



Schrödingerjeva mačka in enačba

*Mačka, ki je hkrati živa in mrtva ter
najpomembnejša enačba očeta
kvantne mehanike.*

Valentina Stanić

KDO JE BIL ERWIN SCHRÖDINGER?

Erwin Rudolf Josef Alexander Schrödinger je bil avstrijski fizik, ki se je rodil 12. avgusta 1887 na Dunaju in tam 4. januarja 1961 tudi umrl.

Schrödinger je deloval na področju kvantne mehanike – v osnovah kvantne mehanike je znan njegov miselni paradoks z mačko (ta paradoks je vplival na probleme v zvezi z osnovami kvantne mehanike). Zelo znana je tudi Schrödingerjeva enačba, ki opisuje časovno odvisnost kvantnomehanskih sistemov (zanjo je leta 1933 prejel Nobelovo nagrado).

Ukvarjal se je tudi s statično mehaniko, termodinamiko, teorijo barv, elektrodinamiko, splošno teorijo relativnosti in kozmologijo.

Bil je tudi avtor več knjig. Njegovo najbolj znano avtorsko delo je znanstvena knjiga z naslovom *What is life?* (Kaj je življenje?), v kateri se ukvarja s problemi genetike s fizikalnega vidika. Pozornost je posvečal filozofskim pogledom na znanost, antičnim in orientalskim filozofskim konceptom, etiki in religiji. Pisal je tudi o filozofiji in teoretični biologiji.

Za svoje delo je bil tudi nagrajen. Leta 1933 je za formulacijo Schrödingerjeve enačbe prejel Nobelova nagrado iz fizike. Zelo ugledna nagrada je tudi *Max Planck Medal* (medalja Maxa Plancka), s katero je bil nagrajen leta 1937. Po njem se imenuje nagrada, ki jo podeljuje Avstrijska akademija znanosti (ÖAW) za življenjske dosežke Avstrijcev na področju matematike in naravoslovja. Schrödinger je bil prvi prejemnik te nagrade.

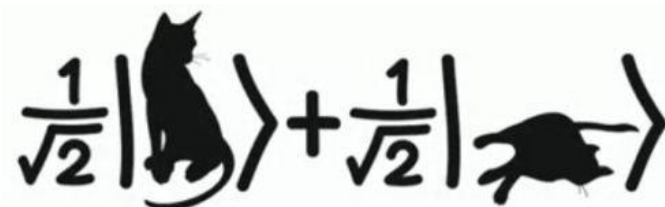
Schrödingerjeve ideje so še vedno aktualne – njegov miselni paradoks z mačko je popularna tema mnogih debat, medtem ko je njegova enačba njegova največja »tehnična« zapuščina.

Zato Erwin Schrödinger velja za očeta kvantne mehanike.



SCHRÖDINGERJEVA MAČKA

Schrödingerjeva mačka je miselni eksperiment, včasih opisan kot paradoks, ki ga je oblikoval Erwin Schrödinger. Eksperiment prikazuje problem, ki ga je Schrödinger videl pri Kopenhagenski interpretaciji kvantne mehanike (pojavi se rezultati, ki nasprotujejo »zdravi pameti«).



Slika prikazuje Kopenhagensko interpretacijo eksperimenta: med opazovanjem mačke obstaja 50% možnost, da je mačka živa in 50% možnost, da je mačka mrtva.

$$(|dead\rangle + |alive\rangle)/\sqrt{2}$$

Kopenhagenska interpretacija je ena izmed najzgodnejših in najpogostejših interpretacij kvantne mehanike. Govori o tem, da kvantna mehanika ne podaja opisa objektivne realnosti, ampak se ukvarja samo z možnostmi opazovanja ali merjenja različnih entitet (elektroni, valovne funkcije...), ki ne sodijo niti h klasični ideji o delcih, niti h klasični ideji o valovih (npr. na vprašanje *Ali je elektron delec ali valovanje?* odgovarja, da je enkrat eno, drugič drugo, nikoli pa oboje hkrati).

Nekaj načel Kopenhagenske interpretacije:

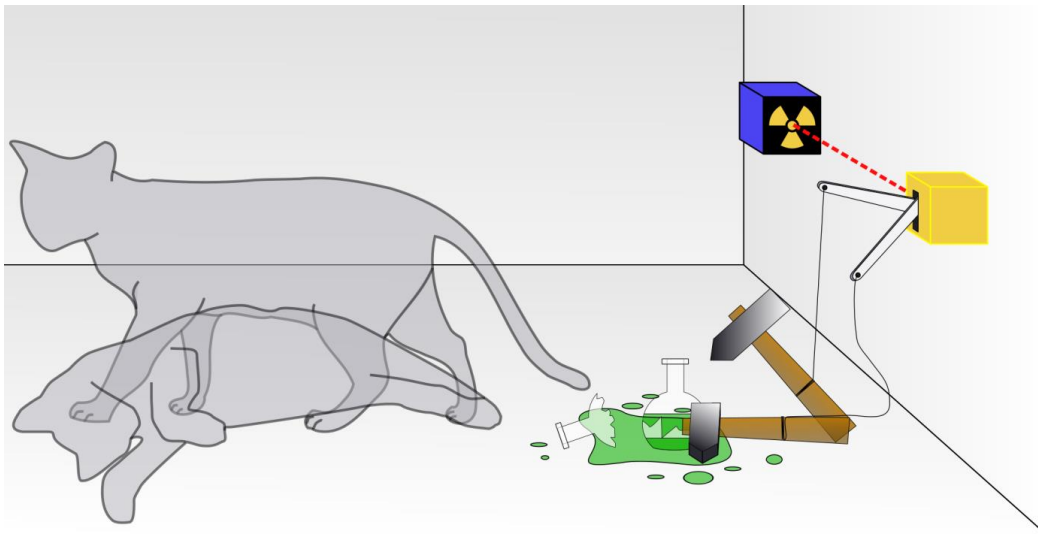
- Sistem je v celoti opisan z valovno funkcijo Ψ , ki predstavlja stanje sistema, ki se razvija v času, razen v trenutku merjenja – v tem trenutku takoj pade na lastno stanje.
- Ni možno vedeti vrednosti vseh značilnosti sistema ob istem času; vrednosti, ki niso natančno znane, se opišejo z možnostmi (*Heisenbergovo načelo nedoločnosti*).
- Merilne naprave so klasične in merijo samo klasične lastnosti, kot so pozicija in sila.
- Opis sistema iz vidika kvantne mehanike, se močno približa klasičnemu opisu (*»Correspondence principle«* Bohra in Heisenberga).

Miselni eksperiment z mačko osvetljuje konflikt med tem, kar nam kvantna teorija govori o naravi in obnašanju snovi na mikroskopski ravni in tem, kaj mi opažamo kot resnično o naravi in obnašanju snovi na makroskopski ravni (tisto, kar je vidno s prostim očesom).

Mačka je zaprta v škatli. S škatlo je povezana naprava (*Geiger counter*), ki vsebuje radioaktivna atomska jedra in posodo s strupenim plinom (npr. cianovodikova kislina). Te radioaktivne snovi je v tako majhnih količinah, da je natančno 50% možnosti, da v (približno) eni uri razpade eden izmed atomov (oz. eno jedro).

Če jedro razpade, bo oddalo delec, ki sproži napravo (*Geiger counter*), ta pa sprosti kladivo, ki razbije posodo s strupenim plinom in plin mačko ubije. Če jedro ne razpade, mačka preživi. Gledano z vidika kvantne mehanike in valovne funkcije (Ψ -funkcija) neopazovani delec predstavlja superpozicijo (to pomeni, da nekaj obstaja sočasno) razpadlega in »nerazpadlega« jedra. Če to prenesemo na mačko, pomeni, da bi bila mačka hkrati živa in mrtva. Vendar v realnosti mačka ne more biti hkrati živa in mrtva.

Torej glavno vprašanje je, kdaj sistem preneha obstajati kot mešanica obeh stanj in postane eno ali drugo.



SCHRÖDINGERJEVA ENAČBA

Schrödingerjeva enačba opisuje, kako se kvantna stanja nekih fizikalnih sistemov spreminjajo s časom. V bistvu je to valovna enačba. Schrödinger jo je zapisal leta 1925, objavil pa jo je leto kasneje. To delo se smatra za enega izmed največjih dosežkov dvajsetega stoletja in lahko rečemo, da je ustvarilo revolucijo v kvantni mehaniki, pa tudi v fiziki in kemiji.

Enačbo primerjajo z drugim Newtonovim zakonom v klasični mehaniki, saj sta obe enačbi gibanja (Newton – klasična mehanika, Schrödinger – kvantna mehanika).

Ločimo Schrödingerjevo enačbo s časovno odvisnostjo in brez nje.

Časovno odvisna Schrödingerjeva enačba

V kvantni mehaniki množico vseh možnih stanj sistema opiše kompleksni Hilbertov prostor, posamezno stanje sistema pa ustreza enotskemu vektorju v tem sistemu. Vektor stanja opiše verjetnosti za mogoče izide merjenj, izvedenih na sistemu. Ker se stanje sistema spreminja s časom, je vektor stanja odvisen od časa pa tudi od kraja; vektor stanja je torej odvisen tudi od spremenljivke r . Časovno odvisna Schrödingerjeva enačba nam podaja kvantitativni opis hitrosti spremembe vektorja stanja.

Splošna oblika časovno odvisne Schrödingerjeve enačbe:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \hat{H} \Psi,$$

kjer je i imaginarna enota, \hbar Planckova konstanta deljena z 2π , simbol $\partial/\partial t$ pa kaže odvisnost parcialnega odvoda od časa. Ψ je valovna funkcija kvantnega sistema in \hat{H} je »hamiltonka« (*Hamiltonian operator*), ki opisuje skupno energijo sistema. Oblika »hamiltonke« v enačbi je določena s fizikalnimi lastnostmi kvantnomehanskega sistema.

Schrödingerjeva enačba brez časovne odvisnosti za prost delec:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = \left[\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}, t) \right] \Psi(\vec{r}, t),$$

kjer je m masa delca, V njegova potencialna energija, ∇^2 je Laplaceov operator in Ψ je valovna funkcija.

V enačbo so vključeni diferencialni operatorji, torej je to linearna parcialna diferencialna enačba, ki je hkrati tudi difuzijska enačba (difuzijska enačba opisuje dinamiko gostote materiala, ki »doživlja« difuzijo).



Izraz »Schrödingerjeva enačba« se lahko nanaša na splošno obliko enačbe, ali pa na specifično »nerelativistično« različico (enačba za prost delec). Splošna enačba je res splošna, saj se uporablja v kvantni mehaniki za vse od Diracove enačbe do teorije kvantnega polja, z vključevanjem različnih zapletenih izrazov za Hamiltonijanski operator (»hamiltonka«). Specifična »nerelativistična« različica je poenostavljen približek realnosti, ki je v mnogo primerih zelo natančna.

Pri uporabi Schrödingerjeve enačbe se za dan sistem definira Hamiltonijanski operator tako, da zajema kinetično in potencialno energijo delcev, ki gradijo sistem, nato pa se ta operator vstavi v Schrödingerjevo enačbo. Rezultat je parcialna diferencialna enačba, ki je rešljiva za valovno funkcijo, ki vsebuje informacije o sistemu.

Časovno neodvisna Schrödingerjeva enačba

Časovno neodvisna Schrödingerjeva enačba se nanaša na delec z maso m , ki se giblje vzdolž x -osi in komunicira z njegovim okoljem preko funkcije potencialne energije $V(x)$. Če potencialna energija ni odvisna od časa, vsaki Hamiltonovi funkciji ustreza množica kvantnih stanj, znanih kot lastna stanja energije, ki zadoščajo zvezi za lastne vrednosti:

$$H|\Psi(t)\rangle = E|\Psi(t)\rangle$$

Vsako takšno stanje poseduje določeno polno energijo, katere vrednost E je lastna vrednost vektorja stanja pri danem Hamiltonovem operatorju. Schrödingerjeva enačba brez časovne odvisnosti je v bistvu enačba za lastne vrednosti. Lastnost Hamiltonovega operatorja je, da so lastne vrednosti realne (to je pričakovano, saj je energija opazljiva količina).

Splošna oblika časovno neodvisne Schrödingerjeve enačbe:

$$E\Psi = \hat{H}\Psi$$

Časovno neodvisna Schrödingerjeva enačba za prost delec:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi(\vec{r})}{dx^2} + V\Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r})$$

E je konstanta, ki ustreza celotni energiji sistema (delec in njegovo okolje). Kot vidimo, enačba ni odvisna od časa, zato se tudi imenuje Schrödingerjeva enačba brez časovne odvisnosti.

Enačba je usklajena z zakonom o ohranitvi mehanične energije izoliranega sistema brez vpliva »nekonservativnih« sil. Pove nam, da je celotna energija sistema enaka vsoti kinetične in potencialne energije ter, da je celotna energija konstantna: $K + V = E = \text{konstanta}$.

Načeloma, če poznamo funkcijo potencialne energije V , lahko rešimo zgornjo enačbo (časovno neodvisna Schrödingerjeva enačba za prost delec) in upoštevamo valovno funkcijo. Ko imamo predhodno rešitev enačbe, uveljavimo sledeče pogoje, da najdemo natančno rešitev:

- Ψ mora biti normaliziran, tj. veljati mora enačba $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx = 1$
- Ψ mora iti proti 0, ko gre x proti $\pm\infty$ in ostati končen, ko gre x proti 0
- Ψ mora biti zvezen na osi x in imeti povsod samo eno rešitev
- Odvod $d\Psi/dx$ mora biti končen, zvezen in imeti za vse (končne) vrednosti funkcije V samo eno vrednost (če odvod ne bi bil zvezen, ne bi mogli izračunati drugega odvoda $d^2\Psi/dx^2$)

Izkaže se, da je Schrödingerjeva enačba zelo uspešna pri razlagi obnašanja atomskih in nuklearnih sistemov, ki jih v okviru klasične fizike ne moremo razložiti. Poleg tega, ko uporabimo kvantno mehaniko na makroskopskih objektih, se rezultati skladajo s klasično fiziko.

VIRI IN LITERATURA

Serway, Raymond A.: Physics for Scientists and Engineers

Iglič, Aleš: Električne lastnosti snovi

http://en.wikipedia.org/wiki/Erwin_Schr%C3%B6dinger

http://en.wikipedia.org/wiki/Copenhagen_interpretation

http://en.wikipedia.org/wiki/Schr%C3%B6dinger's_cat

<http://www.telegraph.co.uk/technology/google/google-doodle/10237347/Schrodingers-Cat-explained.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/Schr%C3%B6dinger_equation

<http://physicsforme.com/2012/11/05/entangle-schrodingers-cat-to-up-its-quantum-weirdness/>

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/91/Schrodingers_cat.svg/1995px-Schrodingers_cat.svg.png

<http://austria->

forum.org/af/Wissenssammlungen/Biographien/Schr%C3%B6dinger,_Erwin