izgube v transformatorju na minimum, lahko vzamemo, da je oddana električna moč enaka prejeti:

$$U_{2ef} I_{2ef} = U_{1ef} I_{1ef} \quad (4.51)$$

Podobno enačbo lahko napišemo tudi za amplitudne vrednosti napetosti in toka, npr.:  $U_{10} I_{10} = U_{20} I_{20}$  ali za splošno napetost in tok:

$$U_2 I_2 = U_1 I_1 \quad \text{ali}$$

$$U_2/U_1 = I_1/I_2$$

**Tokova v primarnem in sekundarnem navitju sta obratno sorazmerna s števili ovojjev.** Na transformatorja (kjer je primarno navitje na nizkonapetostni strani in sekundarno na visokonapetostni strani) torej poleg napetosti...

Izmenična napetost kot npr. stalna napetost, zato, ker jo lahko spreminjamo (povečamo, s čimer povečamo, da lahko prenašamo (z večjo) močjo. Pred prenašanjem električne energije po žicah zaradi njene joulova toplota, ki jo oddaja tok (gl. str. 106), šamo tok. Električni tok prej vodimo skozi prevodnik, poveča na večji dolžini transportnega daljnovodu se zaradi velike napetosti ohmske izgube. Na koncu napetost primerna za uporabo, to je napetost, ki jo lahko prenesemo učinkovito. Nižja delovna napetost, zato uporabimo večjo napetost, jemo enako moč (gl. str. 106) toka) nevarno.

#### Primer:

V majhno transformatorju  $P = 10 \text{ kW}$  pri napetosti  $U = 250 \text{ V}$  (kovina) te moči (p) te moči, katerih ohmski upornik...

V daljnovodu pri dani prenapetosti  $U$  in s kvadratom...

$$p = I^2 R / P =$$

Če napetost  $U = 2,5 \text{ kV}$ , se ohmski upornik zmanjša za faktor 100.

Transformator tokov (npr. v daljnovodu) primarno navitje na nizkonapetostni strani in sekundarno na visokonapetostni strani. Velik tok...

močan (zaradi  
aluminija)  
skozi primarno  
magnetna sila (C  
, raznosmerni  
a odleti z velik  
je npr. obroče

ori močno obre  
nsformator pre  
iz vira primarno  
I<sub>1ef</sub>. V sekundarn  
emu potrošnik  
marimo energij  
nosti obeh navitj  
dru transformac  
ka prejeti.

i močno spreml  
inducirajo vrtni  
v jedru sprošč  
reva. Vrtinčaste  
o ohmsko upor  
emo na lamele  
n jedru izgublja  
ične magnetiza  
magnetne snov

a ploščina histe  
e potroši v enot  
i po enem mag  
lahko enostavno  
cije. Zaradi spre  
etni pretok skozi  
asu dt za dΦ<sub>1</sub> =  
nega jedra v pri  
javlji se inducira  
ku I<sub>1</sub> v primarni  
petosti v času dt  
I<sub>1</sub>SdB<sub>1</sub>. Primarni  
H magnetnega  
dra oz. primarne  
b = HdB<sub>1</sub>V (V =  
ktrična energija,  
ijskem ciklu, je  
lazati. Delo mag  
magnetnega jedra  
a energija in se  
isterezne izgube  
manjše, upora  
ožjo histerezno

ergijske izgube  
lahko vzamemo,  
aka prejeti:

(4.51)

o tudi za ampli  
a, npr.: U<sub>10</sub>I<sub>10</sub> =  
in tok:

$$U_2/U_1 = I_1/I_2 = n_2/n_1 \quad (4.52)$$

**Tokovi v primarnem in sekundarnem navitju sta obratnem sorazmerju s številom ovojev:**  
 $I_2 = n_2/n_1$ . Na visokonapetostni strani transformatorja (kjer je več ovojev) je tok manjši kot na nizkonapetostni (z manj ovojev). Zato so vodniki na nizkonapetostni strani debelejši (manjša ohmska upornost, manjše ohmske izgube) kot na visokonapetostni strani. V transformatorju se torej poleg napetosti spreminja tudi tok.

Izmenična napetost je izredno pomembna (bolj kot npr. stalna enosmerna napetost) predvsem zato, ker jo lahko v transformatorju z indukcijo spreminjamo (poljubno povečujemo ali zmanjšujemo), s čimer spreminjamo tudi tok. To omogoča, da lahko izmenično električno energijo prenašamo (z daljnovodi) na velike oddaljenosti. Med prenašanjem se namreč v daljnovodnih žicah zaradi njihove ohmske upornosti izgublja joulova toplota, ki je premo sorazmerna s kvadratom toka (gl. str. 47). To zmanjšamo, če zmanjšamo tok. Električno energijo iz elektrarne najprej vodimo skozi transformator, kjer se napetost poveča na več deset ali več sto kV (odvisno od dolžine transporta), tok pa ustrezno zmanjša. Po daljnovodu se tako prenaša električna energija z veliko napetostjo in majhnim tokom (da so ohmske izgube med transportom kar najmanjše). Na koncu napetost zmanjšamo na raven, ki je primerna za uporabo. Pri nas ima mrežna napetost efektivno vrednost 220V, v ZDA pa le 110V. Nižja delovna napetost je manj nevarna za uporabnike, zato pa je zaradi večjih tokov (potrebujemo enako moč, to je enak produkt napetosti in toka) nevarnost požara večja.

**Primer:**

V majhno tovarno pošiljamo električno moč P = 10 kW pri napetosti U = 250 V. Koliko odstotkov (p) te moči se izgublja v daljnovodnih žicah, katerih ohmska upornost je R = 0,2Ω?

V daljnovodu se izgublja moč: I<sup>2</sup>R = (P/U)<sup>2</sup>R, ki je pri dani preneseni moči (P) obratno sorazmerna s kvadratom napetosti.

$p = I^2R/P = PR/U^2 = 0,032 = 3,2\%$

Če napetost povečamo npr. 10-krat, to je na 2,5kV, se odstotek izgubljene električne moči zmanjša za faktor 100, to je na 0,032%.

Transformator, prirejen za ustvarjanje velikih tokov (npr. več kA), se imenuje **tokovni transformator**. Običajno mrežno napetost priključimo na primarno stran transformatorja, ki ima veliko ovojev. Velik tok se pojavi v sekundarnem navitju

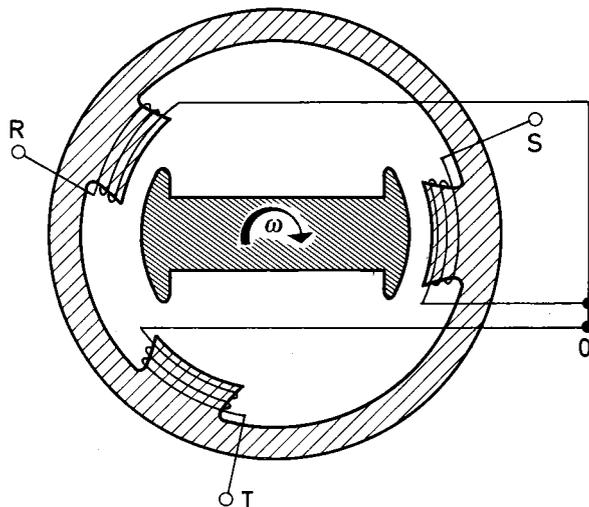
z malo ovoji (ekstremni primer je npr. en sam ovoj). Zaradi velikega toka mora imeti sekundarno navitje majhno ohmsko upornost; narejeno je npr. iz debele bakrene žice ali celo plošče. Tokovni transformator se uporablja za varjenje, v električnih pečeh ter v splošnem za proizvodnjo visokih temperatur. V t.i. indukcijskih pečeh za taljenje kovin je sekundarni ovoj (ki obdaja transformatorsko jedro) kar cevasta posoda s kovino, ki jo želimo staliti. V njej se inducira močan tok in v kovini sproščena joulova toplota stali kovino. Prednost te peči je predvsem v tem, da v taleči se kovini niso potrebne dodatne elektrode.

Transformator je tudi nepogrešljiv pri merjenju visokih napetosti ali velikih tokov (t.i. **merilni transformator**). Vodnik z velikim tokom, ki ga želimo izmeriti, obdamo s transformatorskim jedrom. Nanj je navita sekundarna tuljava z veliko ovoji. Tok v njej izmerimo z običajnim ampermetrom in s tem določimo tudi veliko večji tok v vodniku, ki je primarno navitje tega transformatorja.

**Trifazna napetost**

Trifazna napetost nastane z vektorsko vsoto treh (enofaznih) napetosti, ki so v fazi premaknjene druga glede na drugo za tretjino nihaja (za 120°). Takšno napetost dobimo v generatorju, katerega feromagnetni rotor se enakomerno vrti mimo treh tuljav, ki so navite na obodu statorja, med seboj razmaknjene za 120° (slika 4.49). Rotor in kotve statorja s tuljavami so oblikovani tako, da se med enakomernim vrtenjem rotorja v tuljavah inducirajo sinusne izmenične napetosti z enako amplitudo in s frekvenco vrtenja rotorja, npr.:

navitje R : U<sub>R</sub> = U<sub>0</sub>sin(ωt)  
navitje S : U<sub>S</sub> = U<sub>0</sub>sin(ωt - 120°)  
navitje T : U<sub>T</sub> = U<sub>0</sub>sin(ωt - 240°) (4.53)



slika 4.49

V kazalčnem diagramu prikažemo posamezne napetosti (faze) kot enako dolge kazalce, izhajajoče iz koordinatnega izhodišča v smereh, ki med seboj oklepajo kote  $120^\circ$  (slika 4.50). Časovni grafi teh napetosti so na sliki 4.51. Takoj lahko ugotovimo, da je vsota vseh treh faznih napetosti za vsak trenutek  $t$  enaka nič:

$$U_R + U_S + U_T = U_0 [\sin(\omega t) + \sin(\omega t - 120^\circ) + \sin(\omega t - 240^\circ)] = 0 \quad (4.54)$$

Napetost med posameznima fazama se imenuje **medfazna napetost**. Na sliki 4.50 je ta predstavljena z vektorjem, ki vodi od konice vektorja ene fazne napetosti do konice vektorja druge. Napetost  $U_{RS}$  med fazama  $R$  in  $S$  ima npr. amplitudo  $2U_0 \sin 60^\circ = \sqrt{3} U_0$ , za napetostjo  $U_R$  pa zaostaja za kot  $120^\circ + 30^\circ = 150^\circ$ :

$$U_{RS} = \sqrt{3} U_0 \sin(\omega t - 150^\circ)$$

Tudi medfazni napetosti  $U_{ST}$  in  $U_{TR}$  imata amplitudo  $\sqrt{3} U_0$ , razlikujeta pa se v fazi (gl. sliko 4.51):

$$\begin{aligned} U_{ST} &= \sqrt{3} U_0 \sin(\omega t + 90^\circ) \\ U_{TR} &= \sqrt{3} U_0 \sin(\omega t - 30^\circ) \end{aligned} \quad (4.55)$$

Kakor vsota faznih napetosti je tudi vsota medfaznih napetosti za vsak  $t$  enaka nič:

$$U_{RS} + U_{ST} + U_{TR} = 0 \quad (4.56)$$

Medfazno napetost npr. dobimo, če posamezne tuljave  $R$ ,  $S$  in  $T$  povežemo v t.i. **zvezdast stik** (slika 4.52). Med zunanjima kontaktoma  $R$  in  $S$  je medfazna napetost  $U_{RS}$ , med  $S$  in  $T$  napetost  $U_{ST}$  in med  $T$  in  $R$  napetost  $U_{TR}$  z amplitudo  $\sqrt{3} U_0$ , napetost med skupnim vozliščem (**ničliščem**)  $0$  in zunanjim kontaktom ( $R$ ,  $S$  ali  $T$ ) pa je zgolj enofazna napetost z amplitudo  $U_0$ . Če ima enofazna napetost efektivno vrednost  $220 \text{ V}$ , je efektivna medfazna napetost enaka  $220 \text{ V} \cdot \sqrt{3} = 380 \text{ V}$ .

Pri **trikotnem stiku** (slika 4.53) je napetost med posameznimi kontakti enaka običajni fazni napetosti z amplitudo  $U_0$ ; medfazna napetost ni dosegljiva.

Recimo, da tuljave trifaznega generatorja priključimo v zvezdnem stiku na tri porabnike (slika 4.54). Če so porabniki približno enako obremenjeni, tako da skozi vsakega teče izmenični tok s približno enako amplitudo, je vsota vseh treh tokov (enako kot za napetosti) za vsak  $t$  enaka nič:

$$I_R + I_S + I_T = 0$$

**Skozi ničelni vodnik tok ne teče**, zato ga lahko uporabimo kot ozemljitev. Seveda to velja le pri kolikor toliko enakomerni obremenjenosti posameznih faz. Prednost zvezdnega stika je predvsem v tem, da dobimo tri paralelna omrežja, ki jih vsak zase obremenjujemo, potrebujemo pa za to le 4 vodnike (3 faze in en ničelni vodnik). Če so ta omrežja povsem samostojna, pa je potrebno seveda  $3 \times 2 = 6$  vodnikov.

## Vrtlino magnetno polje

Trifazni tok omogoča nastanek t.i. vrtilnega magnetnega polja. Posamezne faze  $R$ ,  $S$  in  $T$  priključimo na tuljave, ki so razvrščene radialno in med seboj razmaknjene za  $120^\circ$  (slika 4.55). Skoznje tečejo tokovi:  $I_R = I_0 \sin(\omega t)$ ,  $I_S = I_0 \sin(\omega t - 120^\circ)$ ,  $I_T = I_0 \sin(\omega t - 240^\circ) = I_0 \sin(\omega t + 120^\circ)$ . Gostota magnetnega polja v posameznih tuljavah in smer osi tuljave in se spreminja s časom podobno kot tok, npr.:

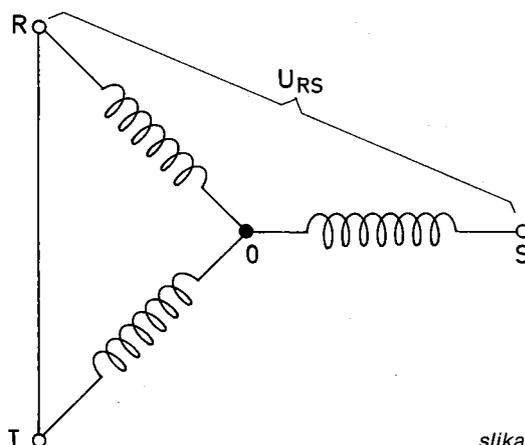
$$\begin{aligned} B_R &= B_0 \sin(\omega t) \\ B_S &= B_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \\ B_T &= B_0 \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned}$$

Ugotovimo lahko, da se njihova rezultanta (v prostoru pred ustji tuljav) spreminja s časom tako kot da se vektor z amplitudo  $B_1 = 1,5 B_0$  enakomerno s stalno frekvenco trifaznega toka v smer vrtenja je  $R \rightarrow S \rightarrow T \rightarrow R$ .

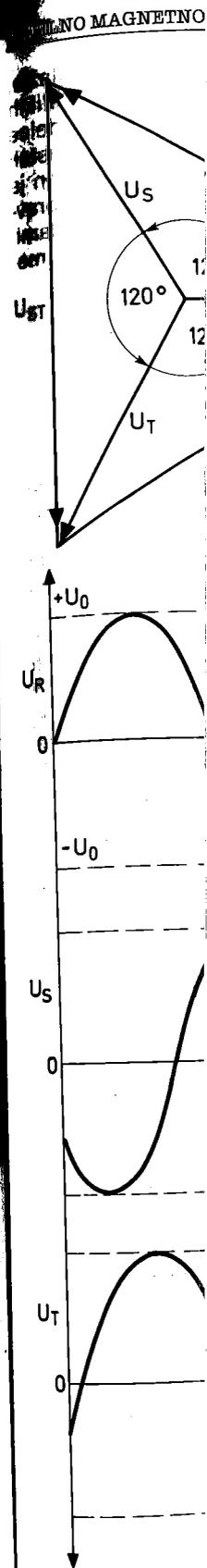
Vektor z amplitudo  $B_1$ , ki se enakomerno vrti s krožno frekvenco  $\omega$ , ima v poljubnem trenutku  $t$  komponenti:  $B_x = B_1 \sin(\omega t)$  in  $B_y = B_1 \cos(\omega t)$  (gl. sliko 4.55 a). V našem primeru (glej sliko 4.55 b) sta ti komponenti sestavljeni iz členov:

$$\begin{aligned} B_x &= B_R - (B_S + B_T) \cos 60^\circ = (3/2) B_0 \sin(\omega t) \text{ ter} \\ B_y &= (B_T - B_S) \sin 60^\circ = (3/2) B_0 \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Magnetnica v prostoru med tuljavami se vrti enako kot rezultanta gostot magnetnih polj, saj se skuša usmeriti vzdolž nje. Tudi kovinski okvir se vrti skupaj s poljem. V okviru se namreč inducira tok, na katerega magnetno polje deluje z magnetnim navorom, ki ga usmerja vzdolž rezultirajočega polja. Ker se ta vrti, se vrti tudi okvir. Če okvir ni obremenjen (se npr. prosto vrti), se vrti pospešeno, dokler ne doseže frekvence vrtilnega polja. Nato se vrti enakomerno s to frekvenco (magnetni pretok skozi okvir se namreč več ne spreminja s časom, zato se v njem tok ne inducira in ni več navora, ki pospešuje vrtenje). Obremenjen okvir (okvir je npr. rotor motorja), pa se vrti nekoliko počasneje kot polje (tem počasneje, čim bolj je obremenjen), tako da nanj nenehno deluje magnetni navor, ki premaguje obremenitev.



slika 4.52



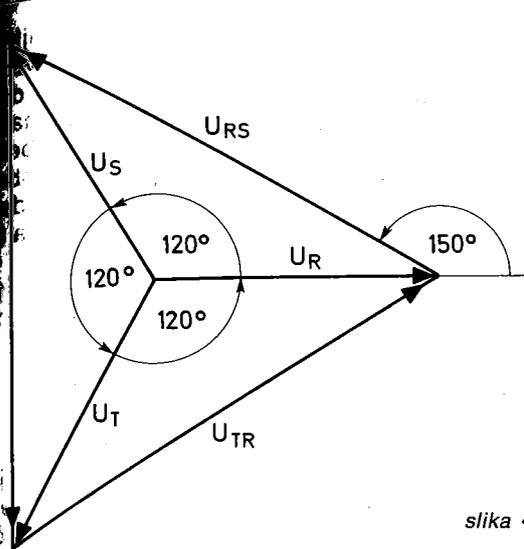
i, vrtilnega m  
R, S in T prik  
radialno in m  
a 4.55). Skoz  
 $\sin(\omega t - 120^\circ)$   
 $- 120^\circ)$ . Gosto  
ih tuljavah in  
ninja s časom

ezultanta (v pro  
a s časom tako  
 $B_1 = 1,5 B_0$  v  
trifaznega toka

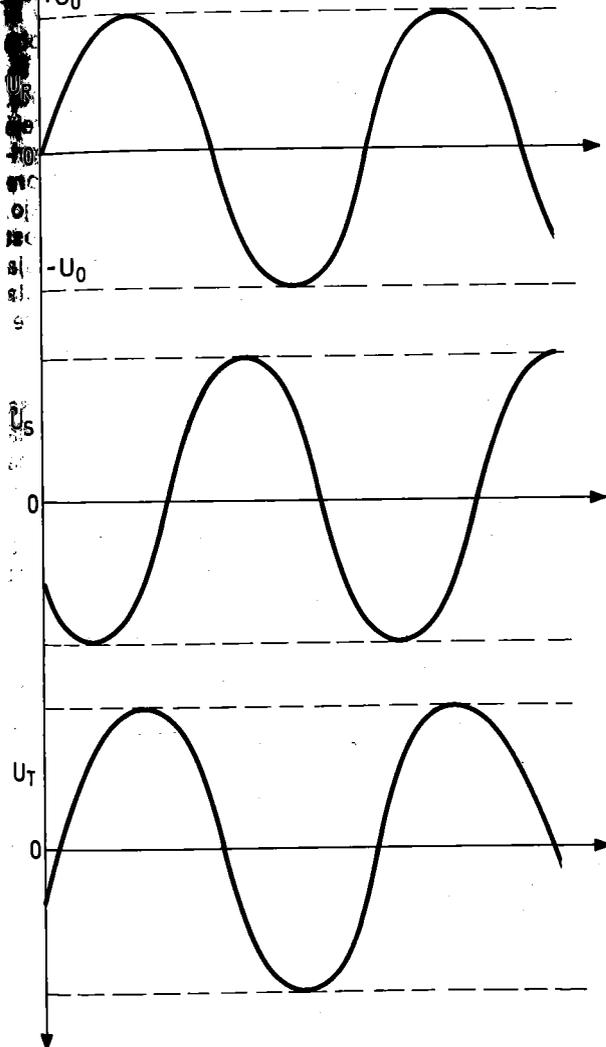
nakomerno v  
ubnem trenutku  
 $B_y = B_0 \cos(\omega t)$   
neru (glej sliko  
eni iz členov:

$(3/2)B_0 \sin(\omega t)$  ter  
 $\cos(\omega t)$

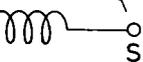
ljavami se vrt  
netnih polj, saj  
di kovinski okvir  
se namreč indu  
no polje deluje  
usmerja vzdolž  
vrti, se vrti tudi  
(npr. prosto vrti),  
oseže frekvence  
akomerno s to  
skozi okvir se  
, zato se v njem  
a, ki pospešuje  
ir je npr. rotor  
asneje kot polje  
nenjen), tako da  
avor, ki prema-



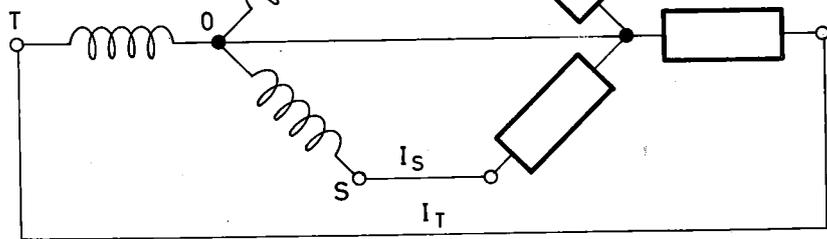
slika 4.50



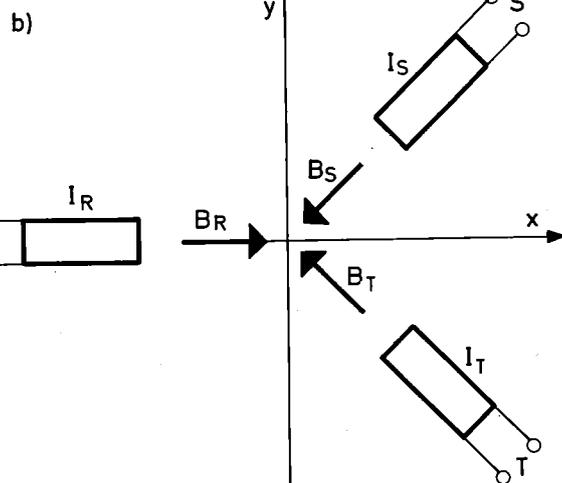
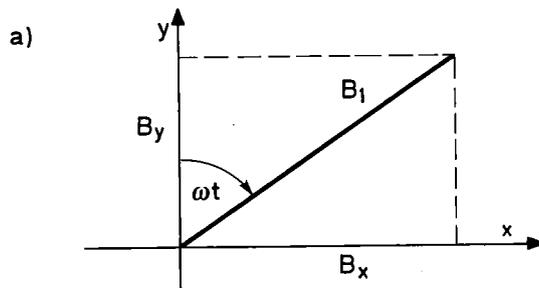
slika 4.51



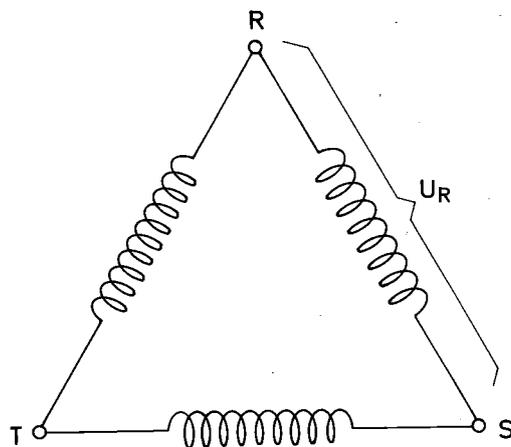
slika 4.52



slika 4.54



slika 4.55



slika 4.53