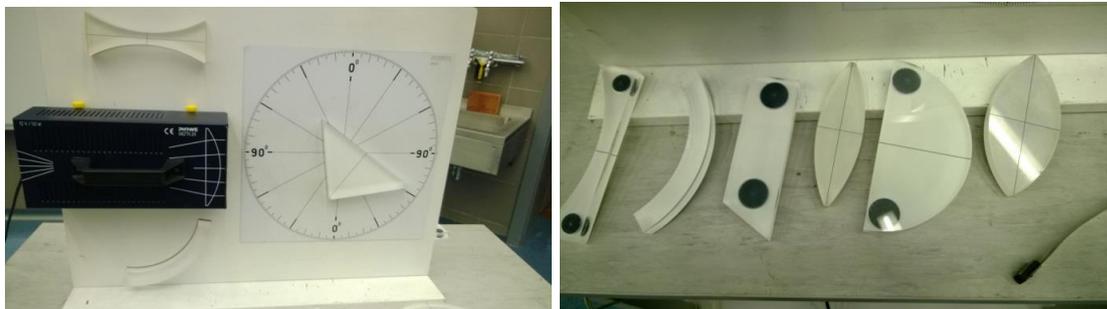
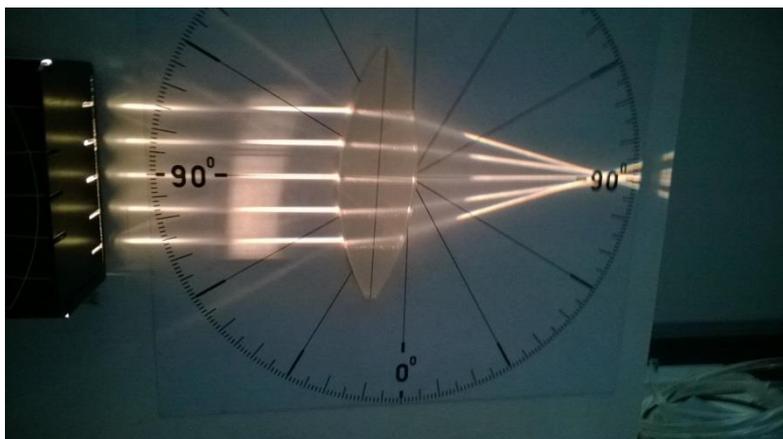


# OPTIČNI APARATI

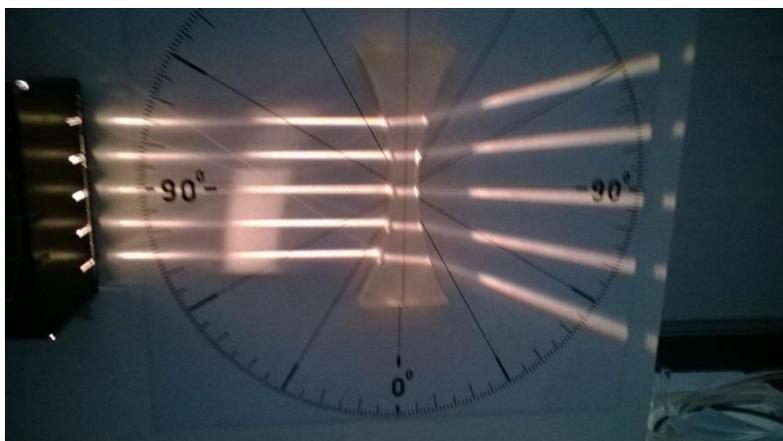
**GORIŠČE** (debele leče):



bikonveksna (zbiralna) debela leča:



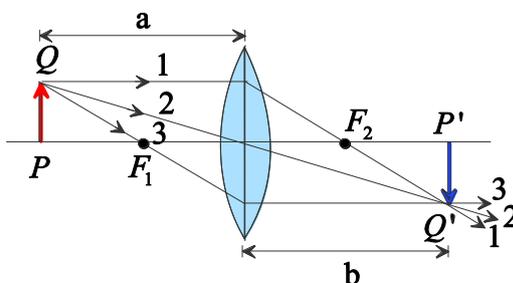
bikonkavna (razpršilna) debela leča:



## TANKE LEČE

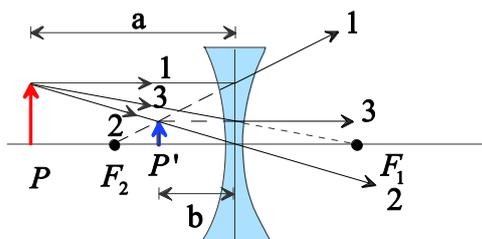
- **Bikonveksna leča:**

$$\begin{aligned} f &> 0 \\ a &> 0 \\ b &> 0 \end{aligned}$$



- **Bikonkavna leča:**

$$\begin{aligned} f &< 0 \\ a &> 0 \\ b &< 0 \end{aligned}$$

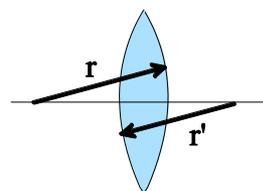


- **Računanje goriščne razdalje:**

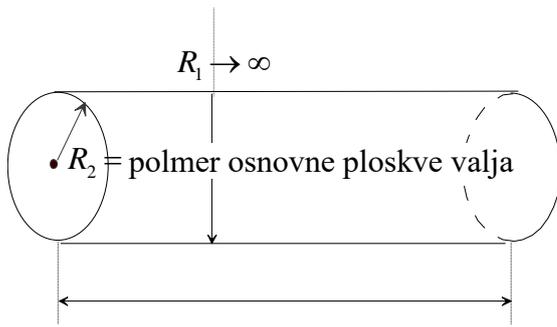
$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right)$$

$n \equiv$  lomni količnik stekla

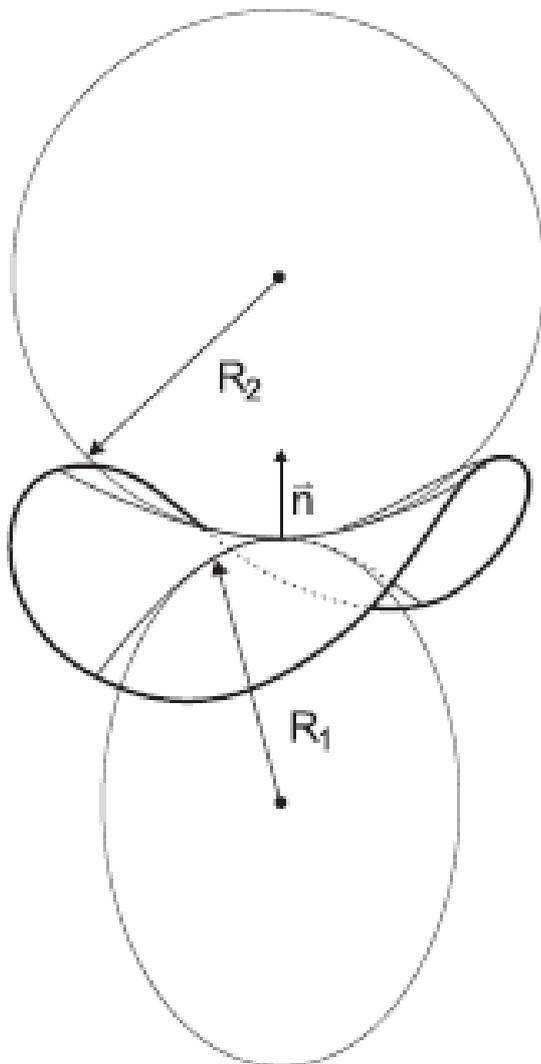
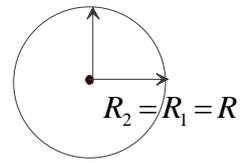
$r, r' \equiv$  krivinska radija obeh površin leče



**Primer:** krivinska radija valja in krogle

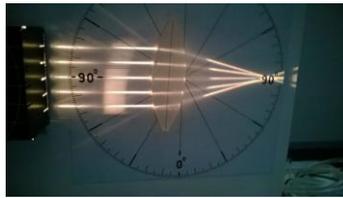
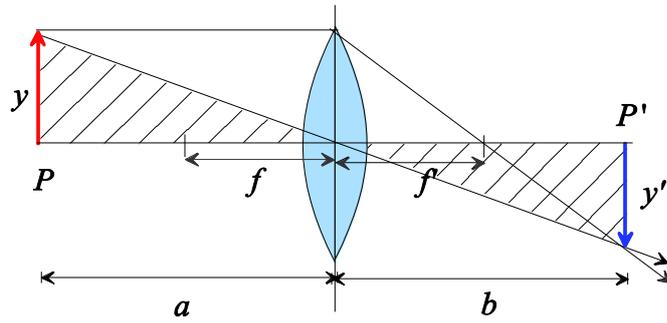


$R_1 = \text{polmer krogle } R$



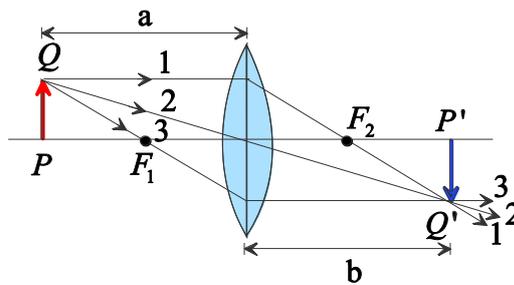
- **Enačba tanke leče:**

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$



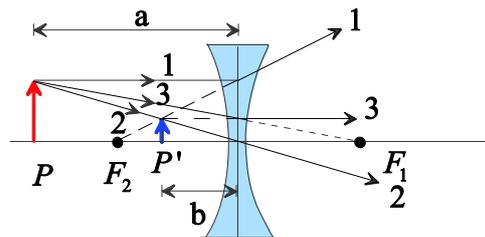
- **Bikonveksna leča:**

$$\begin{aligned} f &> 0 \\ a &> 0 \\ b &> 0 \end{aligned}$$

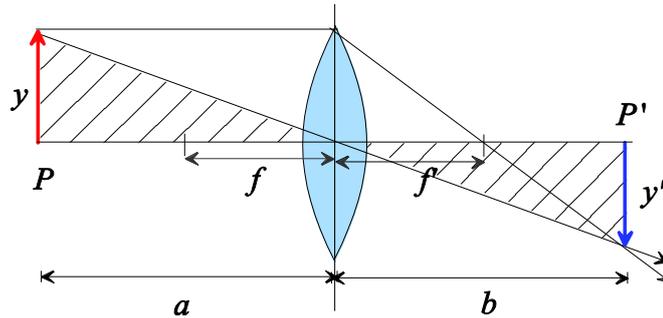


- **Bikonkavna leča:**

$$\begin{aligned} f &< 0 \\ a &> 0 \\ b &< 0 \end{aligned}$$



## POVEČAVA LEČE



povečava:  $\frac{y'}{y} = \frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}$

enačba leče:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{a-f}{af} \Rightarrow b = \frac{fa}{a-f}$

povečava:  $\frac{y'}{y} = \frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}$

## PRIMER:

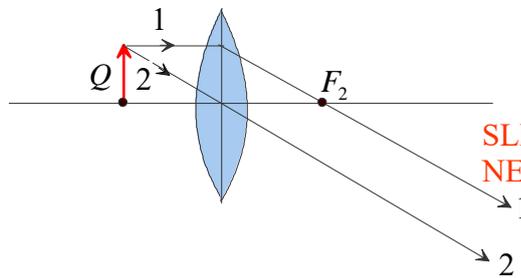
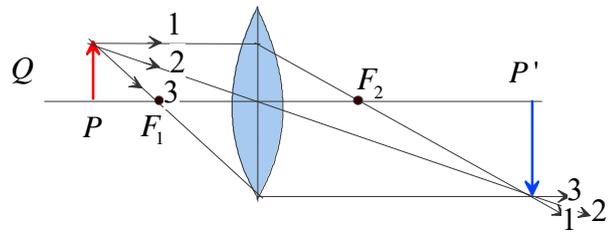
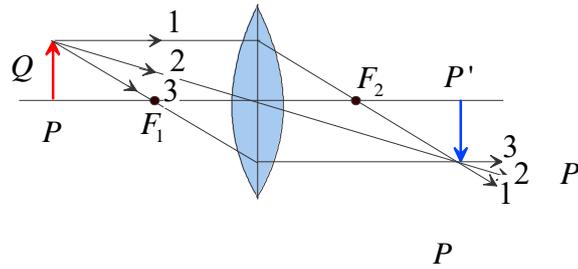
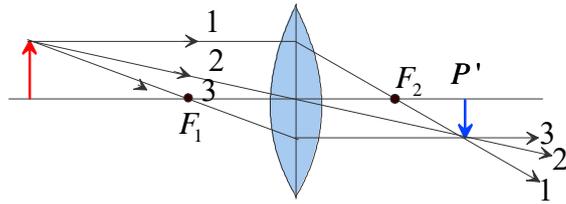
DIAPROJEKTOR na zaslonu nastane prava, obrnjena in povečana slika

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow a = \frac{bf}{b-f} \rightarrow$  na to razdaljo moramo postaviti diapozitiv

Diapozitiv moramo osvetliti naravnost, da bi objektiv zajel tudi žarke, ki gredo skozi rob diapozitiva

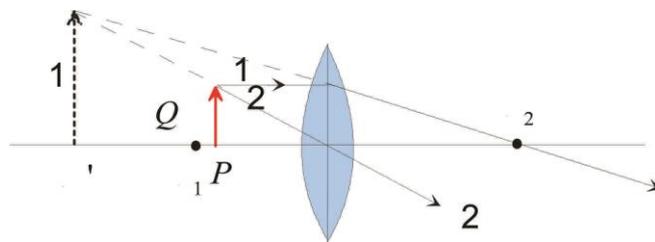
$\Rightarrow$  montiramo kondenzor, da nam ni potrebna svetila predleže montirati zaradi česar bi bila slaba osvetljenost

**Bikonveksna leča:**



SLIKA V NESKONČNOSTI

$a > 0$   
 $b < 0$



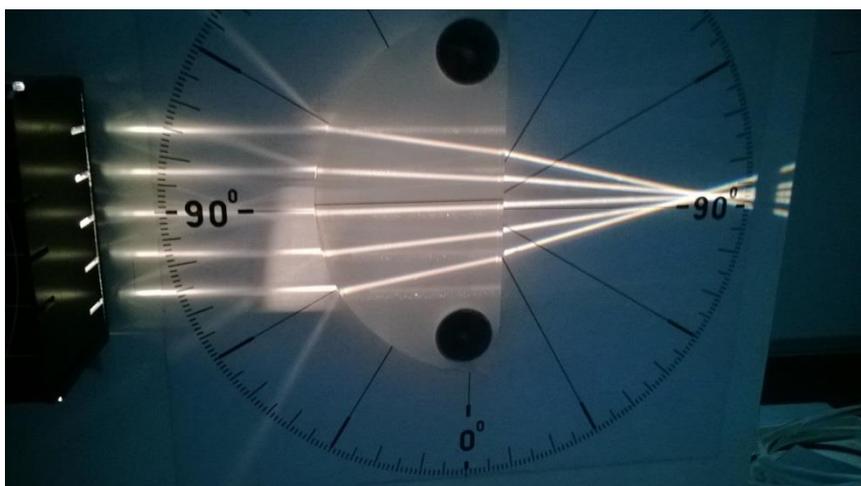
**Sistem dveh leč** (računanje nadomestne goriščne razdalje) :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{s}{f_1 f_2}$$

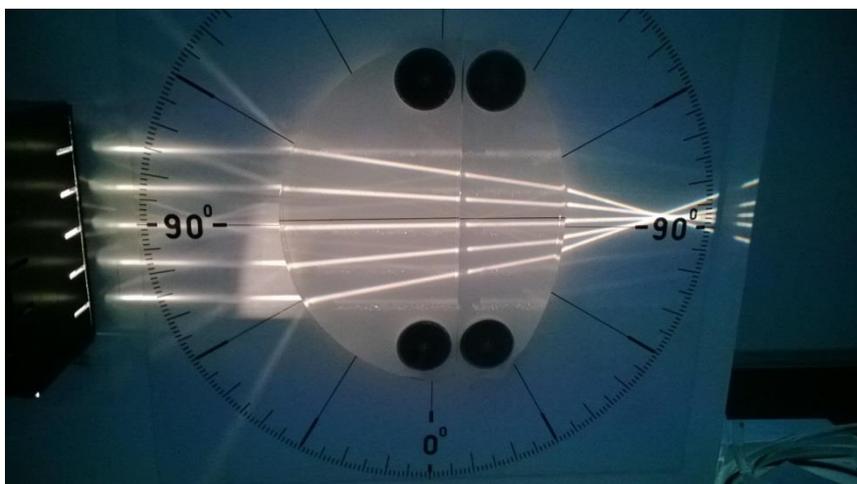
$s \equiv$  razdalja med lečama

**PRIMER:**

ena leča :



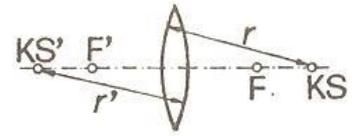
dve leči :



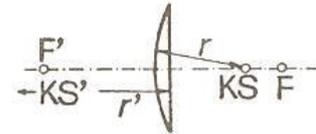
$f > 0$

bikonveksna:  
plankonveksna:

$$r > 0, r' > 0$$
$$1/f = (n-1)(1/r + 1/r')$$

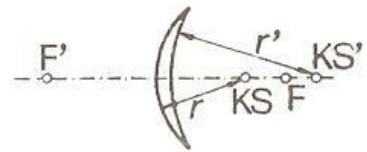


$$r > 0, r' = \infty$$
$$1/f = (n-1)/r$$



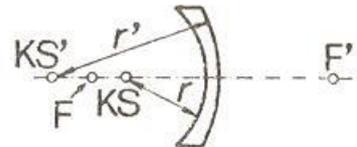
konkavno konveksna:  $r > 0, r' < 0$

$$1/f = (n-1)(1/r - 1/|r'|)$$



konveksno konkavna:  $r < 0, r' > 0$

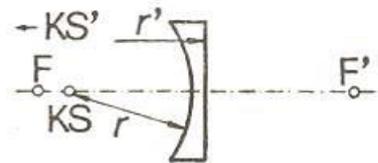
$$1/f = -(n-1)(1/|r| - 1/r')$$



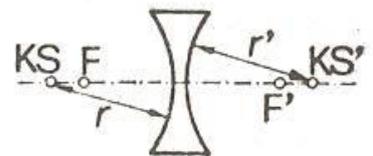
$f < 0$

plankonkavna:  
bikonkavna:

$$r < 0, r' = \infty$$
$$1/f = -(n-1)/|r|$$



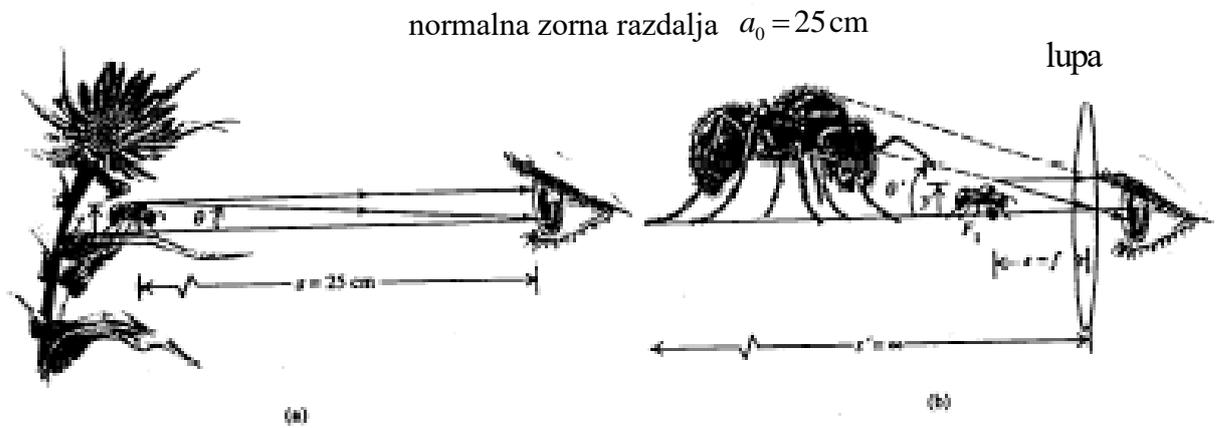
$$r < 0, r' < 0$$
$$1/f = -(n-1)(1/|r| + 1/|r'|)$$



slike: J. Strnad, Fizika II

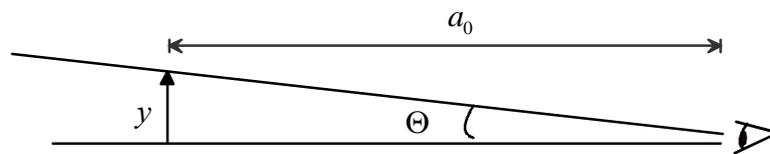
# LUPA, DALJNOGLED IN MIKROSKOP

## LUPA



Predmet postaviš v gorišče  $\Rightarrow$  povečaš zorni kot

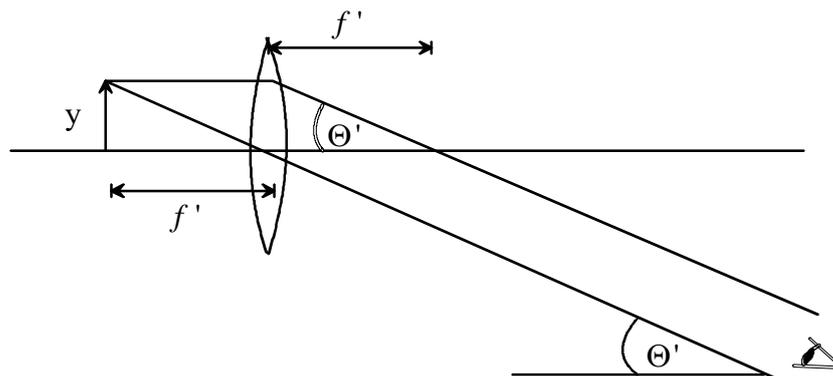
brez lupe:



z lupo:

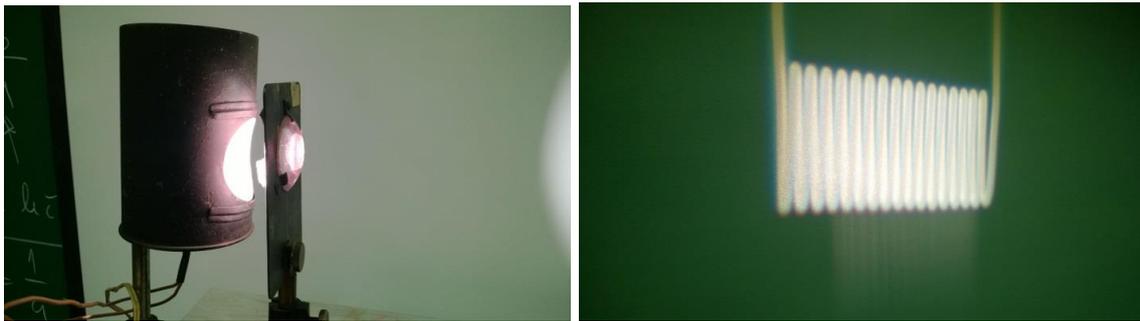
$$\text{tg } \Theta = \frac{y}{a_0}$$

$$\text{tg } \Theta' = \frac{y}{f'}$$



povečava  $N = \frac{\text{tg } \Theta'}{\text{tg } \Theta} = \frac{a_0}{f'}$

UPODABLJANJE Z ENO LEČO (predmet je nitka v žarnici) :

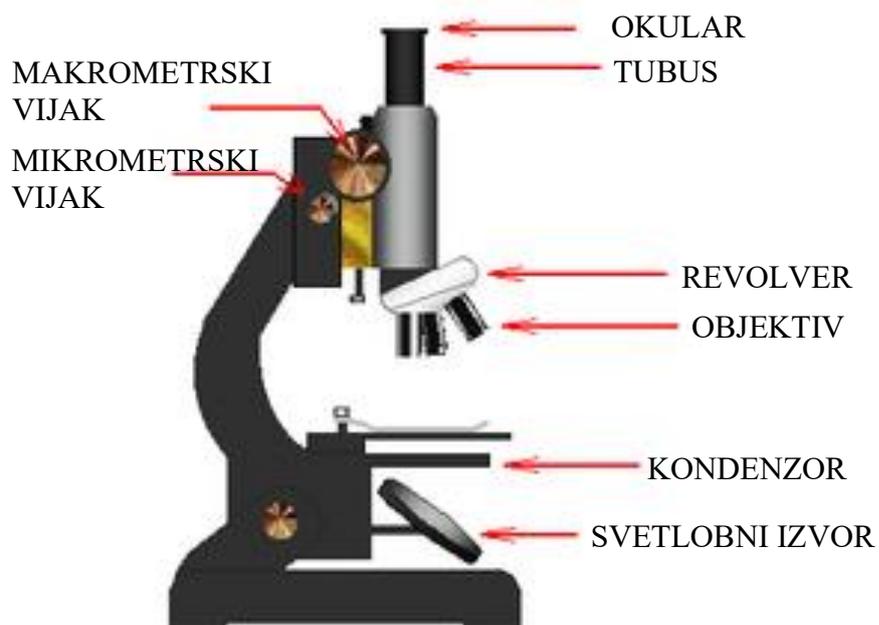


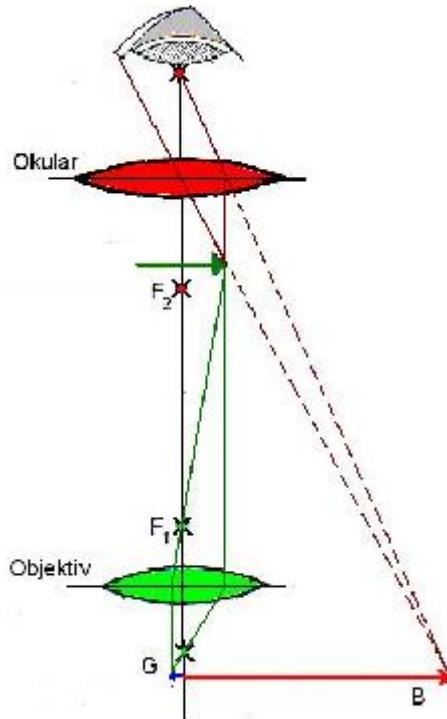
## OPTIČNI MIKROSKOP

UPODABLJANJE Z DVEMA LEČAMA (predmet je nitka v žarnici)



- Okular uporabimo kot lupo





**POVEČAVA IN LOČLJIVOST MIKROSKOPA :**

**MIKROSKOP**  
 $a_0 = 25 \text{ cm}$   
 opežovanje s prostim očesom:  $\text{tg } \alpha = \frac{y}{a_0}$

$\text{tg } \alpha' = \frac{y'}{f'} = \frac{y \cdot x'}{f \cdot f'}$

$y' = \left(\frac{x'}{f}\right) y \leftarrow \frac{y}{f} = \frac{y'}{x'}$

$x' = D - f - f'$

prečava  $N = \frac{\text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha} = \frac{a_0 \cdot x'}{f \cdot f'}$

ločljivost mikroskopa:  $\alpha_0 \approx \frac{1}{2} \frac{\lambda}{R}$ ,  $R \equiv$  radij objektivna

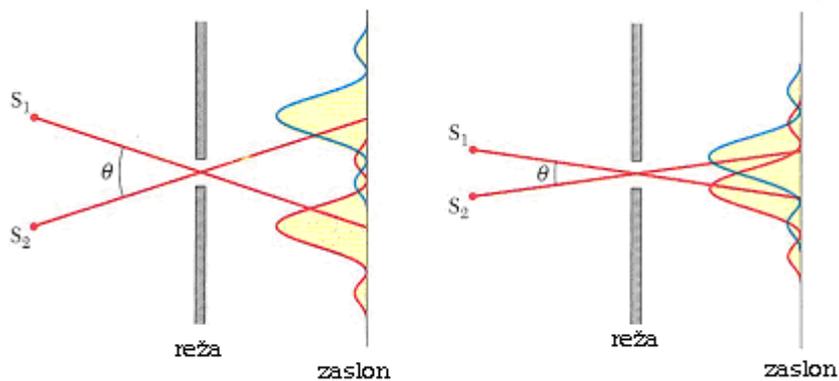
$\text{tg } \alpha_0 = \frac{y_0}{a} \approx \alpha_0 = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{R} \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2} \lambda \cdot \left(\frac{a}{R}\right)$

najmanjša razdalja med dvema točkama, t.j. razdalja med dvema točkastima svetiloma.

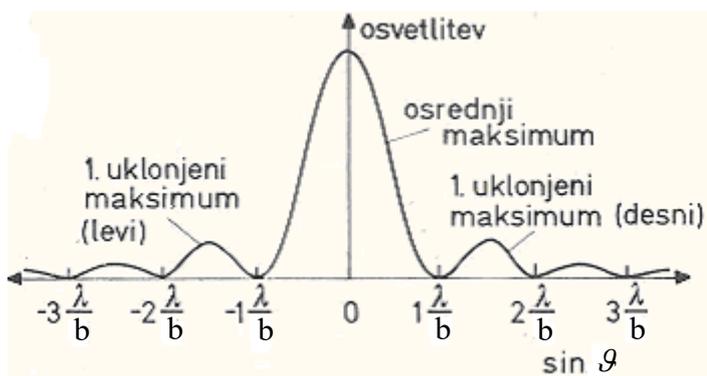
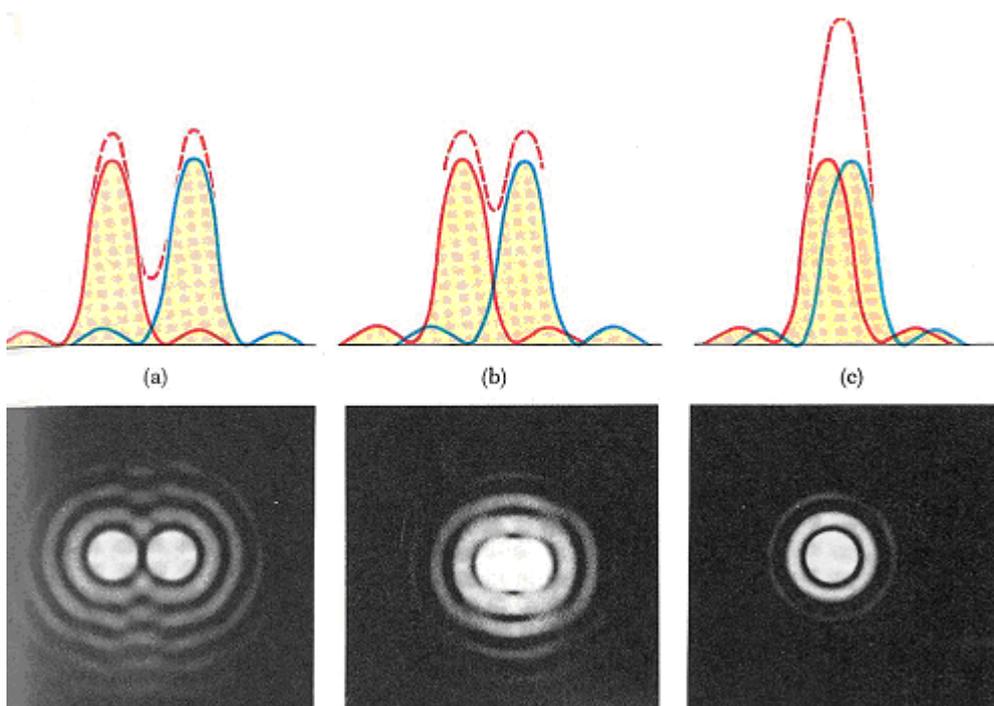
*RAZMERE za žarek, ki gre skozi sredino leče, ki je TAM RAVNA*  
 • žarek obdrži prvotno smer

opomba: za okroglo režo (lečo) kot  $\alpha_0$  dejansko ni  $0.5 \lambda/R$ , pač pa  $0.61 \lambda/R$

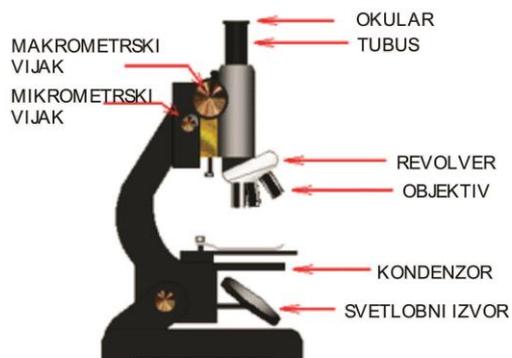
**LOČLJIVOST** zaradi uklona :



(iz knjige: Serway: PHYSICS for Scientists and Engineers – with modern physics)

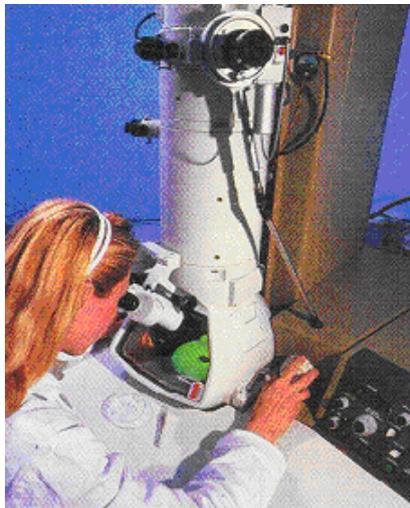


Valovne dolžine **vidne** svetlobe so v območju od **380 nm** do **780 nm**, zato imajo **optični mikroskopi slabo ločljivost**.



Rešitev : **elektronski mikroskopi**  
**ELEKTRONSKI MIKROSKOP** (med drugim : BOLJŠA LOČLJIVOST zaradi manjše valovne dolžine)

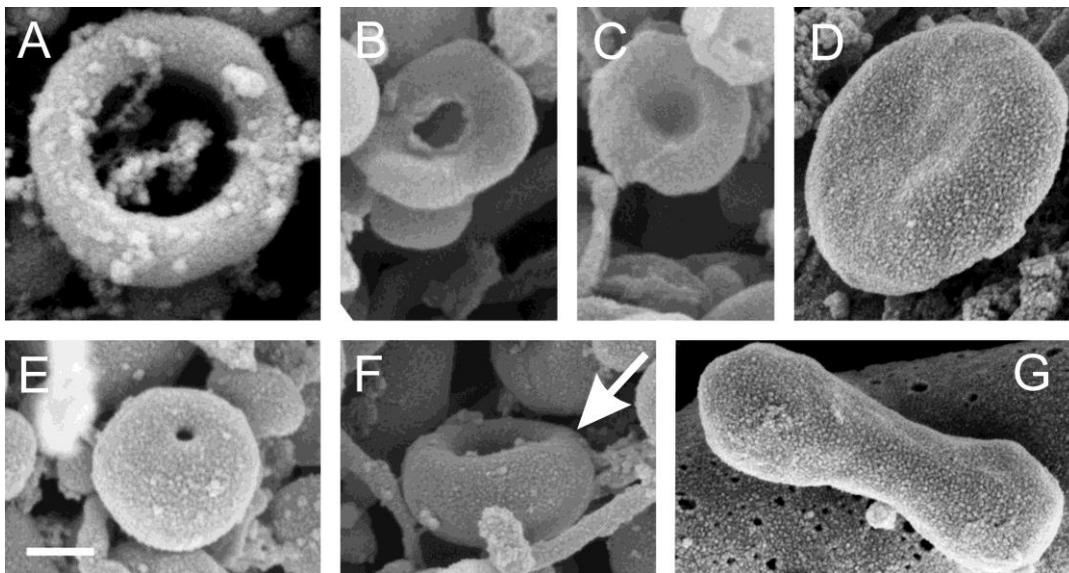
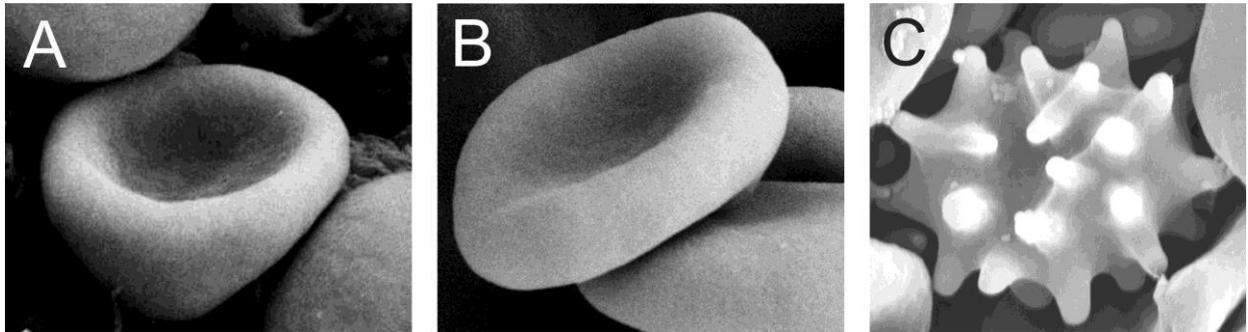
Namesto curka svetlobe uporabimo curek hitrih elektronov. V elektronskem mikroskopu imamo zato namesto običajnih steklenih leč leče, ki ustvarjajo električno in magnetno polje.



Elektronski mikroskop (iz: Serway,1992)

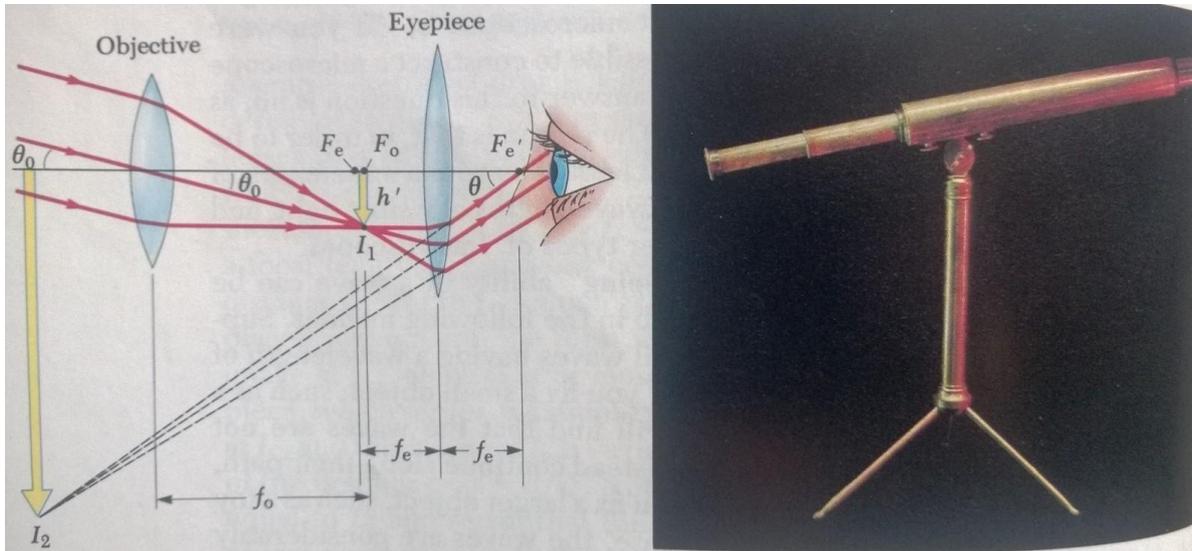
- Slike eritrocitov in vesiklov z elektronskim mikroskopom (Laboratorij za fiziko, Fakulteta za elektrotehniko UL in Laboratorij za klinično biofiziko, Zdravstvena fakulteta UL):

eritrocit: dimenzija ~ 6  $\mu\text{m}$



merilo: bela črtica ~ 100 nm

## DALJNOGLED



### povečava in ločljivost daljnogleda :

DALJNOGLED gledaš zelo oddaljene predmete (povečaš zorni kot)

↓  
neravnina na neskončnost ⇒ ASTRONOMSKI DALJNOGLED

$$\tan \alpha = \frac{y'}{f} \quad \left| \quad \tan \alpha' = \frac{y'}{f'} \right.$$

povečava:  $N = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{f}{f'}$

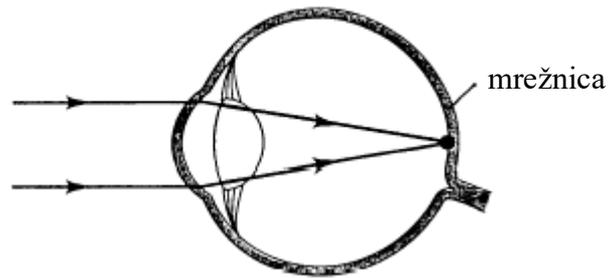
ločljivost daljnogleda:  $\alpha \approx \frac{1}{2} \frac{\lambda}{R} \left( 0,61 \frac{\lambda}{R} \right)$ , kjer je  $2R =$  premer objektivna

↳ zato na daljnogledu poleg povečave naveden še premer objektivna

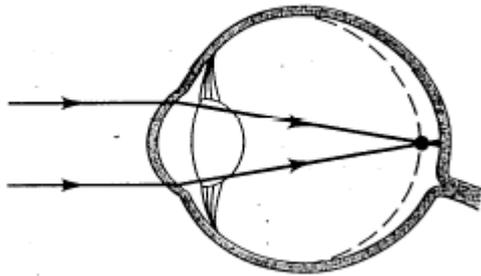
# OKO

Goriščna razdalja  $f \approx 2\text{ cm}$

NORMALNO OKO

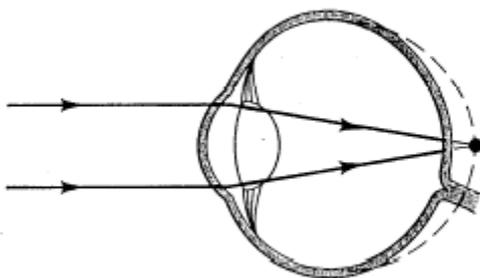


KRATKOVIDNO OKO



Slika **ODDALJENIH PREDMETOV** nastane **pred** mrežnico, ker očesna leča ne more imeti dovolj **velike** goriščne razdalje

DALJNOVIDNO OKO



Slika **BLIŽNIH PREDMETOV** nastane **za** mrežnico, ker očesna leča ne more imeti dovolj **majhne** goriščne razdalje

# KOREKCIJA VIDA Z OČALI

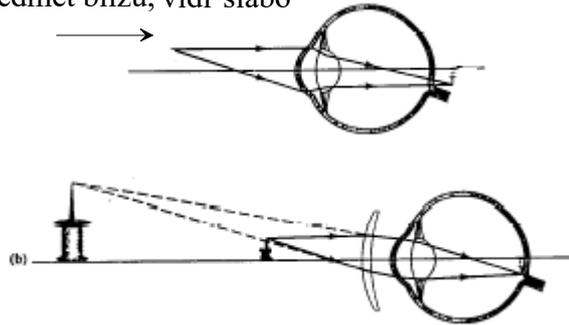
## o Daljnovidno oko

**Brez očal dobro vidi samo oddaljene predmete**

$f \equiv$  goriščna razdalja očesne leče

*Brez očal slika bližnjih predmetov nastane za mrežnico:*

če je predmet blizu, vidi slabo



Normalna vidna razdalja  $a_0 \approx 25 \text{ cm}$ .

Brez očal:  $a > a_0$ , da je  $b$  normalen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Z očali:  $a = a_0$ .

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'}$$

Odštejemo obe enačbi in dobimo:

dioptrija:  $D = \frac{1}{f'} = \frac{a - a_0}{a_0 a} > 0$  zbiralna leča

DALJNOVIDNOST : slika bližnjih predmetov nastane za mrežnico ker očesna leča ne more imeti dovolj majhne goriščne razdalje

$a > a_0$  :  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$  (brez očal pa, razdalji kaj vidi)

$a = a_0$  :  $\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'}$  (konveksna (zbiralna) leča,  $f' \equiv$  gorišče očal)

odštejemo obe enačbi :  $\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{a_0 \cdot a}{a - a_0}$  dioptrija  $D = \frac{1}{f'} > 0$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$  enačba točke leče

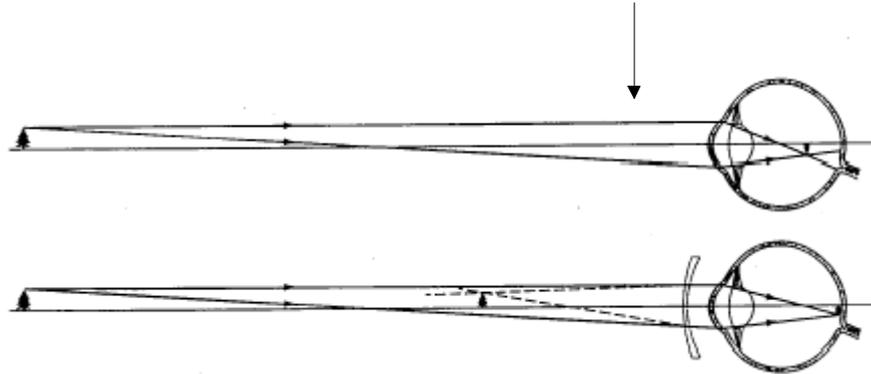
Dve tanke leči :  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

○ **Kratkovidno oko**

Brez očal dobro vidi samo bližnje predmete.

Brez očal slika oddaljenih predmetov nastane pred mrežnico:

če je predmet zelo daleč, vidi slabo



Brez očal:  $a < a_0$ , da je  $b$  normalen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Z očali:  $a \gg a_0$ :

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'}$$

Odštejemo obe enačbi in dobimo:

$$-\frac{1}{a} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \boxed{D = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{a} < 0}$$

KRATKOVIDNOST: slika oddaljenih predmetov nastane pred mrežnico, ker očesna leča ne more imeti dovolj velike goriščne razdalje

$a < a_0$ :  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

$a \gg a_0$ :  $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'}$

odštejemo obe enačbi:  $-\frac{1}{a} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \boxed{f' = -a}$       $D = \frac{1}{f'} < 0$

# ZAKLJUČEK:

## KOREKCIJA z očali

normalna vidna razdalja  $a_0 \approx 25 \text{ cm}$

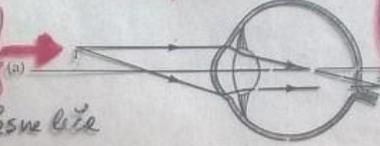
### • DALJNOVIDNO OKO

dobro vidi samo zelo oddaljene predmete

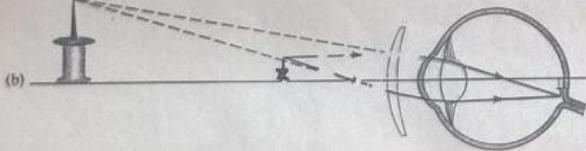
brez očal:  $a > a_0$ , da je  $b$  normalen

če je predmet bližnji, slabo vidi

$f$  = goriščna razdalja očesne leče



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$



z očali:  $a = a_0$

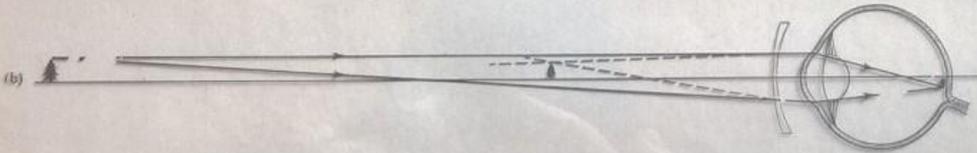
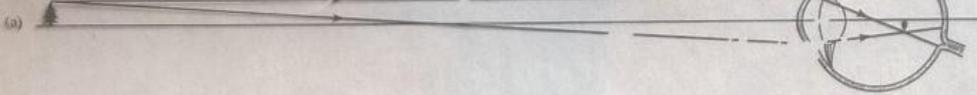
$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_1}$$

$$D = \frac{1}{f_1} = \frac{a - a_0}{a_0 a} > 0$$

(a) An uncorrected hyperopic (farsighted) eye. (b) A positive lens gives the extra convergence needed for a hyperopic eye to focus the image on the retina. The virtual image formed by the converging lens acts as an object at or past the near point.

### • KRATKOVIDNO OKO

če je predmet zelo daleč, slabo vidi



(a) An uncorrected myopic (nearsighted) eye. (b) A negative lens spreads the rays farther apart to compensate for the excessive convergence of the myopic eye. The virtual image formed by the diverging lens acts as an object at or inside the far point.

dobro vidi samo bližnje predmete } brez očal:  $a < a_0$ , da je  $b$  normalen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

z očali: za  $a \gg a_0$ :

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_1}$$

odšteješ oko en.

$$-\frac{1}{a} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow D = \frac{1}{f_1} = -\frac{1}{a} < 0$$

# RELATIVNOSTNA MEHANIKA IN KVANTNI POJAVI

## DIMENZIJE

### Dolžine

DOLŽINA	[metri]
razdalja do najbližje galaksije (v Andromedi)	$2 \times 10^{22}$
radij naše galaksije	$6 \times 10^{19}$
razdalja do najbližje zvezde (Alpha Centauri)	$4.3 \times 10^{16}$
povprečni radij Plutona	$5.9 \times 10^{12}$
radij Sonca	$6.9 \times 10^8$
radij Zemlje	$6.4 \times 10^6$
višina Mt. Everesta	$8.9 \times 10^3$
povprečna višina človeka	$1.7 \times 10^0$
debelina lista papirja	$1 \times 10^{-4}$
velikost virusa	$1.2 \times 10^{-8}$
polmer vodikovega atoma	$5 \times 10^{-11}$ $\sim 10^{-10}$
efektivni polmer protona	$1.2 \times 10^{-15}$ $\sim 10^{-15}$

### Mase

OBJEKT	[kilogrami]
naša galaksija	$2.2 \times 10^{41}$
Sonce	$2.0 \times 10^{30}$
Zemlja	$6.0 \times 10^{24}$
Luna	$7.4 \times 10^{22}$
voda oceanov	$1.4 \times 10^{21}$
prekooceanska ladja	$7.2 \times 10^7$
slon	$4.5 \times 10^3$
človek	$5.9 \times 10^1$
drobec prahu	$6.7 \times 10^{-10}$
virus	$2.3 \times 10^{-13}$
molekula penicilina	$5.0 \times 10^{-17}$
atom urana	$4.0 \times 10^{-26}$
proton	$1.7 \times 10^{-27}$
elektron	$9.1 \times 10^{-31}$

IZOTOP	MASA [a.e.m.]
H <sup>1</sup>	$1.00782522 \pm 0.00000002$
C <sup>12</sup>	12.00000000 (exactly)
Cu <sup>54</sup>	$63.9297568 \pm 0.0000035$
Ag <sup>102</sup>	$101.911576 \pm 0.000024$
Cs <sup>137</sup>	$136.907074 \pm 0.000095$
Pt <sup>190</sup>	$189.959965 \pm 0.000026$

# MEGLIČNA CELICA, SELEKTOR HITROSTI, MASNI SPEKTROMETER

## MEGLIČNA CELICA

*Mehanizem delovanja:*

zraku z vodno paro sunkovito povečamo prostornino, da se ohladi



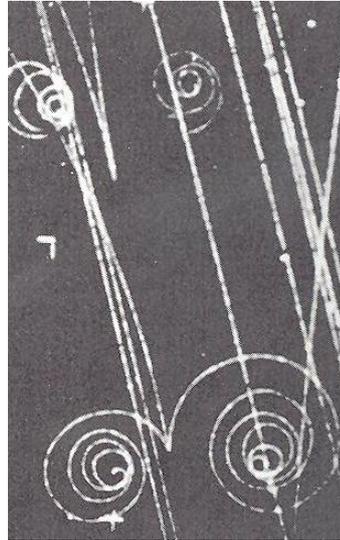
z vodno paro nasičeni zrak postane prenasičen



vodna para se useda na ionih (ki nastanejo na poti delcev) in tvori vodne kapljice (kondenzacija)



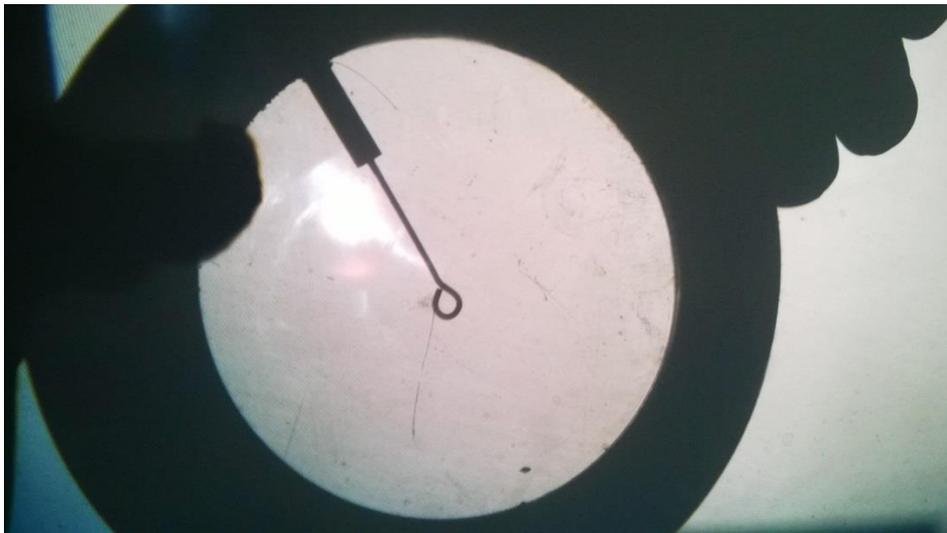
sledovi nabitih delcev lahko tako postanejo **vidni**



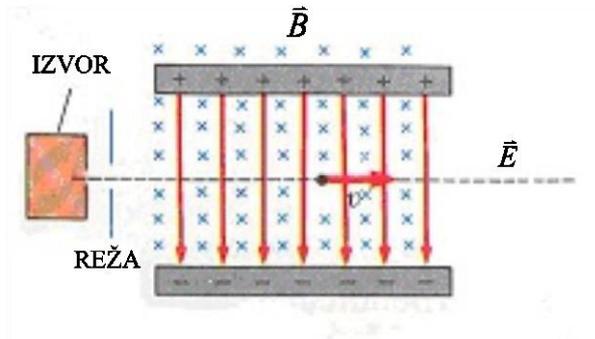
$\odot$   
 $\vec{B}$  magnetno polje

**Bubble chamber photograph.** The spiral tracks at the bottom of the photograph are an electron – positron pair (left and right respectively), formed by a gamma ray interacting with a hydrogen nucleus. An applied magnetic field causes the electron and the positron to be deflected in opposite directions. The track leaving from the cusp between the two spirals is an additional electron knocked out of a hydrogen atom during this interaction. (G. Holton, F.J. Rutherford, F.G. Watston, Project Physics, New York, HRW, 1981).

WILSONOVA meglična komora (Peterlinov paviljon, Jadranska) :



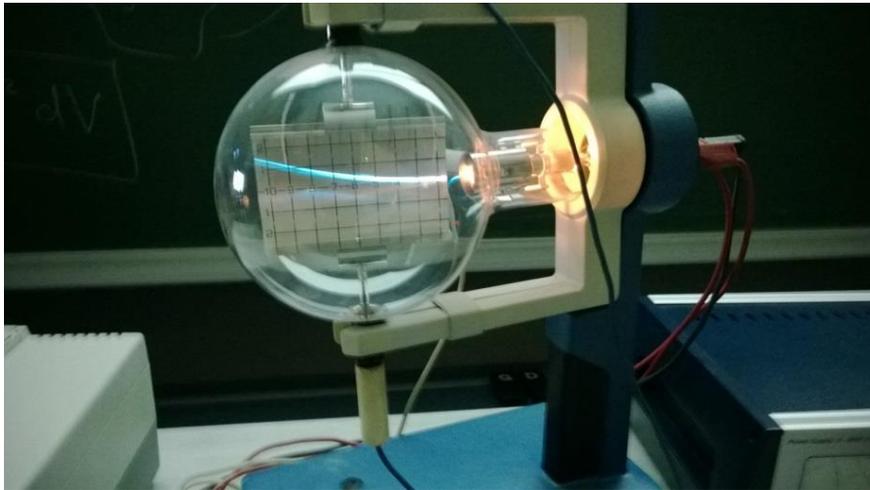
## SELEKTOR HITROSTI (izbira delcev z enako hitrostjo)



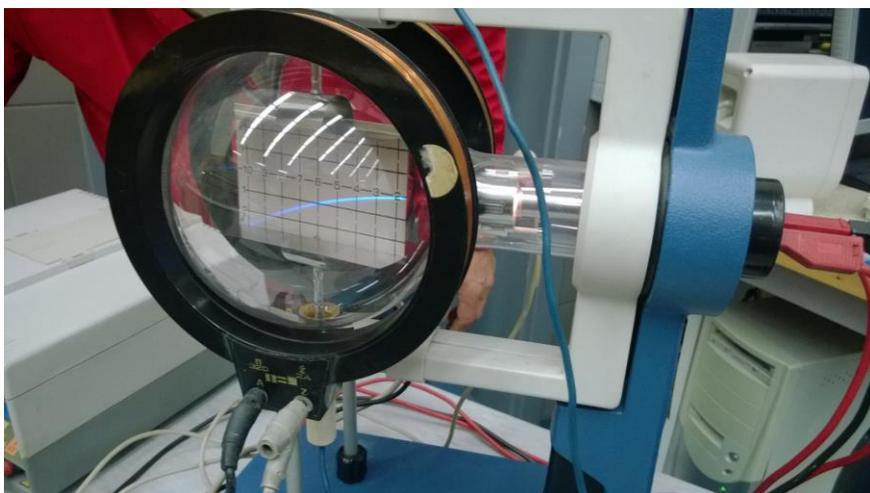
$\uparrow e\vec{v} \times \vec{B}$  (magnetna sila)  
●  $+e$  (pozitivno nabit delec)  
 $\downarrow e\vec{E}$  (električna sila)

$$evB = eE \Rightarrow \boxed{v = \frac{E}{B}}$$

električno polje (kondenzator):



magnetno polje (tuljavi):



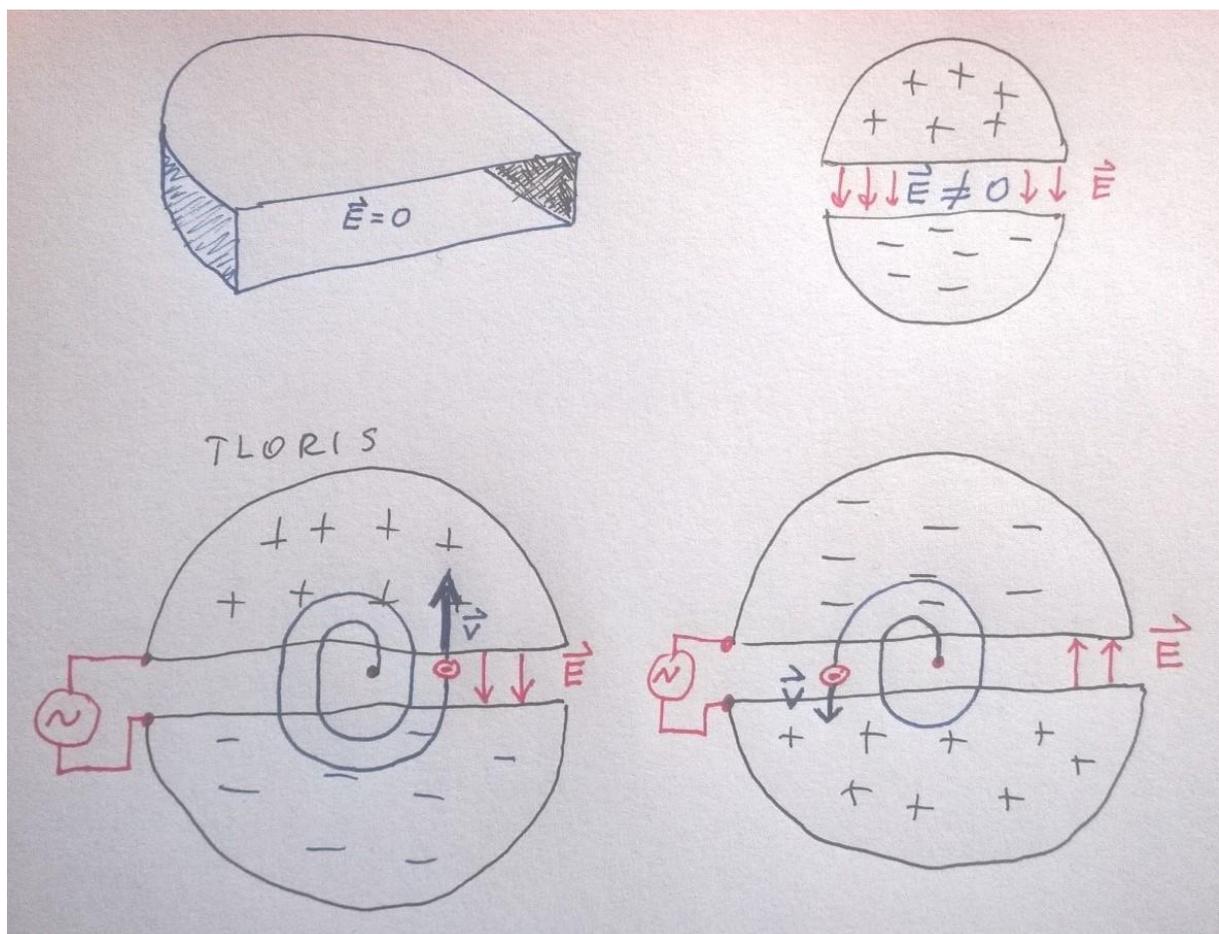
# CIKLOTRON

dve votli elektrodi  $D_1, D_2$  v evakuiranem prostoru. V elektrodah ni električnega polja!



$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow$  gibanje po krogu (znotraj votlin)

$(\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B}) \perp d\vec{s} \Rightarrow dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow W_k = \text{konst.}$  (znotraj votlin)



## Ciklotron

$$m \vec{a}_r = e \vec{v} \times \vec{B}$$

$$m a_r = e v B$$

$$m \frac{v^2}{r} = e v B$$

$$m v = e r B \Rightarrow$$

$$r = \frac{m v}{e B} = \frac{G}{e B}$$

$$\vec{F} \perp d\vec{s} \Rightarrow dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} =$$

$$W_e = \text{konst.}$$

$$W_{\frac{1}{2}} = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2 W_{\frac{1}{2}}}{m}}$$

tedy :

$$r = \frac{m v}{e B} = \frac{m}{e B} \sqrt{\frac{2 W_{\frac{1}{2}}}{m}} = \frac{\sqrt{2 m W_{\frac{1}{2}}}}{e B}$$

• radij drá v zreti s kinetičnou energiou

$t_0 \equiv$  obdobi čas  $r = \frac{m v}{e B}$

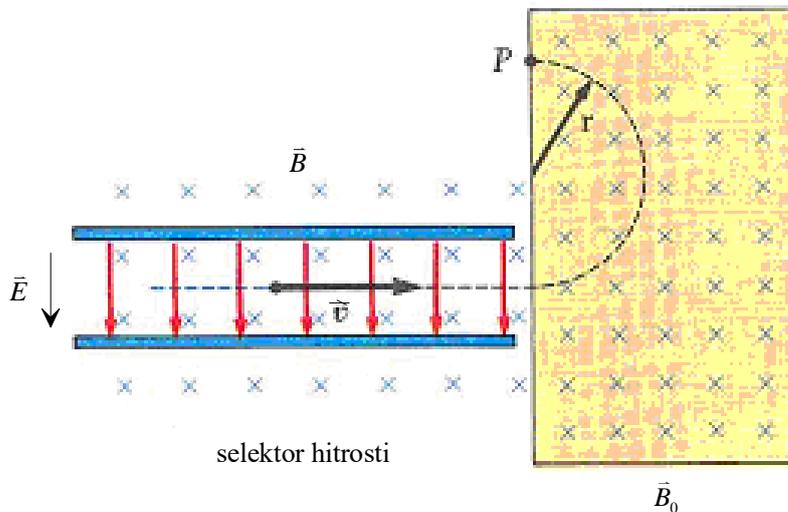
$$t_0 = \frac{2 \pi r}{v} = \frac{2 \pi m v}{v e B} = \frac{2 \pi m}{e B}$$

$$\nu_c = \frac{1}{t_0} = \frac{e B}{2 \pi m} \quad (\text{ciklotronská frekvencia})$$

Kinetična energija merimo v

elektron voltih (eV)  $1 \text{ eV} \equiv 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

## MASNI SPEKTROMETER



**Masni spektrometer:** nabiti delec gre najprej skozi selektor hitrosti (magnetno polje  $\vec{B}$ , električno polje  $\vec{E}$ ). Ko vstopi v področje z magnetnim poljem  $\vec{B}_0$ , se začne nabiti delec gibati po krožnem tiru s polmerom  $r$ . Fotografski film zadane v točki P. (iz Serway: Physics)

**Selektor hitrosti:**  $e v B = e E \Rightarrow \boxed{v = \frac{E}{B}}$  (8.2.1)

**Newtonov zakon** (gibanje krožnem tiru v magnetnem polju  $B_0$ ):

$$m a_r = e v B_0$$

$$m \frac{v^2}{r} = e v B_0$$

⇓

$$\boxed{r = \frac{m v}{e B_0}}$$

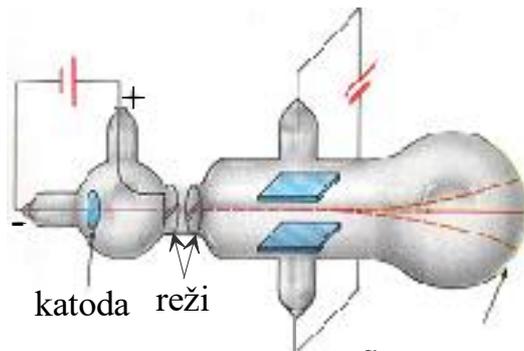
(8.2.2)

$$r = \frac{m v}{e B_0} = \frac{m E}{e B_0 B} \Rightarrow \boxed{\frac{m}{e} = \frac{r B_0 B}{E}}, \text{ kjer smo upoštevali enačbo (8.2.1)}$$

- **Thomsonov aparat** za merjenje razmerja  $\frac{e}{m}$  (specifični naboj)

katodni žarki  $\equiv$  elektroni

Thomson:  $\frac{e}{m} \sim 0.77 \cdot 10^{11} \frac{\text{As}}{\text{kg}}$



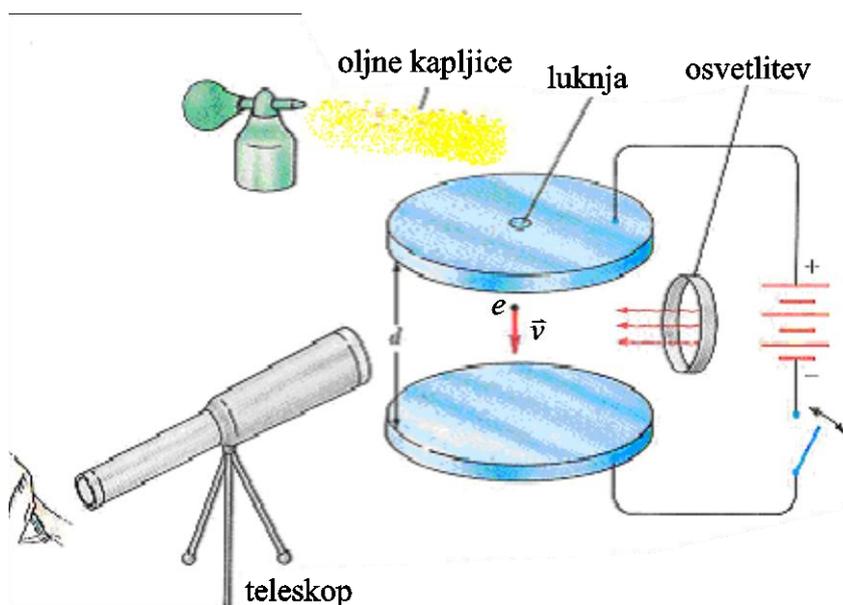
Odkritelj elektrona  
J.J. Thomson (1856-1940)



fluorescentni premaz  
na zaslonu

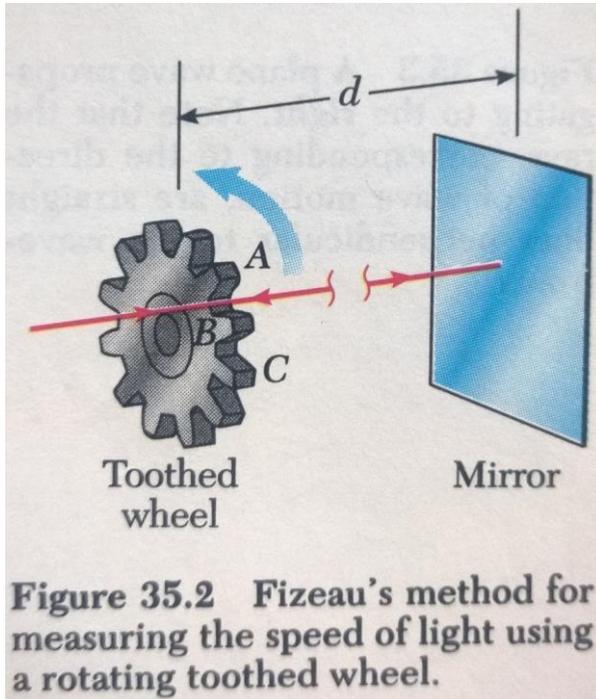
Thomsonov eksperimentalni sistem za merjenje razmerja  $e/m$  (Serway, 1992). Izvor magnetnega polja ni prikazan na sliki.

### **MILLIKANOV POSKUS** (določitev osnovnega naboja)



# POSEBNA TEORIJA RELATIVNOSTI

## MERITEV SVETLOBNE HITROSTI V ZRAKU



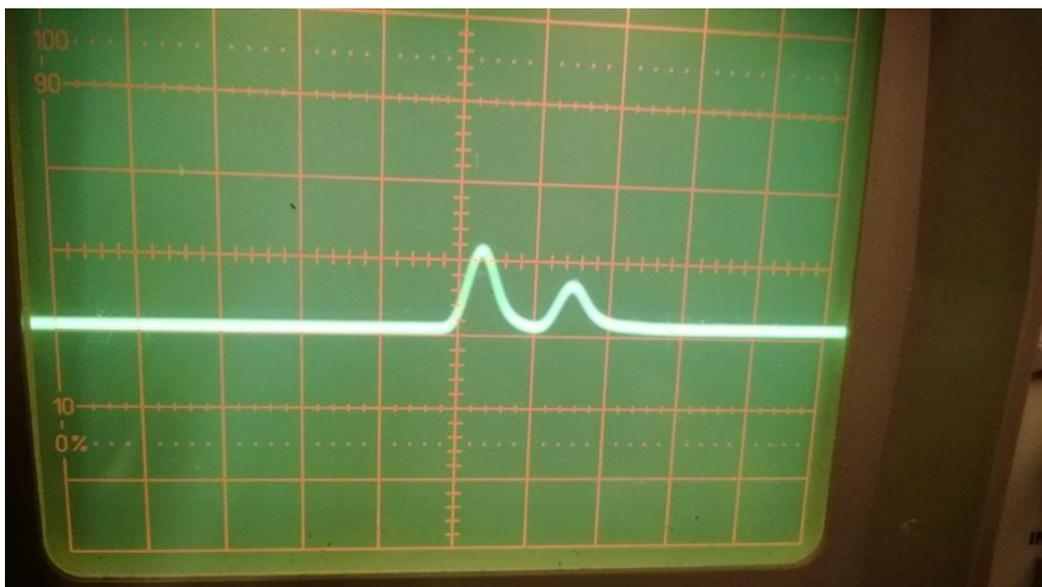
oboje iz knjige Serway : Physics

**Fizeau's Technique**

The first successful method for measuring the speed of light using purely terrestrial techniques was developed in 1849 by Armand H. L. Fizeau (1819–1896). Figure 35.2 represents a simplified diagram of his apparatus.<sup>2</sup> The basic idea is to measure the total time it takes light to travel from some point to a distant mirror and back. If  $d$  is the distance between the light source and the mirror and if the transit time for one round trip is  $t$ , then the speed of light is  $c = 2d/t$ . To measure the transit time, Fizeau used a rotating toothed wheel, which converts an otherwise continuous beam of light into a series of light pulses. Additionally, the rotation of the wheel controls what an observer at the light source sees. For example, if the light passing the opening at point A in Figure 35.2 should return at the instant that tooth B had rotated into position to cover the return path, the light would not reach the observer. At a faster rate of rotation, the opening at point C could move into position to allow the reflected beam to pass and reach the observer. Knowing the distance  $d$ , the number of teeth in the wheel, and the angular velocity of the wheel, Fizeau arrived at a value of  $c = 3.1 \times 10^8$  m/s. Similar measurements made by subsequent investigators yielded more precise values for  $c$ , approximately  $2.9977 \times 10^8$  m/s.

<sup>2</sup> The actual apparatus involved several lenses and mirrors which we have omitted for the sake of clarity. For more details, see F. W. Sears, *Optics*, 3rd ed., Reading, Mass., Addison-Wesley, 1958, Chapter 1.

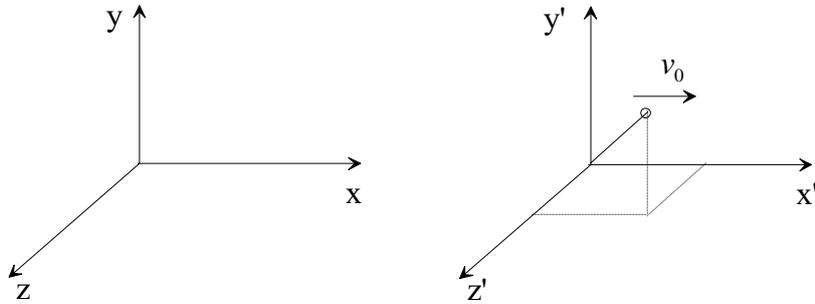
**MERITEV SVETLOBNE HITROSTI V ZRAKU** - merilni sistem v predavalnici na Jadranski (Peterlinov paviljon)



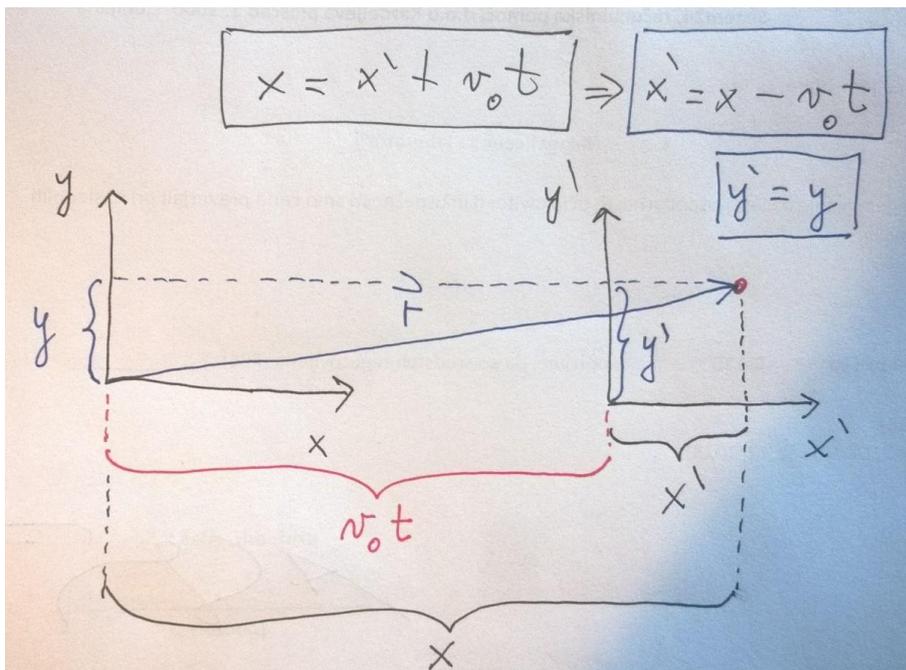
## ČAS in HITROSTI V KLASIČNI FIZIKI

- Predpostavka o univerzalnem času

$$t = t'$$



- inercialni koordinatni sistem:  $\vec{v} = \text{konst.}$
- **inercialni sistem S:**  $(x, y, z) \equiv$  mirujoči koordinatni sistem
- **inercialni sistem S':**  $(x', y', z') \equiv$  gibajoči se koordinatni sistem (hitrost  $v_0$ )



**GALILEJEVA TRANSFORMACIJA za koordinate :**

$$x' = x - v_0 t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

## GALILEJEVA TRANSFORMACIJA za hitrosti

$$x' = x - v_0 t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

**Odvajamo**  $x' = x - v_0 t$  (transformacija za hitrost v smeri x'- osi) :

$$v' = \frac{dx'}{dt} = \frac{d(x - v_0 t)}{dt} = \frac{dx}{dt} - v_0 = v - v_0$$

$$v' = v - v_0$$

Obratna transformacija za koordinate in hitrost v smeri x- osi :

$$x = x' + v_0 t$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

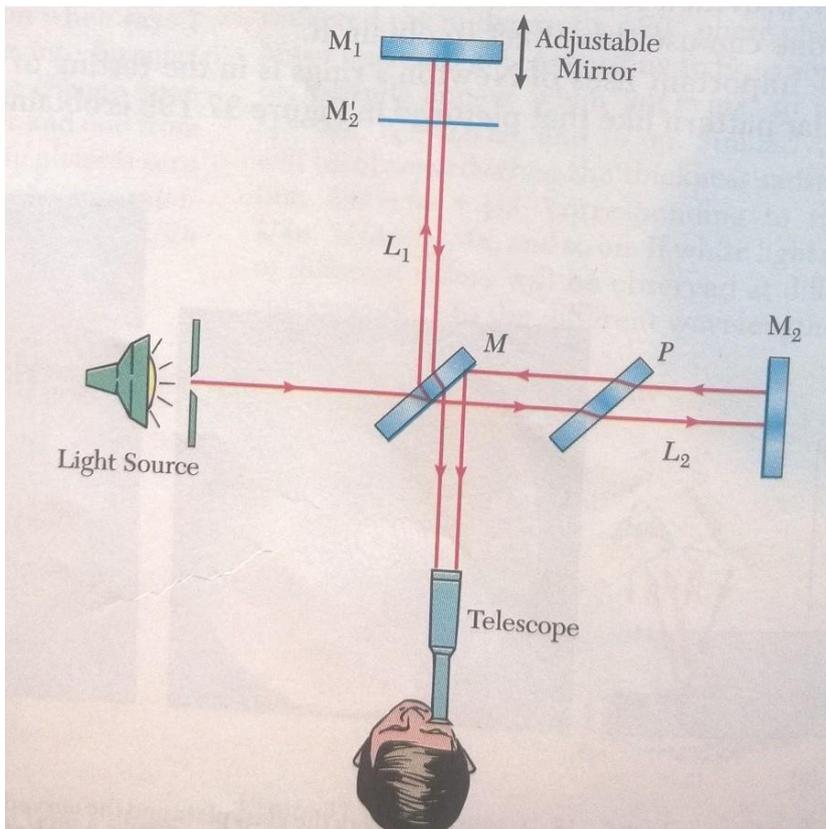
$$t = t'$$

ter še za hitrost v smeri x-osi :

$$v = v' + v_0$$

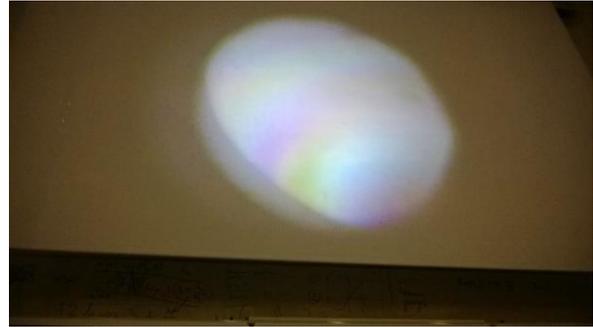
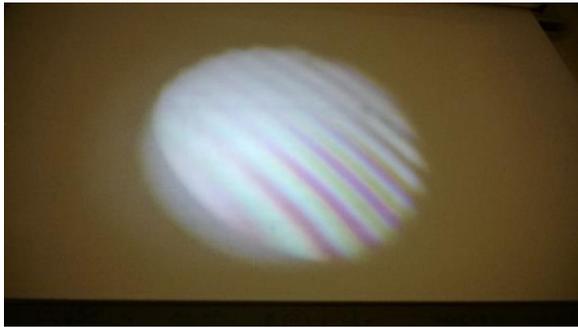
- hitrosti se seštevajo/odštevajo (ni zgornje/spodnje meje!)
- oblika zakonov (Newtonovih zakonov) je **neodvisna** od hitrosti premikanja inercialnega opazovalnega (koordinatnega) sistema.

## Michelson-Morleyev interferometer



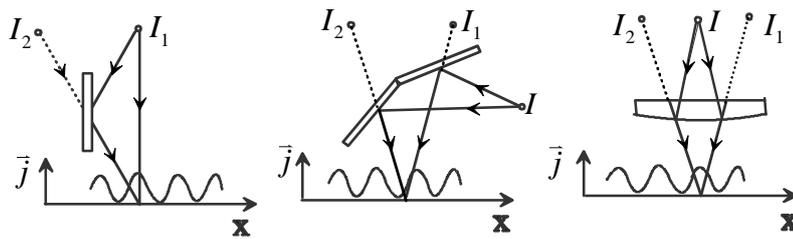
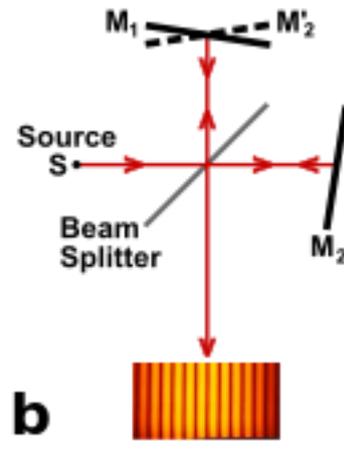
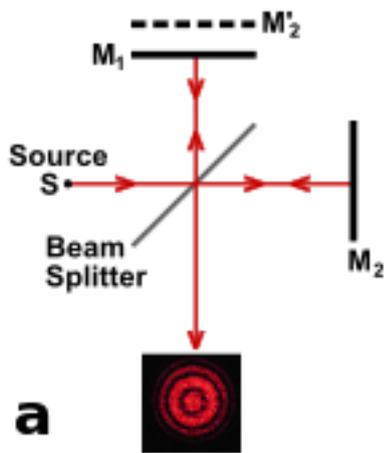
## MICHELSONOV INTERFEROMETER v Peterlinovem paviljonu (Jadranska)



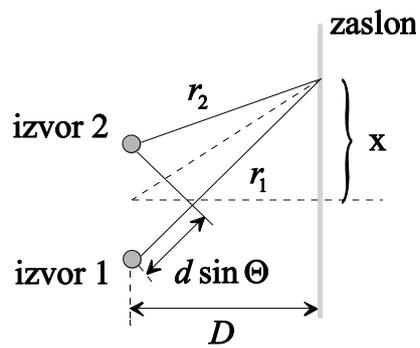


$S_2'$   
 $S_1'$

$S_2'$   $S_1'$



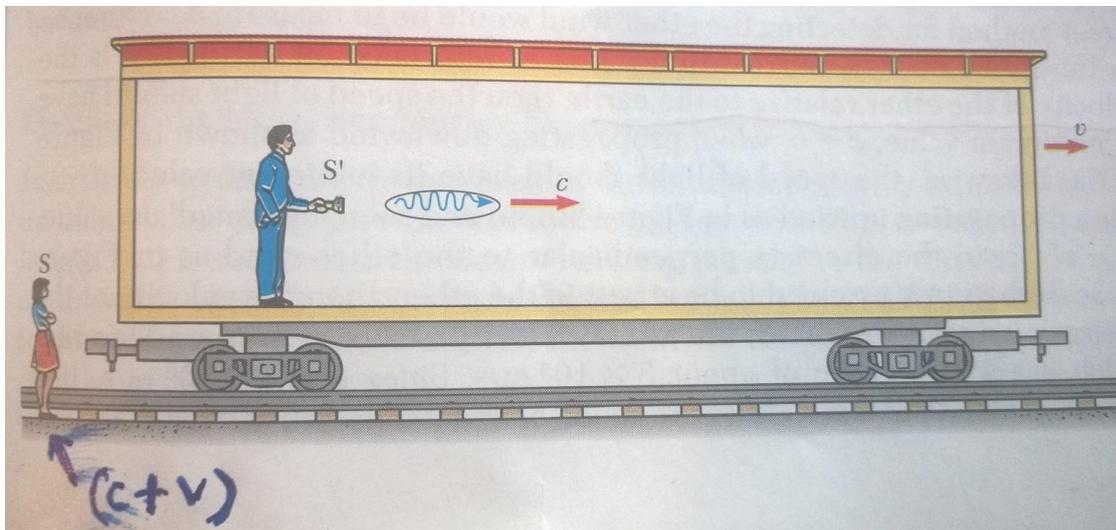
$$\bar{j} \propto \cos^2 \left[ \frac{\pi d x}{\lambda D} \right]$$



**Elektromagnetika** (Maxwell): za vakuum:  $\Rightarrow c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cong 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

prozorna snov :  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c_0}{n}$

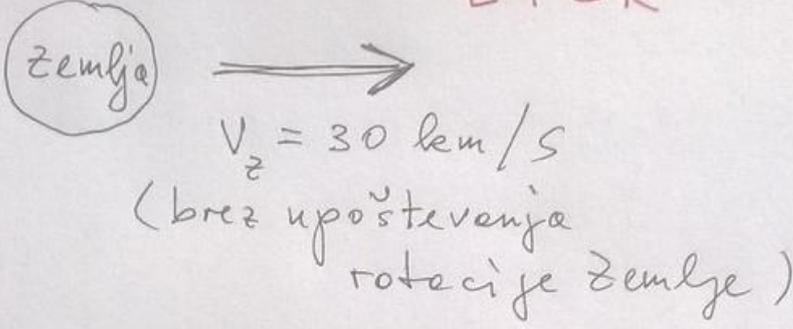
**Mehanika** : Galilei-jeva transformacija za hitrost svetlobe (slika: Serway):



**Predpostavka o etru** (sredstvo za širjenja svetlobe, tako kot je zrak/plin sredstvo za širjenje zvoka) **in Michelson-Morleyev interferometer** :

SISTEM v katerem eter miruje

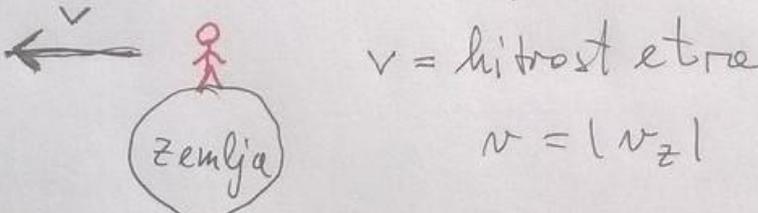
ETER



$v_z = 30 \text{ km/s}$   
 (brez upoštevanja rotacije Zemlje)

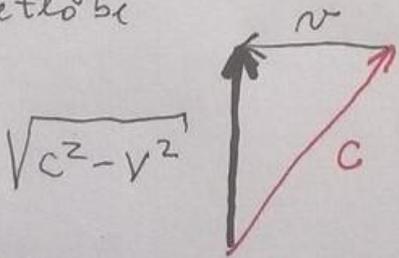
---

SISTEM na Zemlji



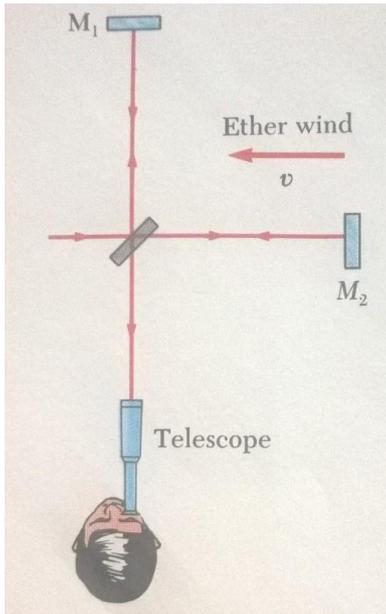
$v = \text{hitrost etra}$   
 $v = |v_z|$

- gibanje svetlobe v DESNO :  
 $\rightarrow$  hitrost :  $(c - v)$
- gibanje svetlobe v LEVO :  
 $\leftarrow$  hitrost :  $(c + v)$
- gibanje vertikalno (na listu papirja) svetlobe



$\sqrt{c^2 - v^2}$

$c \equiv \text{hitrost svetlobe v etru}$



SISTEM v seaterem eter miruje

ETER

Zemlja  $\rightarrow$   
 $v_z = 30 \text{ km/s}$   
 (brez upoštevanja rotacije Zemlje)

---

SISTEM na Zemlji

$\leftarrow$   $v$  = hitrost etra  
 $v = |v_z|$

- gibanje svetlobe v DESNO :  
 $\rightarrow$  hitrost :  $(c - v)$
- gibanje svetlobe v LEVO :  
 $\leftarrow$  hitrost :  $(c + v)$
- gibanje vertikalno (na listu papirja) svetlobe

$\sqrt{c^2 - v^2}$

$c \equiv$  hitrost svetlobe v etru

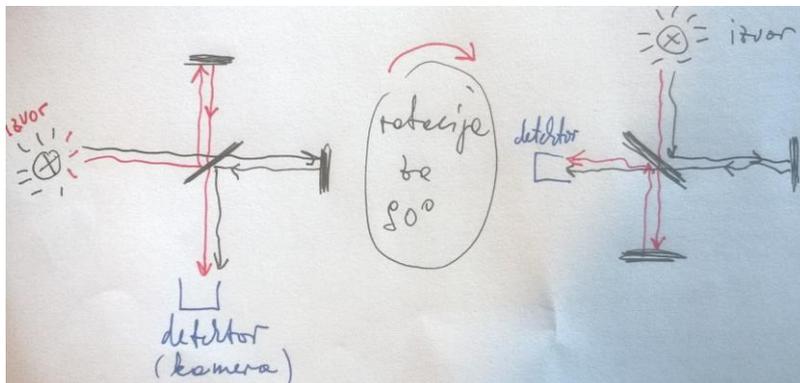
$$T_e = \frac{L}{c_0 - v} + \frac{L}{c_0 + v} = \frac{2Lc_0}{c_0^2 - v^2} = \frac{2L}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right)$$

$$T_t = \frac{2L}{\sqrt{c_0^2 - v^2}} = \frac{2L}{c_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}}$$

$$\Delta t = T_e - T_t = \frac{2L}{c_0} \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right)} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}} \right] \approx \frac{L v^2}{c_0^3}$$

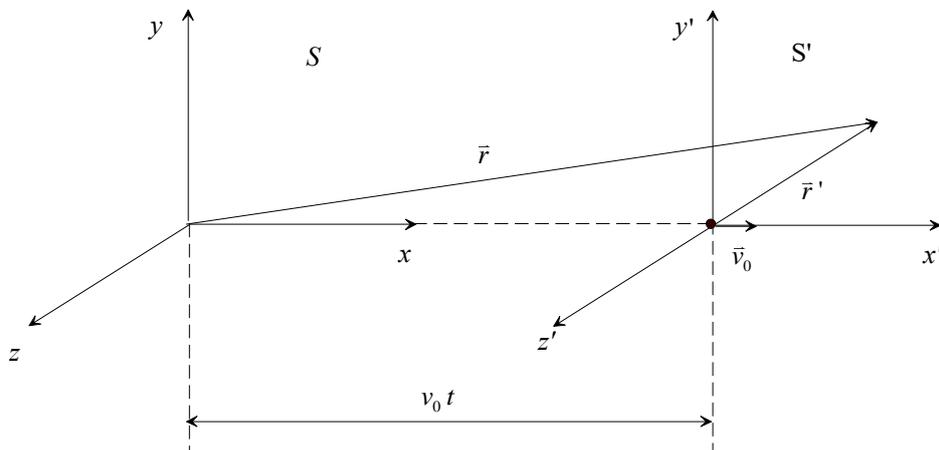
$\cong 1 + \frac{v^2}{c_0^2}$        $\cong 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c_0^2}$

$$\Delta L = c_0 \Delta t \approx c_0 \frac{L v^2}{c_0^3} = \frac{L v^2}{c_0^2}$$



## POSEBNA TEORIJA RELATIVNOSTI

Eksperimenti (Michelson-Morleyev poskus i.t.d.) kažejo, da **Galilejeve transformacije ne veljajo za svetlobo (t.j. hitrost svetlobe)**



obratne Galilejeve transformacije

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_0 t$$

$$x = x' + v_0 t$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = v_x' + v_0$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = v_y'$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = v_z'$$

Galilejeve transformacije

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_0 t$$

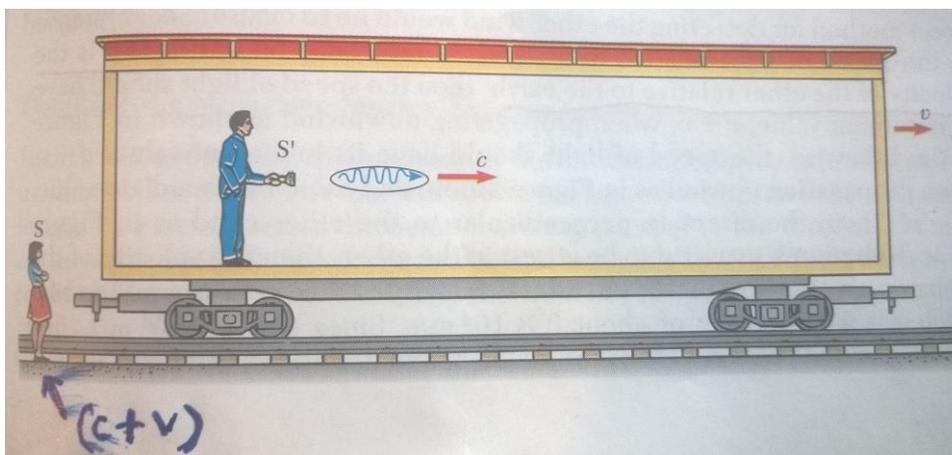
$$x' = x - v_0 t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

**NE VELJA !**



## ENAČBE POSEBNE TEORIJE RELATIVNOSTI (A. Einstein, 1905)

### Dve glavni načeli:

1. **Načelo relativnosti:** fizikalni zakoni imajo enako obliko v vseh inercialnih opazovalnih sistemih.
2. **Hitrost svetlobe** v praznem prostoru  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  je enaka v vseh inercialnih opazovalnih sistemih.

### NOVE TRANSFORMACIJE : LORENTZOVE TRANSFORMACIJE

-opustimo zahtevo o **univerzalnem času** (vsak inercialni sistem ima svoj čas)

-**nove Lorentzove** transformacije **morajo preiti** v Galilei-jeve transformacije pri hitrostih, ki so **majhne v primeri s svetlobno hitrostjo** v vakuumu  $c_0$

$$x' = \gamma_0 (x - v_0 t) = \gamma_0 \left( x - \frac{v_0}{c_0} c_0 t \right) \quad \text{Galilei (stara): } x' = (x - v_0 t) \quad (8.3.1)$$

$$y' = y \quad (8.3.2)$$

$$z' = z \quad (8.3.3)$$

$$c_0 t' = \gamma_0 \left( c_0 t - \frac{v_0}{c_0} x \right) \quad \text{Galilei (stara): } t' = t \quad (8.3.4)$$

$$\boxed{\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c_0^2}}} \quad (8.3.5)$$

- Vsak inercialni sistem ima svoj **lastni čas**.

### OBRATNA LORENTZOVA TRANSFORMACIJA

$$x = \gamma_0 \left( x' + \frac{v_0}{c_0} c_0 t' \right) \quad (8.3.6)$$

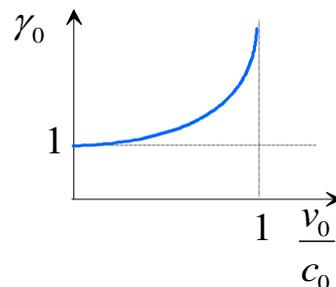
$$y = y' \quad (8.3.7)$$

$$z = z' \quad (8.3.8)$$

$$c_0 t = \gamma_0 \left( c_0 t' + \frac{v_0}{c_0} x' \right) \quad (8.3.9)$$

Zahteva, da preide nova Lorentzova transformacija pri majhnih hitrostih v **GALILEJEVO TRANSFORMACIJO** je izpolnjena:

$$\gamma_0 = \frac{1}{\left(1 - \frac{v_0^2}{c_0^2}\right)^{1/2}} \underset{\frac{v_0}{c_0} \rightarrow 0}{\cong} 1 + \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{c_0^2} + \dots \rightarrow 1$$



**DODATEK:** Izpeljava  $\gamma_0 = 1 / \left(1 - v_0^2 / c_0^2\right)^{1/2}$  in  $c_0 t' = \gamma_0 \left(c_0 t - \frac{v_0}{c_0} x\right)$

Na osnovi enačb :

$$x' = \gamma_0 (x - v_0 t), \quad (8.3.D1)$$

$$x = \gamma_0 (x' + v_0 t'), \quad (8.3.D2)$$

in načelo o invariantnosti svetlobne hitrosti

$$c_0 = c_0' \quad (8.3.D3)$$

lahko izpeljemo vrednost  $\gamma_0$  kot sledi. Najprej vstavimo  $x'$  iz enačbe (8.3.D1) v enačbo (8.3.D2):

$$x = \gamma_0 \left[ \gamma_0 (x - v_0 t) + v_0 t' \right] = \gamma_0^2 x - \gamma_0^2 v_0 t + \gamma_0 v_0 t', \quad (8.3.D4)$$

torej:

$$\gamma_0 v_0 t' = x(1 - \gamma_0^2) + \gamma_0^2 v_0 t. \quad (8.3.D5)$$

Iz enačbe (D5) sledi:

$$t' = \gamma_0 \left( t - \frac{(\gamma_0^2 - 1)}{\gamma_0^2 v_0} x \right). \quad (8.3.D6)$$

Naredimo še diferencial zgornje enačbe  $t' = \gamma_0 \left( t - \frac{(\gamma_0^2 - 1)}{\gamma_0^2 v_0} x \right)$  :

$$dt' = \gamma_0 \left( dt - \frac{(\gamma_0^2 - 1)}{\gamma_0^2 v_0} dx \right). \quad (8.3.D7)$$

V nadaljevanju upoštevamo načelo invariantnosti svetlobne hitrosti  $c_0 = c'_0$  ter diferencialno obliko enačbe (8.3.D1):  $dx' = \gamma_0 (dx - v_0 dt)$  in enačbo (8.3.D7) pri računanju hitrosti  $v'_x = dx'/dt'$ , za  $v_x$  pa postavimo  $c_0$  (torej izberemo primer  $v_x = c_0$ ). Dobimo:

$$c'_0 = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma_0 (dx - v_0 dt)}{\gamma_0 \left( dt - \frac{(\gamma_0^2 - 1)}{\gamma_0^2 v_0} dx \right)} = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{(\gamma_0^2 - 1)}{\gamma_0^2 v_0} v_x} = \frac{c_0 - v_0}{1 - \frac{(\gamma_0^2 - 1)}{\gamma_0^2 v_0} c_0} = c_0. \quad (8.3.D8)$$

Iz enačbe (8.3.D8) sledi:

$$1 - \frac{(\gamma_0^2 - 1)}{\gamma_0^2 v_0} c_0 = \frac{c_0 - v_0}{c_0} = 1 - \frac{v_0}{c_0}, \quad (8.3.D9)$$

oziroma:

$$\frac{(\gamma_0^2 - 1)}{\gamma_0^2 v_0} c_0 = \frac{v_0}{c_0}. \quad (8.3.D10)$$

Iz enačbe (8.3.D10) lahko izračunamo  $\gamma_0$ :

$$\frac{\gamma_0^2 - 1}{\gamma_0^2} = 1 - \frac{1}{\gamma_0^2} = \frac{v_0^2}{c_0^2}, \quad (8.3.D11)$$

$$\frac{1}{\gamma_0^2} = 1 - \frac{v_0^2}{c_0^2},$$

$$\boxed{\gamma_0^2 = \frac{1}{1 - \frac{v_0^2}{c_0^2}}}, \quad (8.3.D12)$$

oziroma

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c_0^2}}} \quad (8.3.D13)$$

Če vstavimo relacijo (glejte enačbo (8.3.D11))

$$\frac{\gamma_0^2 - 1}{\gamma_0^2} = \frac{v_0^2}{c_0^2}$$

v enačbo (8.3.D6) :  $t' = \gamma_0 \left( t - \frac{(\gamma_0^2 - 1)}{\gamma_0^2 v_0} x \right)$  dobimo **transformacijo za čas**:

$$t' = \gamma_0 \left( t - \frac{v_0}{c_0^2} x \right), \quad (8.3.D14)$$

oziroma enačba (8.3.4) :

$$c_0 t' = \gamma_0 \left( c_0 t - \frac{v_0}{c_0} x \right) \quad (8.3.D15)$$

○ **LORENTZOVE transformacije za hitrosti**

Iz enačb (8.3.1) – (8.3.4) :

$$c_0 t' = \gamma_0 \left( c_0 t - \frac{v_0}{c_0} x \right)$$

$$x' = \gamma_0 (x - v_0 t) = \gamma_0 \left( x - \frac{v_0}{c_0} c_0 t \right)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

po diferenciranju sledijo **infinitesimalne Lorentzove transformacije** :

$$dt' = \gamma_0 \left( dt - \frac{v_0}{c_0^2} dx \right) \quad (8.3.10)$$

$$dx' = \gamma_0 (dx - v_0 dt) \quad (8.3.11)$$

$$dy' = dy \quad (8.3.12)$$

$$dz' = dz \quad (8.3.13)$$

Izračunajmo hitrost  $v'_x = \frac{dx'}{dt'}$  iz zgornjih enačb :

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma_0 (dx - v_0 dt)}{\gamma_0 \left( dt - \frac{v_0}{c_0^2} dx \right)} = \frac{dx - v_0 dt}{dt - \frac{v_0}{c_0^2} dx} = \frac{\frac{dx}{dt} - v_0}{1 - \frac{v_0}{c_0^2} \frac{dx}{dt}} = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c_0^2}},$$

kjer smo upoštevali  $v_x = \frac{dx}{dt}$

Torej :

$$\boxed{v'_x = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c_0^2}}} \quad (8.3.16)$$

Podobno lahko dobimo še ostali transformaciji za hitrosti:  $v'_y = \frac{dy'}{dt'}$ ,  $v'_z = \frac{dz'}{dt'}$

Handwritten derivation of the Lorentz transformation for the y-component of velocity:

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\gamma_0 \left( dt - \frac{v_0}{c_0^2} dx \right)}$$

$$dt' = \gamma_0 \left( dt - \frac{v_0}{c_0^2} dx \right)$$

$$= \frac{\frac{dy}{dt}}{\gamma_0 \left( 1 - \frac{v_0}{c_0^2} v_x \right)} = \frac{v_y}{\gamma_0 \left( 1 - \frac{v_0^2}{c_0^2} v_x \right)}$$

(8.3.17)

$$v'_z = \frac{v_z}{\gamma_0 \left( 1 - \frac{v_0 v_x}{c_0^2} \right)}$$

(8.3.18)

kjer smo upoštevali  $v_x = \frac{dx}{dt}$   $v_y = \frac{dy}{dt}$   $v_z = \frac{dz}{dt}$

**Obratne Lorentzove transformacije** za hitrosti dobimo z ( $v_0 \rightarrow -v_0$ ):

$$v_x = \frac{v'_x + v_0}{\left( 1 + \frac{v_0 v'_x}{c_0^2} \right)}$$

(8.3.19)

$$v_y = \frac{v'_y}{\gamma_0 \left( 1 + \frac{v_0 v'_x}{c_0^2} \right)}$$

(8.3.20)

$$v_z = \frac{v'_z}{\gamma_0 \left( 1 + \frac{v_0 v'_x}{c_0^2} \right)}$$

(8.3.21)

- o transformacija vsebuje NAČELO O INVARIANTNOSTI SVETLOBNE HITROSTI v

praznem prostoru  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

$$v_x = \frac{c_0 + v_0}{1 + \frac{v_0 c_0}{c_0^2}} = \frac{c_0 + v_0}{1 + \frac{v_0}{c_0}} = \frac{c_0 (c_0 + v_0)}{(c_0 + v_0)} = c_0$$

## FORMALIZEM: 4-razsežni prostor - čas

**Svetovni četverec** definiran kot:

$${}^4 x = (c_0 t, x, y, z) = (c_0 t, \vec{r})$$

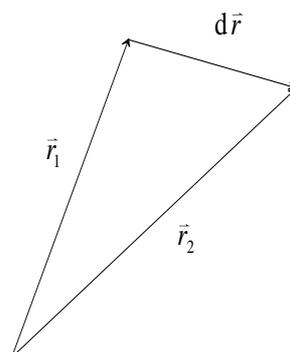
**Lorentzove transformacije:**

$$\begin{cases} c_0 t' = \gamma_0 (c_0 t - \beta x) \\ x' = \gamma_0 (x - \beta c_0 t) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

kjer je  $\beta = \frac{v_0}{c_0}$

**Klasična fizika:** Razdalja med dvema točkama  $dr = \sqrt{d\vec{r} \cdot d\vec{r}}$  je neodvisna od izbire opazovalnega sistema. Pravimo, da je  $dr^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r}$  invarianta.

$$dr^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2$$



## Specialna teorija relativnosti

Invarianta je:

$$ds^2 = -c_0^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = -c_0^2 dt'^2 + dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 \quad (8.3.22)$$

**Novost:** negativni znak pred prvim členom, **klasično** je namreč

$$dr^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r} .$$

## PRIMERI UPORABE

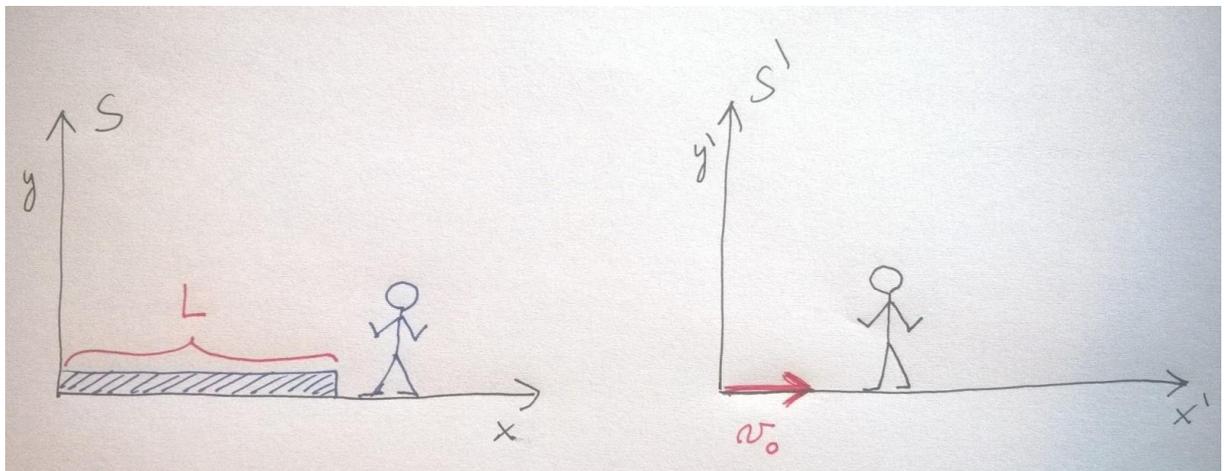
### ○ Skrčenje dolžin

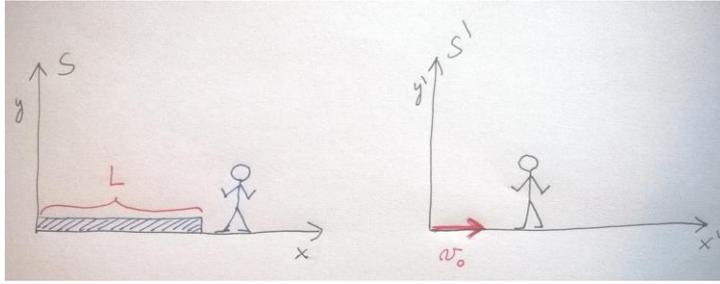
Inercialna opazovalna sistema S in S':

$$S: \left. \begin{array}{l} \text{dogodek 1: } t_1=0, x_1=0 \\ \text{dogodek 2: } t_2=\frac{v_0 L}{c_0^2}, x_2=L \end{array} \right\} \Rightarrow \text{palica miruje v sistemu S: } x_2 - x_1 = L$$

**Lorentzova transformacija:**

$$S': \left. \begin{array}{l} \text{dogodek 1: } t'_1=0, x'_1=0 \\ \text{dogodek 2: } t'_2=0, x'_2=\frac{L}{\gamma_0} \end{array} \right\} \Rightarrow x'_2 - x'_1 = \frac{L}{\gamma_0} = L'$$





$S:$

$x_1 = 0$   
 $t_1 = 0$   
 dogodek 1

$x_2 = L$   
 $t_2 = \frac{v_0 L}{c_0^2}$   
 dogodek 2

$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c_0^2}}}$

Lorentzove transformacije za  $x$  in  $t$ :

$$x' = \gamma_0 (x - v_0 t) : \underline{x'_1} = \gamma_0 (0 - v_0 \cdot 0) = \underline{0}$$

$$\underline{x'_2} = \gamma_0 \left( L - v_0 \cdot \frac{v_0 L}{c_0^2} \right) =$$

$$= \gamma_0 L \left( 1 - \frac{v_0^2}{c_0^2} \right) = \frac{\gamma_0 L}{\gamma_0^2} = \underline{\underline{\frac{L}{\gamma_0}}}$$

TOREJ:  $\underline{x'_2 - x'_1} = \frac{L}{\gamma_0} - 0 = \underline{\frac{L}{\gamma_0}}$        $L' = \frac{L}{\gamma_0}$   
 SKRČENJE

$$t' = \gamma_0 \left( t - \frac{v_0}{c_0^2} x \right) : \underline{t'_1} = \gamma_0 \left( 0 - \frac{v_0}{c_0^2} \cdot 0 \right) = 0$$

$$\underline{t'_2} = \gamma_0 \left( \frac{v_0 L}{c_0^2} - \frac{v_0}{c_0^2} L \right) = 0$$

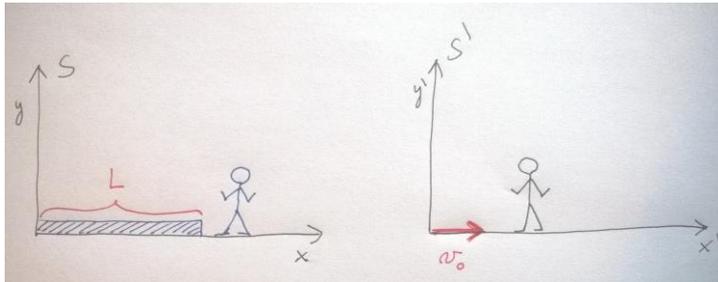
TOREJ:  $\underline{t'_2 - t'_1} = 0$

POTER:  $t_2 - t_1 = \frac{v_0 L}{c_0^2} - 0 = \frac{v_0 L}{c_0^2} \neq 0$

## ZAKLJUČKI:

- **izmerjena dolžina je odvisna od hitrosti gibanja koordinatnega sistema :**
- **opazovalcu (v sistemu S') se zdi gibajoča se palica skrčena:**

$$L' = \frac{L}{\gamma_0}$$



- **sočasnost dogodkov je relativen pojem**
- dogodka **sočasna** samo, če se dogodita v isti točki

$$\begin{array}{l}
 S : \left. \begin{array}{l} \text{dogodek 1: } x_1, t_1 = t \\ \text{dogodek 2: } x_2, t_2 = t \end{array} \right\} \begin{array}{l} t_2 - t_1 = 0 \\ \text{sočasnost} \\ \text{v sistemu } S \end{array} \\
 \hline
 S' : \left. \begin{array}{l} t'_1 = \gamma_0 \left( t - \frac{v_0}{c_0^2} x_1 \right) \\ t'_2 = \gamma_0 \left( t - \frac{v_0}{c_0^2} x_2 \right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Lorentzove} \\ \text{transformacije} \end{array} \\
 \hline
 \Downarrow \\
 t'_2 - t'_1 = \gamma_0 \left( \frac{v_0}{c_0^2} \right) (x_1 - x_2) \neq 0 \\
 \hline
 \text{če je } \underline{x_1 = x_2} \Rightarrow \underline{t'_2 - t'_1 = 0} \\
 \text{sočasnost tudi v} \\
 \text{sistemu } S'
 \end{array}$$

- **Podaljšanje časa** (inercialna sistema S in S')

$$S: \left. \begin{array}{l} \text{prvi dogodek: mesto } x, \text{ čas } t_1 \\ \text{drugi dogodek: mesto } x, \text{ čas } t_2 \end{array} \right\} \Delta t = t_2 - t_1$$

**Lorentzova transformacija:**

$$S': t_1' = \gamma_0 \left( t_1 - \frac{v_0 x}{c_0^2} \right)$$

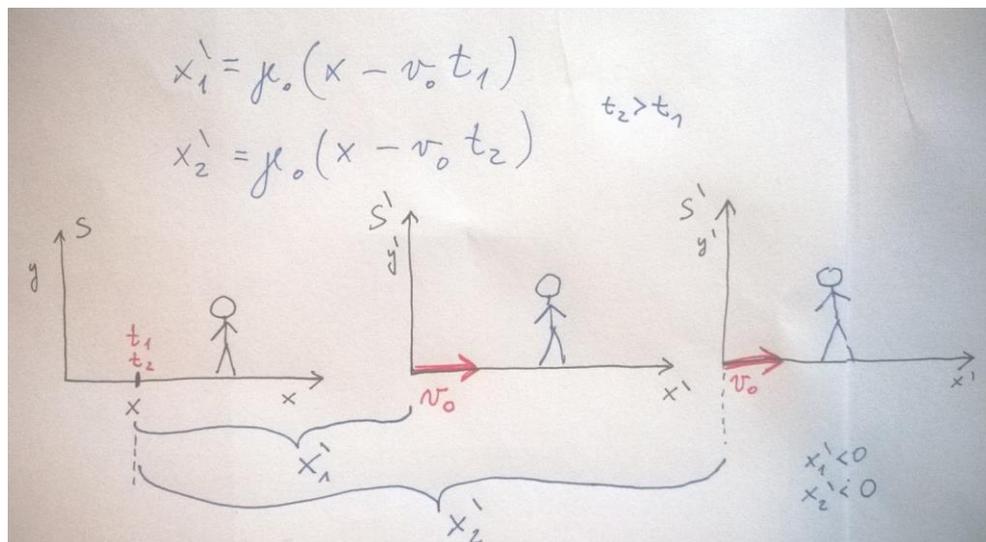
$$t_2' = \gamma_0 \left( t_2 - \frac{v_0 x}{c_0^2} \right)$$

torej:  $t_2' - t_1' = \gamma_0 (t_2 - t_1)$

$$\Delta t' = \gamma_0 \Delta t$$

(8.3.24)

$\Delta t' > \Delta t \Rightarrow$  za gibajočega opazovalca dogodki potekajo počasneje kot za opazovalca, ki **miruje ob dogodkih**  $\rightarrow$  **čas je relativna količina**.  
**lastni čas**  $\equiv$  čas, ki ga kaže ura v izbranem koordinatnem sistemu.

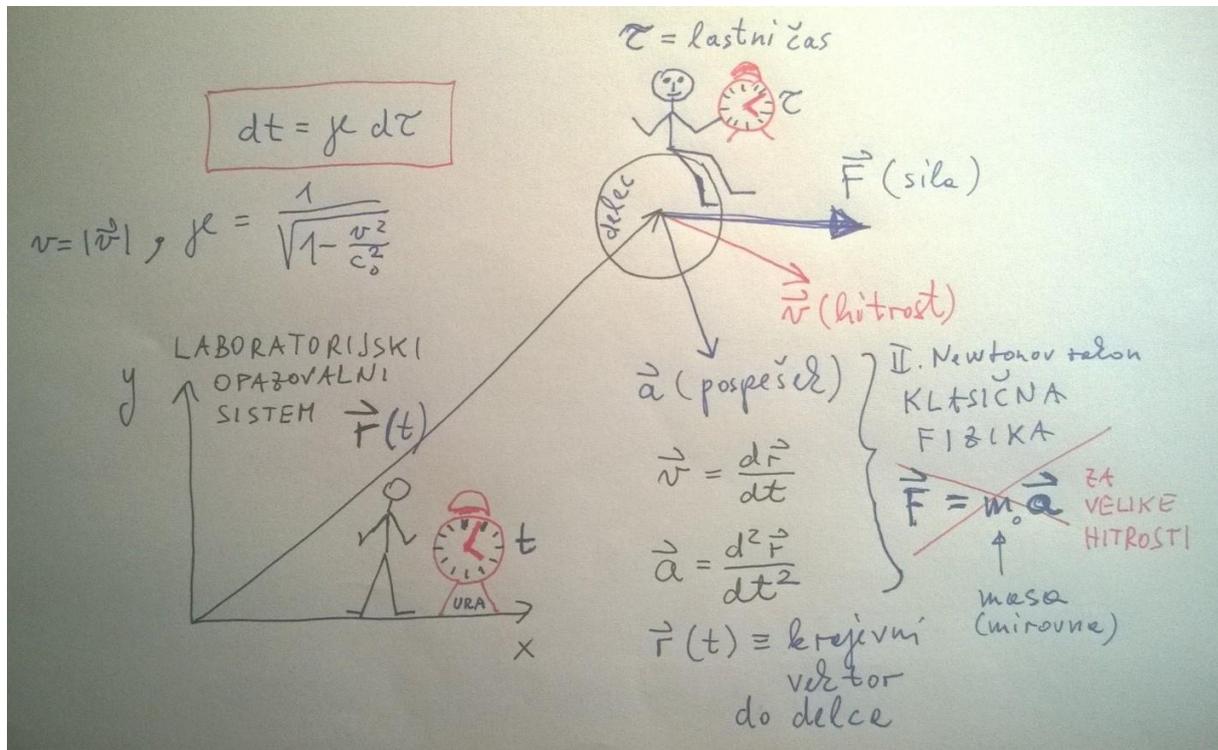


**ZAKLJUČKI:**

- popolna novost** specialne teorije relativnosti je, da se **tudi čas transformira**
- prostor** in **čas** sta povezana v skupni **prostor - čas**
- svetovni četverec popisuje dogodek

### 8.3.3 ZAKONI GIBANJA

Na osnovi enačbe  $\Delta t' = \gamma_0 \Delta t$  naredimo posplošitev in definiramo **lastni časovni razmik**



$$dt = \gamma d\tau$$

(8.3.25)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}}$$

(8.3.26)

kjer je:

$dt \equiv$  čas, ki ga meri opazovalec, ki opazuje gibanje točkastega telesa

$d\tau \equiv$  **lastni čas** (lastni časovni razmik, ki ga izmeri opazovalec, ki se giblje skupaj z opazovanim gibajočim točkastim telesom)

**Novost:** za hitrost  $v$  izrazu za  $\gamma$  (en. 8.3.26) dopuščamo, da **ni** konstantna, kar pomeni, da **se telo lahko giblje pospešeno**.

Koordinatni čas ( $t$  ali  $dt$ ) **ni skalar** ampak komponenta 4-dimenzionalnega vektorja  $(c_0t, x, y, z)$ . Odvajanje po koordinatnem času  $dt$  zato **ne** proizvede novega vektorja četverca. **Zato odvajamo po lastnem času ( $d\tau$ )**. **Lastni čas** ( $\tau$ ) je skalar, ki preide pri majhnih hitrostih v koordinatni čas  $t$ .

o **Četverec hitrosti  ${}^4v$**

svetovni četverec  ${}^4x = (c_0t, x, y, z)$

odvajamo po lastnem času  $\tau$  :  $d\tau = dt / \gamma$  in dobimo **četverec hitrosti**

$${}^4v = \frac{d({}^4x)}{d\tau} = \gamma \frac{d({}^4x)}{dt} = \gamma (c_0, v_x, v_y, v_z), \quad (8.3.28)$$

kjer so

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Enačbo (8.3.28) zapišemo v vektorski obliki:

$$\boxed{{}^4v = (\gamma c_0, \gamma \vec{v})} \quad \boxed{{}^4x = (c_0t, x, y, z)}$$

kjer je  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ .

Pri majhnih hitrostih  $\frac{v}{c_0} \rightarrow 0$ :  $\gamma \rightarrow 1$ , torej:

$$\gamma \vec{v} \rightarrow \vec{v},$$

$$d\tau \rightarrow dt, \quad dt = \gamma d\tau$$

**Dokaz :**

$$\gamma = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right)^{1/2}} \underset{\frac{v}{c_0} \rightarrow 0}{\cong} 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c_0^2} + \dots \rightarrow 1$$

o **Četverec gibalne količine**

$$\boxed{{}^4P = m_0 {}^4v = (m_0 \gamma c_0, m_0 \gamma \vec{v})}. \quad (8.3.32)$$

$$\boxed{{}^4P = m_0 \gamma v = (m_0 \gamma c_0, m_0 \gamma \vec{v})} . \quad (8.3.32)$$

Izraz  $m_0 \gamma \vec{v}$  zapišemo v obliki:

$$\boxed{\vec{P} = m \vec{v}} , \quad (8.3.33)$$

kjer je

$$\boxed{m = m_0 \gamma} , \quad (8.3.34)$$

$m_0 \equiv$  mirovna ali lastna masa telesa.

Pri majhnih hitrostih  $\frac{v}{c_0} \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned} \gamma &\rightarrow 1 , \\ m &\rightarrow m_0 , \\ P &\rightarrow m_0 v = G \end{aligned} \quad (8.3.35)$$

Vidimo, da pri majhnih hitrostih  $P$  preide v klasično gibalno količino  $G = m_0 v$ .

**Opomba:**

**kljub temu, da  $v \leq c_0$  je lahko relativistična gibalna količina  $\vec{P} = m_0 \gamma \vec{v}$  poljubno velika, ker se lahko poljubno večja zaradi naraščajoče vrednosti  $\gamma$ .**

$$\gamma = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right)^{1/2}} \xrightarrow{\frac{v}{c_0} \rightarrow 1} \infty$$

### o Polna in lastna energija

Četverec gibalne količine  ${}^4P = (m_0 \gamma c_0, m_0 \gamma \vec{v})$  lahko pišemo tudi kot :

$${}^4P = \left( \frac{W}{c_0}, m_0 \gamma \vec{v} \right) , \quad (8.3.36)$$

kjer je  $W$  definiramo kot **polno** energijo delca:

$$\boxed{W = m_0 \gamma c_0^2} . \quad (8.3.37)$$

$$\gamma = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right)^{1/2}} \xrightarrow{\frac{v}{c_0} \rightarrow 0} 1$$

**Polna energija**  $W = m_0 \gamma c_0^2$  je odvisna od hitrosti. Najmanjša polna energija ima delec, ki miruje je ( $\gamma = 1$ ):

$$W_0 = m_0 c_0^2, \quad (8.3.38)$$

$W_0 \equiv$  lastna ali mirovna energija delca.

Sedaj definiramo **kinetično energijo** delca kot razliko :

$$W_k = W - W_0 = m_0 \gamma c_0^2 - m_0 c_0^2 = m_0 c_0^2 (\gamma - 1). \quad (8.3.39)$$

- **Kinetična energija** je torej tisti del polne energije, ki je **posledica gibanja**.

Pri majhnih hitrostih  $\left(\frac{v}{c_0} \rightarrow 0\right)$  velja **razvoj**:

$$W_k = m_0 c_0^2 (\gamma - 1) = m_0 c_0^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}} - 1 \right) \cong m_0 c_0^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c_0^2} + \dots - 1 \right) \cong \frac{1}{2} m_0 v^2. \quad (8.3.40)$$

Vidimo, da relativistični izraz za kinetično energijo telesa  $W_k = m_0 c_0^2 (\gamma - 1)$  preide pri  $\frac{v}{c_0} \rightarrow 0$  v klasični izraz  $W_k = \frac{1}{2} m_0 v^2$ , ki velja v Newtonovi mehaniki.

ŽE PREJ smo pokazali : za svetovni četverec  ${}^4x = (c_0 t, x, y, z)$  je invariants:

$$ds^2 = dx^4 \cdot dx^4 = -c_0^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = -c_0^2 dt'^2 + dx'^2 + dy'^2 + dz'^2$$

ENAKO velja za **četverec gibalne količine** :

- skalarni produkt četverca gibalne količine  ${}^4P = \left( \frac{W}{c_0}, \vec{P} \right)$  s samim seboj je **invariants**:

$${}^4P \cdot {}^4P = \frac{-W^2}{c_0^2} + P^2 = \text{invariants}. \quad (8.3.41)$$

V **lastnem sistemu** delec miruje torej je  $P = 0$ . Iz enačbe  ${}^4P \cdot {}^4P = \frac{-W^2}{c_0^2} + P^2$  v tem primeru sledi:

$$-\frac{W^2}{c_0^2} + (P^2 = 0) = -\frac{m_0^2 c_0^4}{c_0^2} = -m_0^2 c_0^2.$$

Ker pa je  ${}^4P \cdot {}^4P = \frac{-W^2}{c_0^2} + P^2$  invarianta, velja v splošnem:

$$\boxed{-\frac{W^2}{c_0^2} + P^2 = -m_0^2 c_0^2},$$

oziroma

$$-W^2 + c_0^2 P^2 = -m_0^2 c_0^4,$$

ali drugače:

$$\boxed{W^2 = W_0^2 + c_0^2 P^2}. \quad (8.3.44)$$

### o Enačbe gibanja

Newtonova mehanika

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{G}}{dt}}, \quad \vec{G} = m\vec{v}$$

Posebna teorija relativnosti  $\left( {}^4P = \left( \frac{W}{c_0}, \vec{P} \right), \vec{P} = m_0 \gamma \vec{v} \right)$ :

$$\boxed{{}^4F = \frac{d({}^4P)}{d\tau} = \gamma \frac{d({}^4P)}{dt} = \gamma \left( \frac{1}{c_0} \frac{dW}{dt}, \frac{d\vec{P}}{dt} \right)}. \quad (8.3.45)$$

Četverec sile  ${}^4F$  na točkasti delec z nabojem  $e$  v električnem in magnetnem polju:

$$\boxed{{}^4F = \left( \frac{e\gamma \vec{E} \cdot \vec{v}}{c_0}, e\gamma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \right)}. \quad (8.3.46)$$

Izenačimo ločeno časovni in krajevni del med enačbama (8.3.45) in (8.3.46):

$$\begin{aligned} - \text{časovni del: } \frac{dW}{dt} = e \vec{E} \cdot \vec{v} &\Rightarrow \Delta W = e \int \vec{E} \cdot \vec{v} dt = e \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = -e \Delta \varphi, \quad (8.3.47) \\ \text{torej } \Delta W + e \Delta \varphi &= \Delta(W + e\varphi) = 0, \end{aligned}$$

oziroma  $W + e\varphi = \text{konst.}$

- krajevni del:  $\frac{d\vec{P}}{dt} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ ,  $\vec{P} = m_0 \gamma \vec{v}$ , (8.3.48)

Ohranitvene enačbe:

$${}^4F = \frac{d({}^4P)}{d\tau} \Rightarrow \Delta^4P = \int {}^4F d\tau$$

če  $\int {}^4F d\tau = 0 \Rightarrow \Delta^4P = 0$

$\Delta W = 0$

OHRANITEV POLNE ENERGIJE

$\Delta \vec{P} = 0$

OHRANITEV KRAJEVNEGA  
DELA GIBALNE KOLIČINE

## UPORABA ENAČB GIBANJA SPECIALNE TEORIJE RELATIVNOSTI

Iz primerjave enačb:

$${}^4F = \frac{d({}^4P)}{d\tau} = \gamma \frac{d({}^4P)}{dt} = \gamma \left( \frac{1}{c_0} \frac{dW}{dt}, \frac{d\vec{P}}{dt} \right)$$

$${}^4F = \left( \frac{e\gamma \vec{E} \cdot \vec{v}}{c_0}, e\gamma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \right), \text{ kjer je } \vec{P} = m_0 \gamma \vec{v}$$

sledi (primerjava krajevnega dela obeh četvercev):

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \vec{P} = m_0 \gamma \vec{v} \quad (8.3.48)$$

**Posebna primera:**  $\vec{E} = 0$  ali  $\vec{B} = 0$

**A) Poseben primer:** če  $\vec{E} = 0$  iz zgornje enačbe (8.3.48) sledi (kroženje v magnetnem polju):

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{v} \times \vec{B},$$

$$\boxed{\frac{d(m_0 \gamma \vec{v})}{dt} = e \vec{v} \times \vec{B}}, \quad (8.3.51)$$

ker  $e \vec{v} \times \vec{B} \perp \vec{v}, d\vec{s} \Rightarrow dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow v = \text{konst.}$   
 $\gamma = \text{konst.}$

Torej:  $\frac{\gamma d(m_0 \vec{v})}{dt} = e \vec{v} \times \vec{B},$

$\gamma m_0 \vec{a}_r = e \vec{v} \times \vec{B},$  kjer je  $\vec{a}_r$  radialni pospešek,

$$\gamma m_0 \frac{v^2}{r} = e v B$$

$$\gamma m_0 v = e r B \Rightarrow \boxed{r = \frac{\gamma m_0 v}{e B} = \frac{P}{e B}} \quad (8.3.52)$$

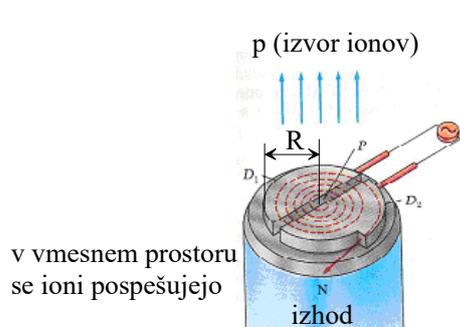
Obhodni čas:  $t_0 = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \gamma m_0 v}{e B v} = \frac{2\pi \gamma m_0}{e B}$

Frekvenca  $\boxed{\nu = \frac{1}{t_0} = \frac{e B}{\gamma 2\pi m_0}}$  . (sinhro-ciklotronska frekvenca) (8.3.53)

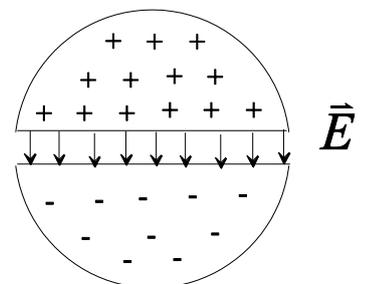
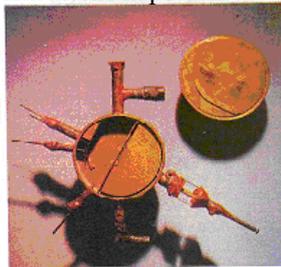
**OD PREJ** (ciklotron):

za **majhne** hitrosti  $\nu = \frac{1}{t_0} = \frac{e B}{2\pi m_0}$  (klas.fizika: ciklotronska frekvenca **ni odvisna od hitrosti**)

dobimo iz  $\nu = \frac{1}{t_0} = \frac{e B}{\gamma 2\pi m_0}$  v limiti  $\gamma = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right)^{1/2}} \xrightarrow{\frac{v}{c_0} \rightarrow 0} 1$



generator visokofrekvenčne izmenične napetosti



$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad \vec{P} = m_0 \gamma \vec{v}$$

**B) Poseben primer:** če  $\vec{B} = 0$  iz enačbe (8.3.48) sledi:

$$\frac{d(m_0 \gamma \vec{v})}{dt} = e \vec{E} \quad . \quad (8.3.54)$$

Enačbo (8.3.54) predelamo v obliko:

$$d(m_0 \gamma \vec{v}) = e \vec{E} dt \quad (8.3.55)$$

Če je  $\vec{E} = \text{konst. velja}$ :

$$m_0 \gamma \vec{v} = \int e \vec{E} dt = e \vec{E} t \quad , \quad (8.3.56)$$

oziroma

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}} = e E t \quad . \quad (8.3.57)$$

Iz enačbe (8.3.57) po krajšem računu dobimo za hitrost:

$$v = c_0 \frac{\alpha t}{\sqrt{1 + \alpha^2 t^2}} \quad , \quad (8.3.58)$$

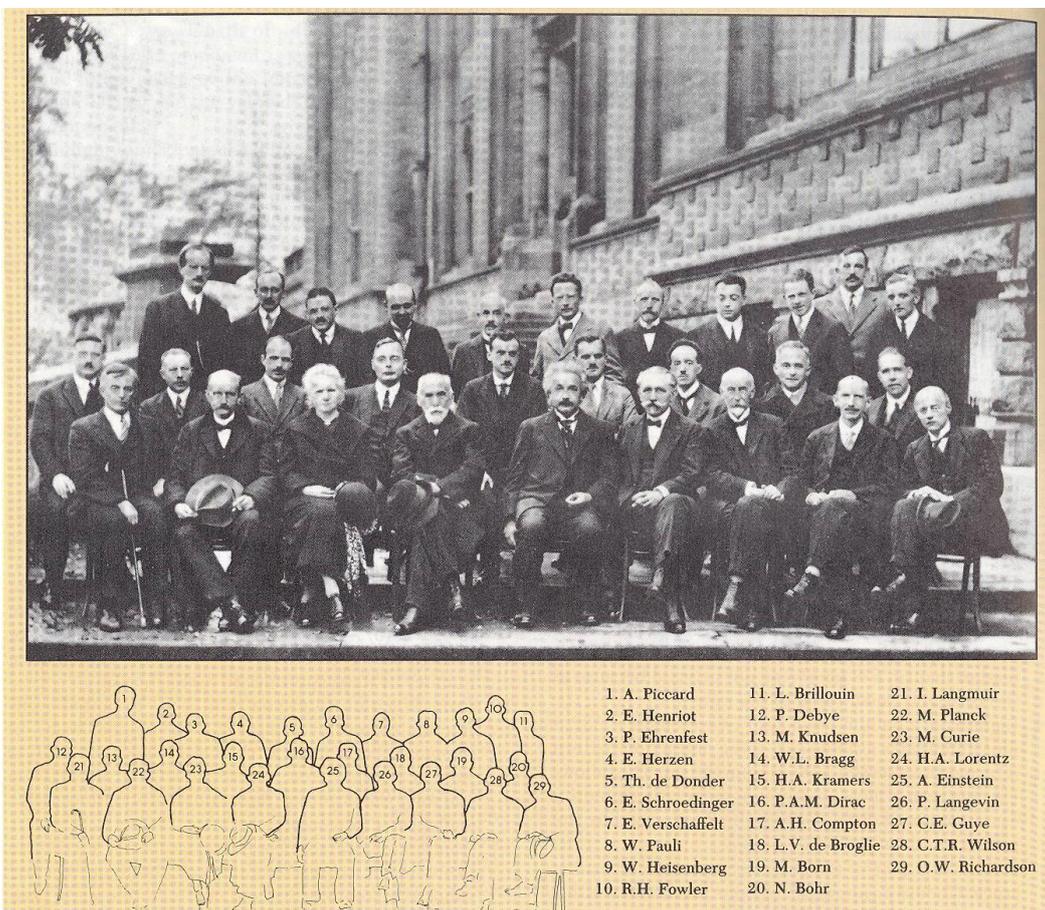
kjer je

$$\alpha = \frac{e E}{m_0 c_0} \quad . \quad (8.3.59)$$

Izračunana pot pa je:

$$s = \int_0^t v dt = \frac{c_0}{\alpha} \left[ (\alpha^2 t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \quad . \quad (8.3.60)$$

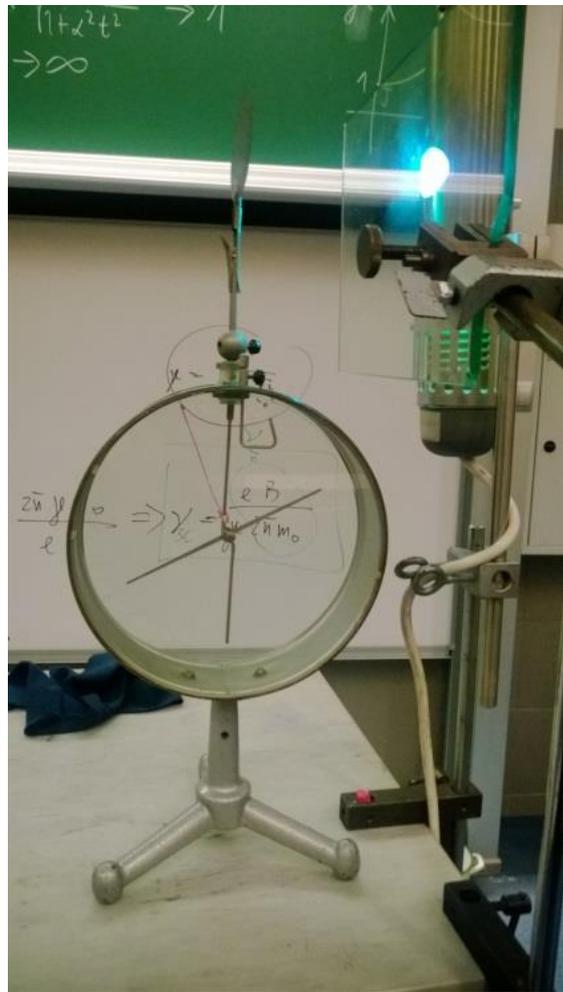
## POJAVI, KI JIH NE MOREMO RAZLOŽITI V OKVIRU KLASIČNE FIZIKE



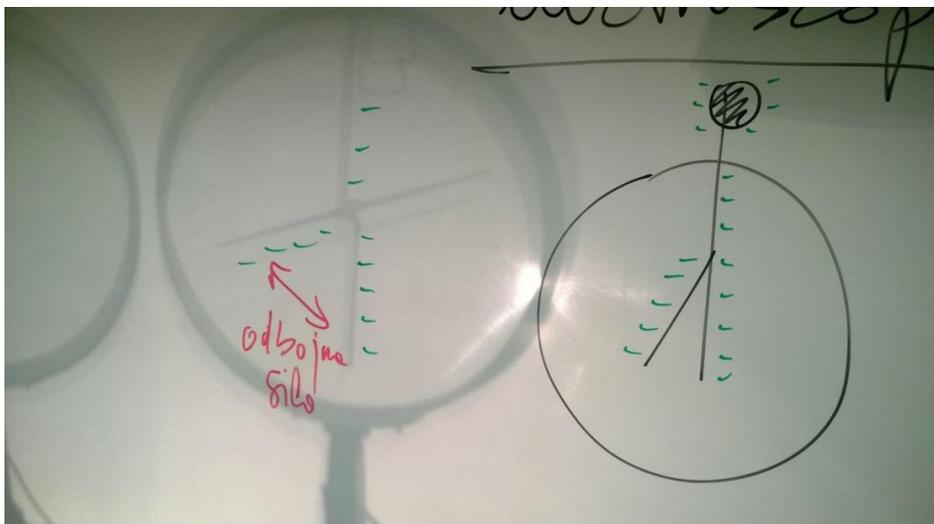
slika: Serway, 1992

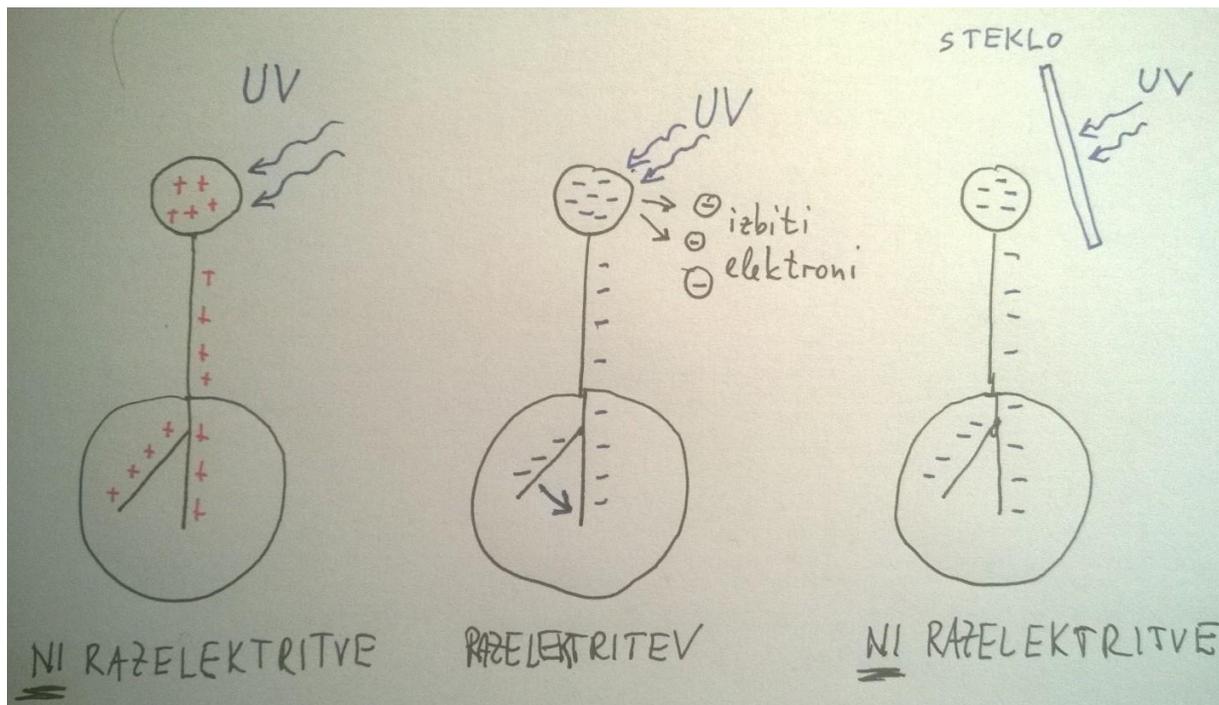
## FOTOEFEKT

UV luč in Zn ploščica :

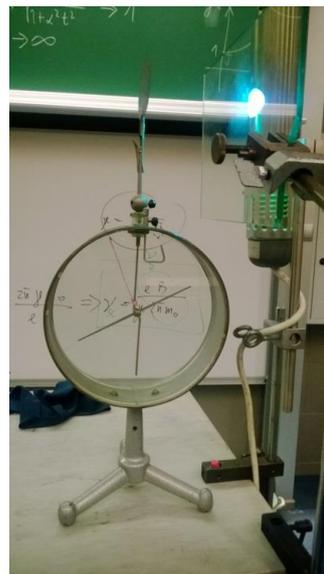


elektroskop:





**SKLEP: UV svetloba izbija elektrone, vidna pa ne**



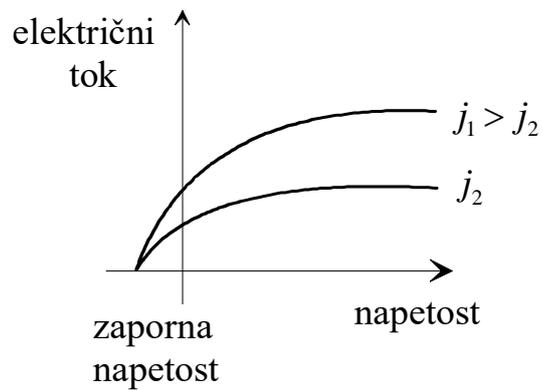
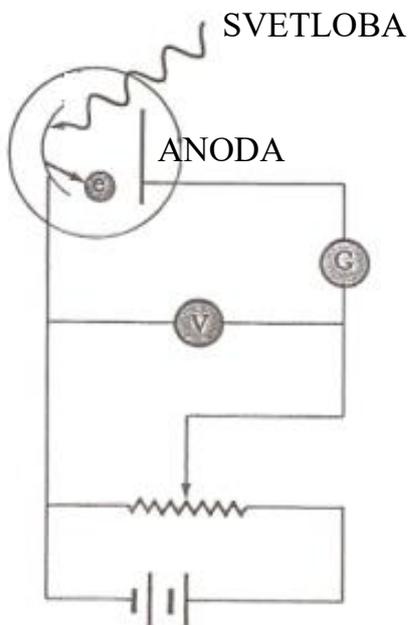
VRSTA EM VALOVANJA	VALOVNE DOLŽINE ( $\lambda$ )
radijski valovi	od 1 m do več 1000 km
mikrovalovi	od 0.1 mm do ~ 1 m
infra rdeče sevanje	od ~ 780 nm do 0.1 mm
vidna svetloba	od 380 do 780 nm
<b>UV svetloba</b>	od 5 ~ 380 nm
Rtg žarki	od 1 pm ~ 10 nm
$\gamma$ žarki	od 0 do 1 pm

Povprečna gostota energijskega (svetlobnega) toka  
EM valovanja :

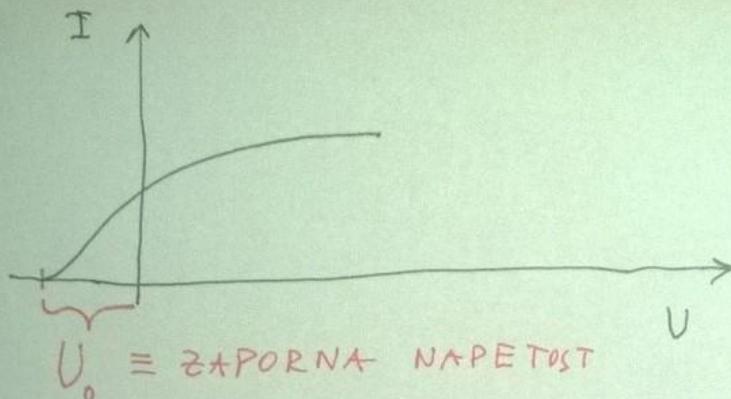
$$\bar{j} = \bar{w} c_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 c_0 = \frac{1}{2} \frac{B_0^2}{\mu_0} c_0$$

**ZAKLJUČEK:** z Maxwellovimi enačbami NE moremo pojasniti fotoefekta

**Fotocelica:**  $\ominus e$   $\equiv$  izbiti elektron



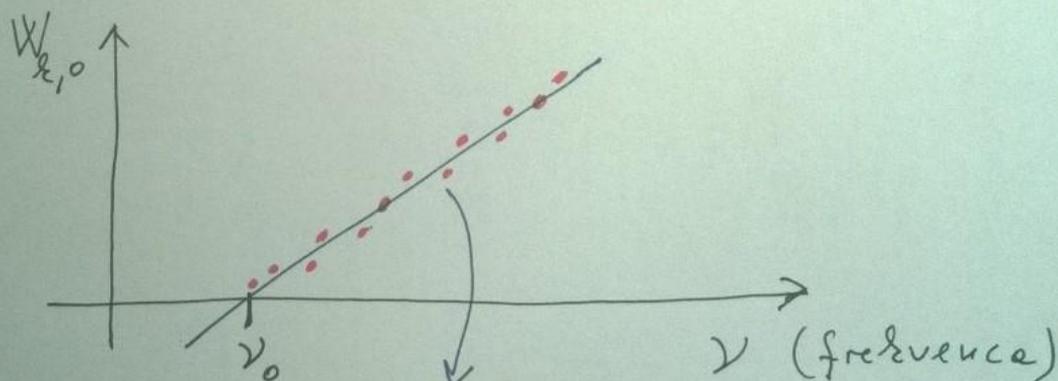
$j \equiv$   
gostota  
svetlobnega  
toka



$$W_{k,0} = \frac{1}{2} m_e v_0^2 = e_0 U_0$$

kinetična energija najhitrejših elektronov

Merjenje ponovimo s svetlobo drugikoli  $\nu$ :



$$W_{k,0} = h(\nu - \nu_0)$$

$h \equiv$  Planck-ova konstanta

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

o **energija fotona:**

$$W_\nu = h\nu; \quad c = \nu\lambda;$$

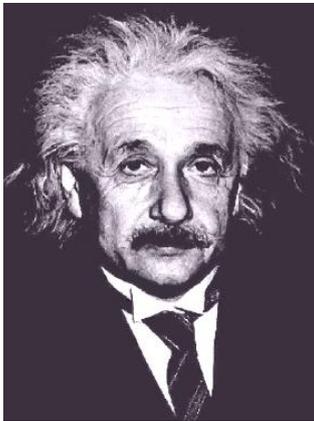
$c =$  svetlobna hitrost

$\nu \equiv$  frekvenca svetlobe

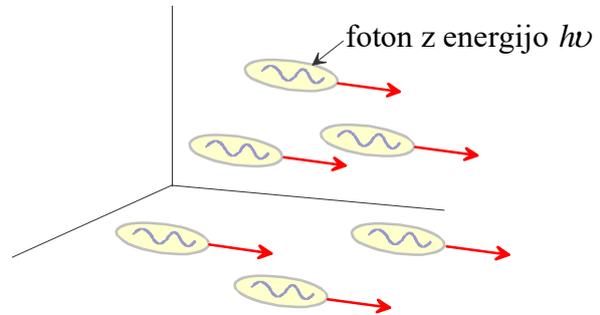
$\lambda \equiv$  valovna dolžina svetlobe

o **gibalna količina fotona:**  $W_\nu^2 = W_0^2 + c^2 P_\nu^2$ ; kjer je lastna energija  $W_0 = 0$

$$P_\nu = \frac{W_\nu}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$



**Albert Einstein**  
(1879 – 1955)



Einsteinova predstava fotona kot  
»potujočega energijskega paketa«

$$W_{k,0} = h(\nu - \nu_0) = h\nu - h\nu_0 = h\nu - A_{iz}$$

**Tabela:** izstopno delo  $A_{iz} = h\nu_0$ ,  $\lambda_0 = c_0/\nu_0$

kovina	$\lambda_0$
platina	230 nm
volfram, baker	280 nm
srebro	290 nm
aluminij, cink	340 nm
Kalij	560 nm

### VALOVNA DOLŽINA DELCEV (elektronov)



**Louis de Broglie**  
(1892 – 1987)

fotoni:

$$W_\nu = h\nu$$

$$p_\nu = \frac{W_\nu}{c_0} = \frac{h\nu}{c_0} = \frac{h}{\lambda}$$

$$c_0 = \nu\lambda$$

$$\lambda = \frac{h}{p_\nu}$$

delci:

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

de Broglie-jeve  
valovne dolžine

Delce pospešimo z napetostjo  $U_0$ :

klasično:

$$\frac{mv^2}{2} = eU_0 \Rightarrow v = \left(\frac{2eU_0}{m}\right)^{1/2}$$

$$mv = \left(\frac{m^2 2eU_0}{m}\right)^{1/2}$$

$$mv = (2emU_0)^{1/2}$$

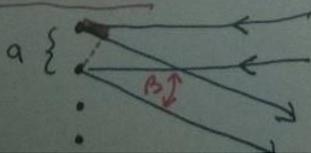
$$\lambda_B = \frac{h}{mv} = \frac{h}{(2emU_0)^{1/2}}$$

• večja napetost  $\Rightarrow$  menjša  $\lambda_B$

• visoko ločljivi elektronski mikroskopi

• sipenji elektronov na kristalih

• POČASNI ELEKTRONI

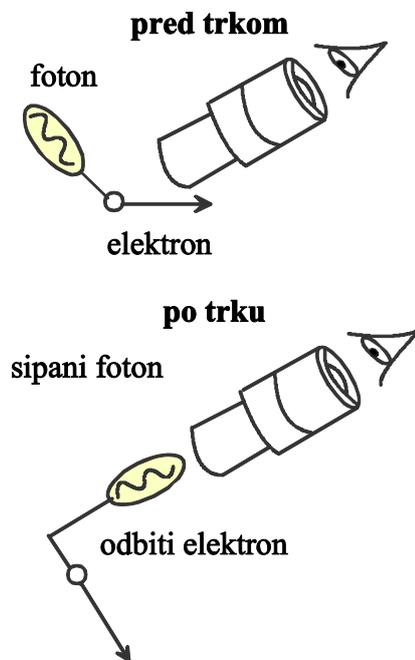
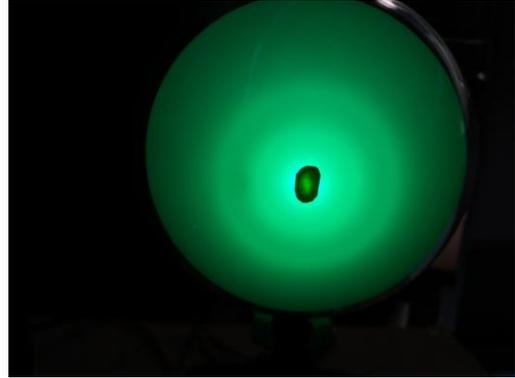
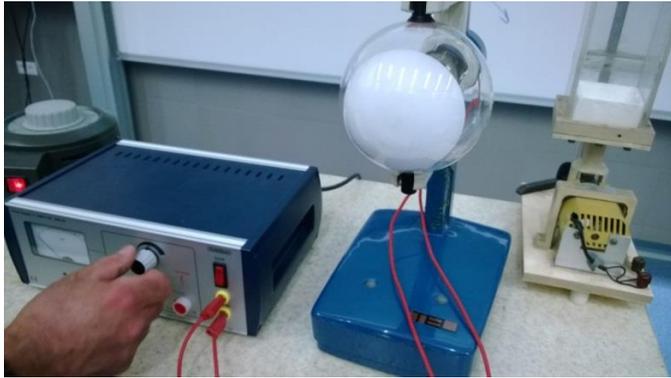


$$a \sin \beta = N\lambda$$

• HITRI ELEKTRONI

Braggovo sipenji

Braggove enačbe



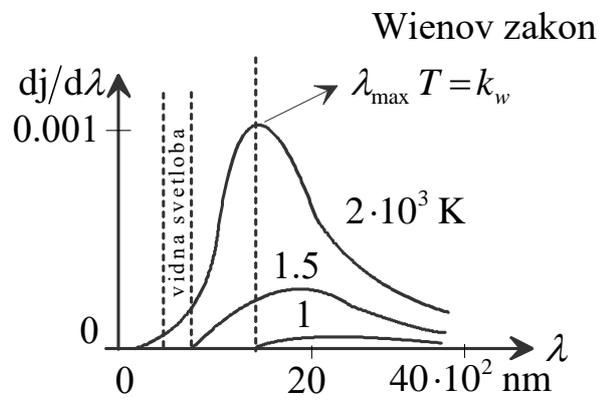
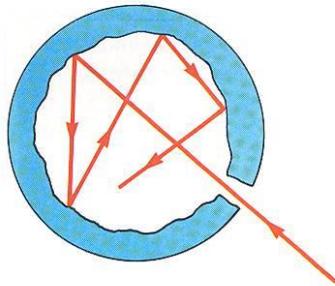
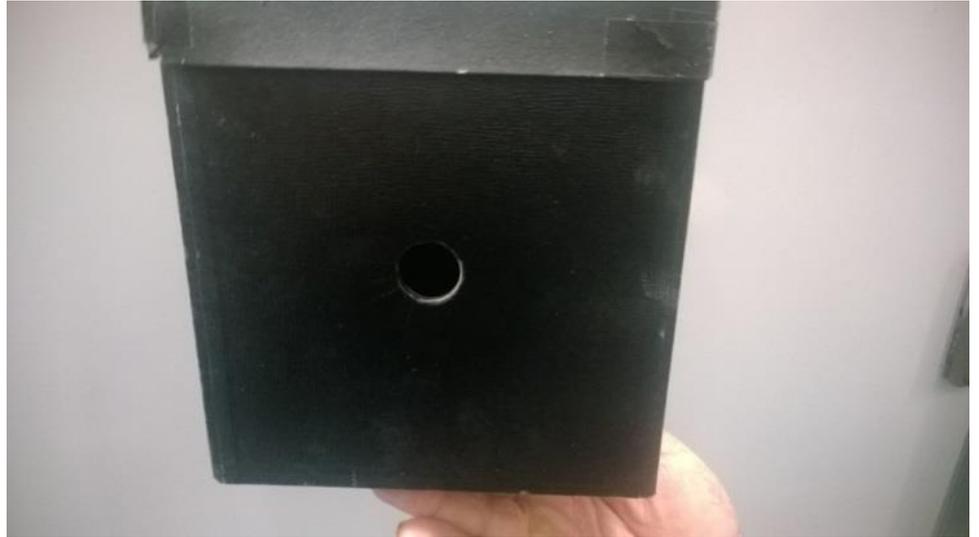
## SEVANJE ČRNEGA TELESA



**Jožef Stefan**  
(1835 – 1893)



**Max Planck**  
(1858 - 1947)



Spektri sevanja črnega telesa za različne temperature

$k_w = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$  (Wienova konstanta)

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$  (Stefanova konstanta)

$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  (Planckova konstanta)

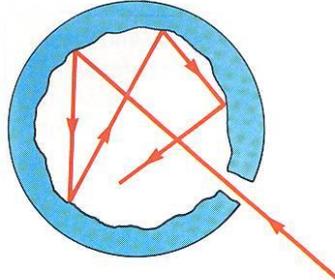
$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/k}$  (Boltzmannova konstanta)

- Planck-ov zakon sevanja črnega telesa

$$\frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left[ e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right]$$

- Stefanov zakon (črno telo)

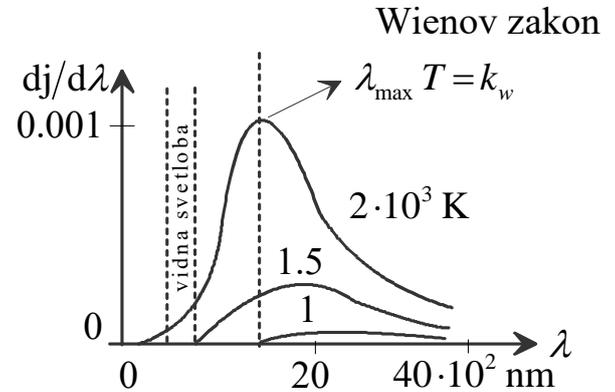
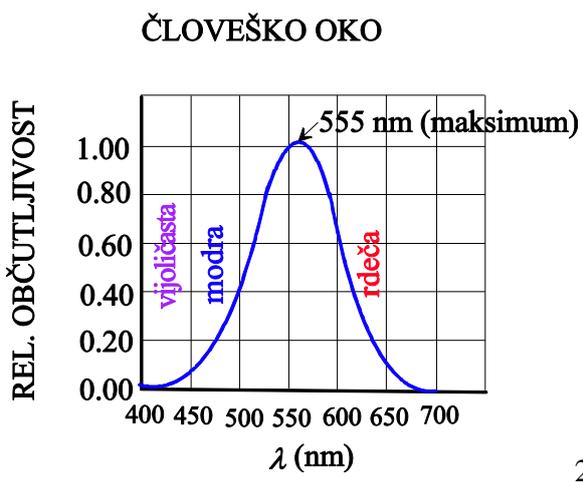
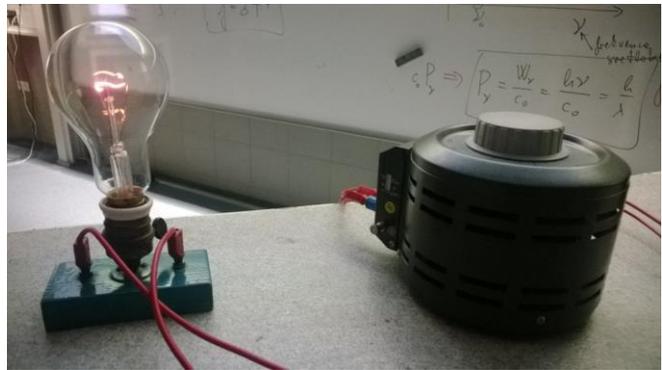
$$j = \sigma T^4$$



Model črnega telesa

sivo telo:  $j = (1 - a)\sigma T^4 = e\sigma T^4$

Wienov zakon (žarnica, spremenljivi upor)



**Primer:**

-CO<sub>2</sub> povečuje absorpcijo v infra-rdečem delu spektra izsevane svetlobe Zemlje, ne pa tudi v vidnem delu spektra, ki ga seva Sonce

Posledica: emisivnost Zemlje ( $e$ ) se zmanjša :  $e_1 = 0.95 e_0$

Handwritten notes on a green background showing calculations for Earth's temperature change due to CO<sub>2</sub>. The notes include the following equations and steps:

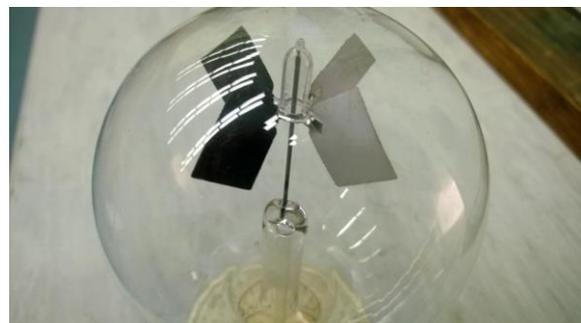
- $T_0 = 15^\circ\text{C} = 288\text{ K}$
- $e_1 = 0.95 e_0$
- PREJ:  $e_0 \cdot \sigma T_0^4 \cdot S = P_{obs}$
- POTEM:  $e_1 \cdot \sigma T_1^4 \cdot S = P_{obs}$
- $e_0 \cdot \sigma T_0^4 = e_1 \cdot \sigma T_1^4$
- $T_0^4 = 0.95 \cdot T_1^4 \Rightarrow T_1 = \sqrt[4]{\frac{T_0^4}{0.95}} = 291.7\text{ K}$
- $\Delta T = 3.7\text{ K}$
- $\frac{\Delta T}{T} \approx 0.013$

Additional notes in red ink: "sivo telo" (grey body) and "emisivnost" (emissivity) with a downward arrow pointing to the emissivity term in the Stefan-Boltzmann equation  $j = (1 - \alpha) \sigma T^4 = e \cdot \sigma T^4$ .

ODBOJNOST ( $a$ ) : počrnjena in metalizirana bučka plinskega termometra



SVETLOBNI CUREK PADA - vetrnica se zaradi tega vrti



## Izpeljava Stefanovega zakona iz Planck-ovega zakona

**Planckov zakon**, ki ga izpeljemo v okviru kvantne statistične fizike, podaja porazdelitev gostote energijskega toka izsevanega elektromagnetnega valovanja po valovnih dolžinah:

$$\frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi h c_0^2}{\lambda^5 \left( \exp\left(\frac{hc_0}{\lambda k T}\right) - 1 \right)},$$

kjer je  $h$  Planckova konstanta,  $j$  gostota izsevanega energijskega toka,  $\lambda$  valovna dolžina,  $k$  Boltzmannova konstanta,  $c_0$  hitrost svetlobe v vakuumu in  $T$  absolutna temperatura.

**Stefanov zakon** podaja gostoto izsevanega energijskega toka. Dobimo ga z integracijo Planckovega zakona po valovnih dolžinah:

$$j = \int_0^{\infty} \frac{dj}{d\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h c_0^2 d\lambda}{\lambda^5 \left( \exp\left(\frac{hc_0}{\lambda k T}\right) - 1 \right)}.$$

Uvedemo novo spremenljivko:

$$x = \frac{hc_0}{\lambda k T}, \quad d\lambda = -\frac{hc_0}{k T x^2} dx.$$

Zgornji integral potem preide v:

$$j = \frac{2\pi k^4 T^4}{h^3 c_0^2} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15 h^3 c_0^2} T^4.$$

Vrednost zgornjega integrala poiščemo v tabelah, kjer najdemo

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

Zgornji izraz preuredimo v bolj znano obliko Stefanovega zakona:

$$j = \sigma T^4$$

kjer je:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 h^3 c_0^2} = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

Stefanova konstanta je imenovana po avstro-ogrskem fiziku slovenskega rodu Jožefu Stefanu.

## Izpeljava Wienovega zakona iz Planck-ovega zakona

Spekter izsevanega elektromagnetnega valovanja ima maksimum pri določeni valovni dolžini. Ta valovna dolžina ( $\lambda_m$ ) je odvisna od temperature in to tako, da je produkt valovne dolžine, pri kateri ima spekter maksimum, in absolutne temperature konstanten. Vrednost te konstante izračunamo iz Planckovega zakona. Najprej Planckov zakon zapišemo z novo spremenljivko  $x$ , ki smo jo definirali prej:

$$\frac{dj}{d\lambda}(x) = \frac{2\pi k^5 T^5}{h^4 c_0^3} \frac{x^5}{e^x - 1}.$$

Ekstrem te funkcije poiščemo tako, da odvod po  $x$  izenačimo z 0. Tako dobimo enačbo:

$$x = 5(1 - e^{-x}).$$

To enačbo rešimo numerično, na primer z metodo navadne iteracije. Dobimo:

$$x = \frac{hc_0}{\lambda_m k T} = 4.9651,$$

oziroma:

$$\lambda_m T = \frac{hc_0}{4.9651k} = k_w = 2.898 \times 10^{-3} \text{ mK}.$$

Enačbi

$$\lambda_m T = k_w$$

pravimo **Wienov zakon**, konstanti  $k_w$  pa Wienova konstanta.

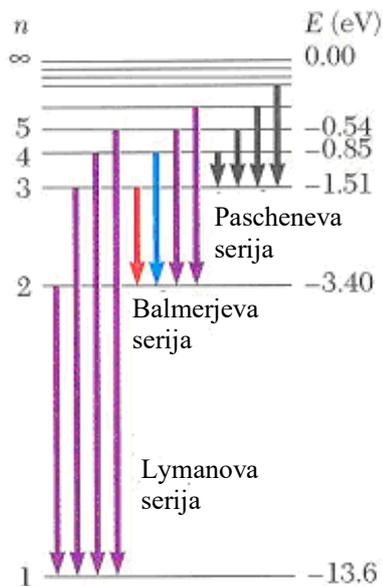
## ATOMSKI ČRTASTI SPEKTRI



Niels Bohr  
(1885 – 1962)

- **Energijski nivoji vodikovega atoma so diskretni:**

$$E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (8.4.19)$$



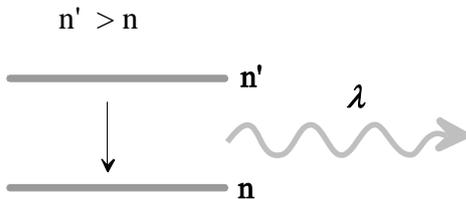
- Valovna dolžina izsevane svetlobe pri prehodih elektrona iz višjega v nižji energijski nivo za vodikov atom:

$$h\nu = -13.6 \text{ eV} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right),$$
$$h \frac{c_0}{\lambda} = 13.6 \text{ eV} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right),$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13.6\text{eV}}{hc_0} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right),$$

torej:

$$\boxed{\frac{1}{\lambda} = R_y \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)} \quad (8.4.20)$$



kjer je  $R_y = \frac{13.6\text{eV}}{hc_0} = 1.09678 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ . Konstanti  $R_y$  pravimo Rydbergova konstanta.

## MODELI ATOMA

Thomsonov model  
 elektroni sestavni del  
 delci, kar se spektrometri črte razločijo v mag. polju

Atom je homogena pozitivna naloba  
 krogla, v kateri se pibaljejo elektroni

---

Rutherfordov model

elektroni ne vplivajo, ker imajo veliko manjšo maso

radiaktivni izvor  
 $\alpha$  delcev  
 (He jedra s 2n + 2p)  
 veliko manjši kot atomi (faktor  $10^{-4}$ )

tanek korpuskularni listič  
 zaslon  
 velika večina  $\alpha$  delcev pre stopi  
 manjši del  $\alpha$  delcev se odbije nazaj (se sprotajo na jedrih  $\sim 10^{-12}$  cm)

POHANK LJIVOSTI:  
 1. ne pojasni črnoštepnega spektra  
 2. elektroni se vrtajo, kar krošijo  $\Rightarrow$  atom bi se sesedel, ker oddaja EM valovanje

elektron  
 jedro

# BOHR-ov model

**Bohrov model**

val se ponaša kao valove, te  $2\pi r = n\lambda$  se zadovoljava pri ponovnom obzoru  
 ↓  
 stojna valovanja



1. elektroni kruže oko jezgra po fiksnim i izbornim radijima:

$$2\pi r_{nB} = n_B \lambda, \quad \lambda = \frac{h}{m v_{nB}} \text{ (de Broglie)}$$

2. atom ne seva, dokler se elektron približi po tim i izbornim radijima

Newtonov zakon radijusa:  $2\pi r_{nB} = n_B \cdot \frac{h}{m v_{nB}} \Rightarrow r_{nB} = m \cdot v_{nB} \cdot r_{nB} = n_B \cdot \frac{h}{2\pi} = n_B \cdot \hbar$

Newtonov zakon:  $m \frac{v_{nB}^2}{r_{nB}} = \frac{e_0^2}{4\pi \epsilon_0 r_{nB}^2}$

tež. op. sistem:  $W_{\text{jezgra}} \ll W_{\text{elektr}} \Rightarrow W_{nB} = W_E + W_P = \frac{m v_{nB}^2}{2} - \frac{e_0^2}{4\pi \epsilon_0 r_{nB}}$

Newtonov zakon:  $v_{nB}^2 \frac{n_B \cdot \hbar}{m \cdot v_{nB}} = \frac{e_0^2}{4\pi \epsilon_0 m} \Rightarrow v_{nB}^2 = \frac{e_0^2}{4\pi \epsilon_0 n_B \cdot \hbar}$

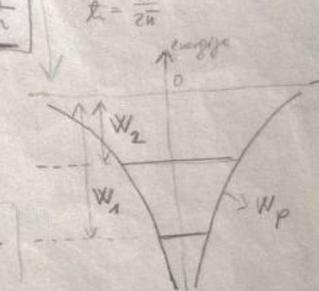
Bohrov radij:  $r_{nB} = \frac{n_B \cdot \hbar}{m \cdot v_{nB}} \Rightarrow r_{nB} = \frac{n_B \cdot \hbar \cdot 4\pi \epsilon_0 n_B \cdot \hbar}{m \cdot e_0^2} = \frac{4\pi \epsilon_0 \hbar^2 n_B^2}{m \cdot e_0^2}$

$n_B = 1 \Rightarrow r_1 = r_B = 0,053 \text{ nm} = 0,53 \text{ \AA}$

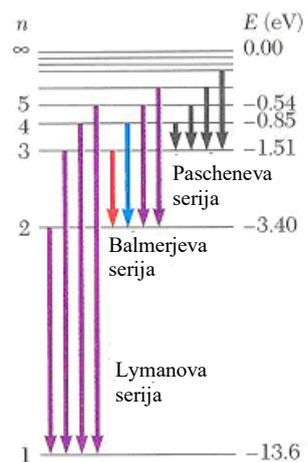
$W_{nB} = \frac{-m \cdot e_0^4}{32 \cdot \pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n_B^2} = \frac{-13,6 \text{ eV}}{n_B^2}$

↳ te bi bilo udaljenost jezgra  $Z \cdot e_0 \Rightarrow W_n = \frac{-m \cdot Z^2 e_0^4}{32 \cdot \pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n_B^2} = -\frac{Z^2}{n_B^2} \cdot 13,6 \text{ eV}$

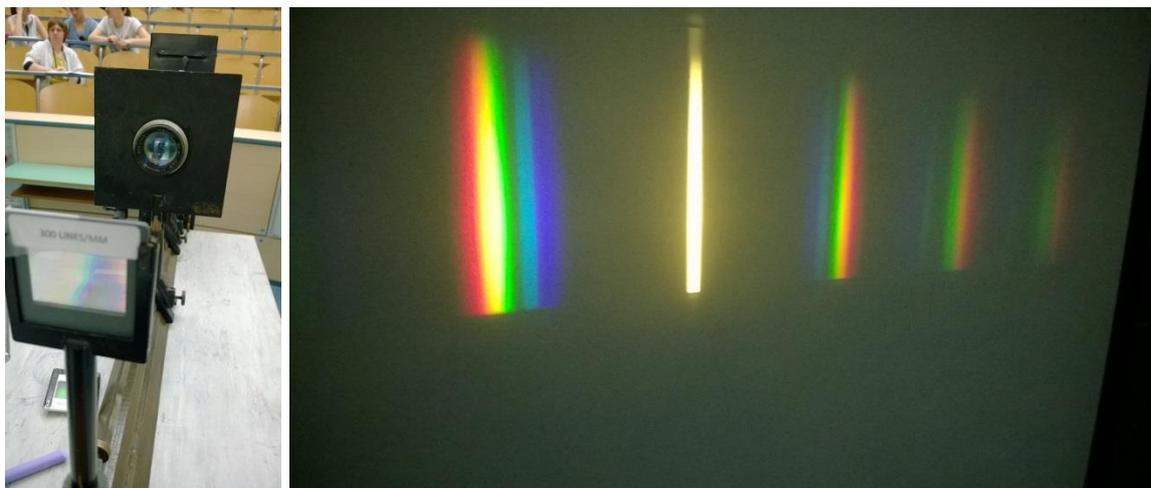
energija



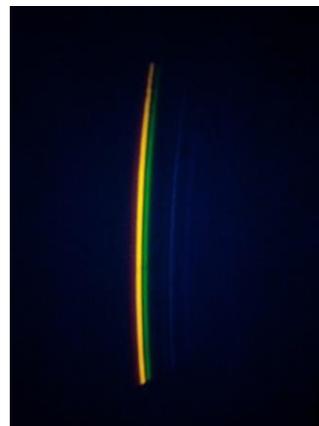
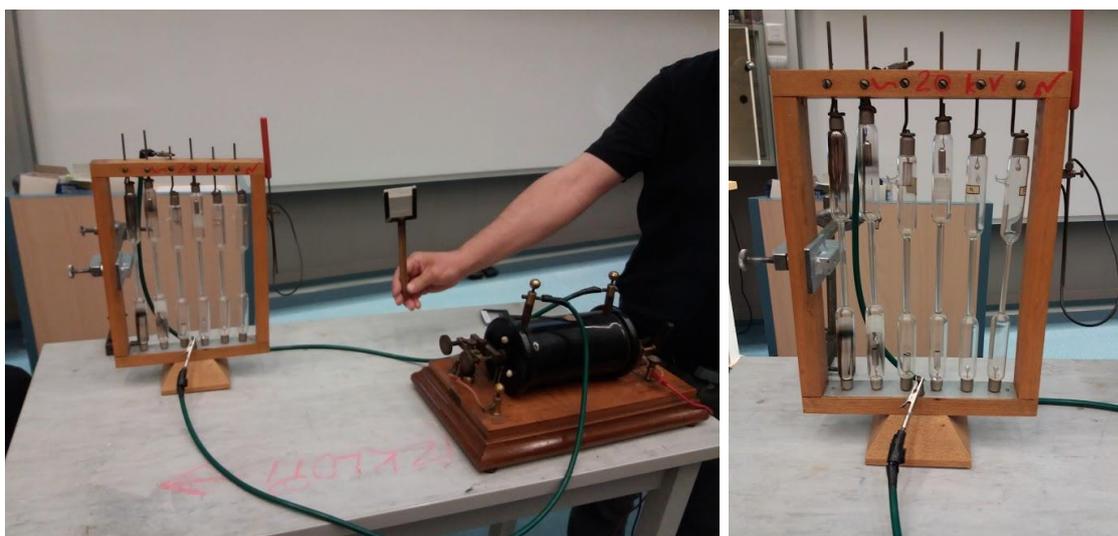
$$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2} \quad n=1,2,3,\dots$$



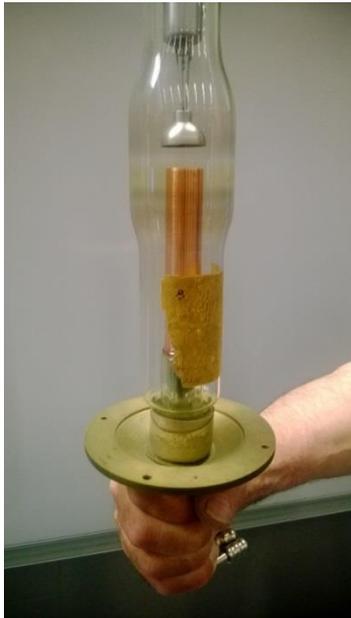
EMISIJSKI SPEKTER NATRIJA - črtasti spekter (Na + primesi, žarnica, in uklonska mrežica, Na – rumeni črti blizu skupaj)



ČRTASTI SPEKTRI (He, Ne, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>), optična mrežica + kamera



# RENTGENSKA CEV



## ZAVORNO SEVANJE (X-žarki ali Rtg žarki)

Zavorno sevanje → nastane fotoni ko se zmanjša kinetična energija hitrega elektrona

v pozitivnem polju at. jader se zavirajo

anoda (iz težke kovine)

fotoni

katoda

napetost do 200 kV

$e_0$

$\frac{dI}{d\lambda}$

$\lambda_{min}$

0,04 0,06  $\lambda [nm]$

$K_{\beta}$   $K_{\alpha}$

$\left. \begin{matrix} L: n=2 \\ K: n=1 \end{matrix} \right\} K_{\alpha}$

$\left. \begin{matrix} M: n=3 \\ K: n=1 \end{matrix} \right\} K_{\beta}$

elektron, ki se popolnoma ustavi in vsa svoja kinetična energija odda v obliki fotona:

$$e_0 V = h\nu_{max} = hc / \lambda_{min}$$

Planckova konstanta  $h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{e_0 V}$$

Pri dovolj veliki napetosti → pojavijo karakteristične črte, ki so značilne za kovino iz katere je anoda

nekateri hitri elektroni prodrejo v notranjost atoma in izbijajo elektrone iz notranjih sosednjih lupin (K ali L). Na izpraznjena mesta skočijo elektroni iz višjih en. lupin, ki pri tem emitirajo fotone karakterističnih črt.

## IZ SPECIALNE TEORIJE RELATIVNOSTI :

Ohranitvene enačbe:

$${}^4F = \frac{d({}^4P)}{d\tau} \Rightarrow \Delta^4P = \int {}^4F d\tau$$

če

$$\int {}^4F d\tau = 0 \Rightarrow \Delta^4P = 0$$

$$\Delta W = 0$$

OHRANITEV POLNE ENERGIJE

$$\Delta \bar{P} = 0$$

OHRANITEV KRAJEVNEGA  
DELA GIBALNE KOLIČINE

krajevni del četverca gibalne količine :  $\bar{P} = m_0 \gamma \bar{v}$

polna energija :  $W = m_0 \gamma c_0^2$

mirovna (lastna) energija :  $W_0 = m_0 c_0^2$

$$W = W_k + W_0$$

kinetična energija :  $W_k = W - W_0 = m_0 \gamma c_0^2 - m_0 c_0^2 = m_0 c_0^2 (\gamma - 1)$

## FOTONI :

energija :  $W = h\nu$

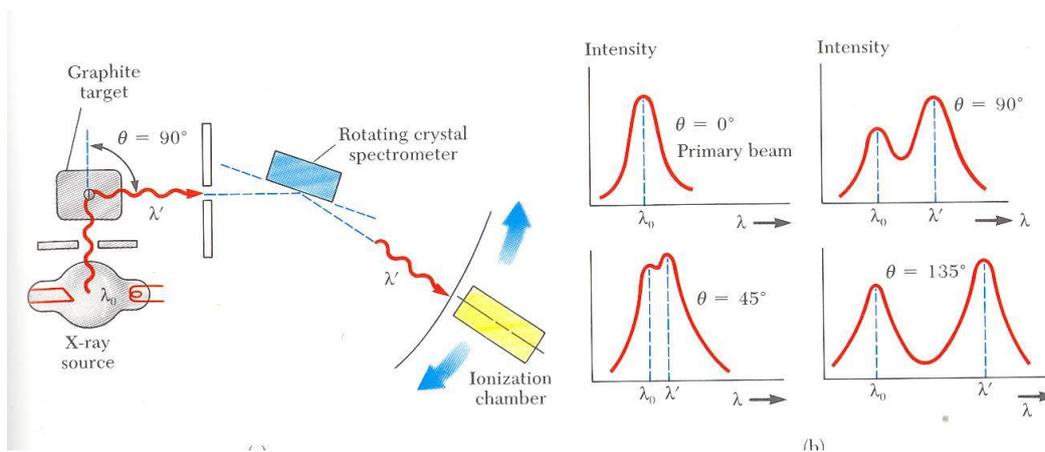
gibalna količina :  $P = \frac{h}{\lambda}$

## COMPTONSKO SIPANJE

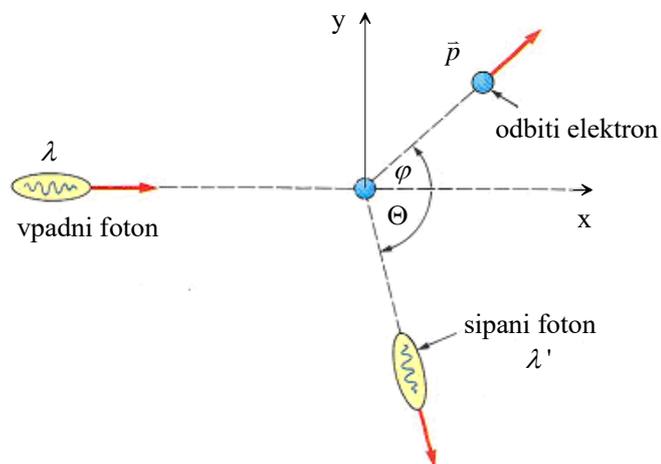


**Arthur Holly Compton**  
(1892 – 1962)

### Sipana svetloba (Serway, 1992)



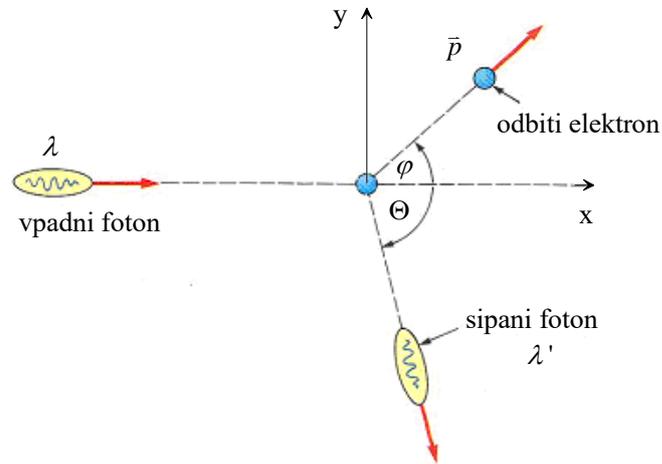
### Shema Comptonovega aparata (Serway, 1992)



$\lambda \equiv$  valovna dolžina vpadne kratko valovne Rtg-svetlobe

## Ohranitev polne energije

$$h \frac{c}{\lambda} + W_0 = h \frac{c}{\lambda'} + W \quad (8.4.1)$$



### ○ Ohranitev gibalne količine

$$\text{x - os: } \frac{h}{\lambda} = \left( \frac{h}{\lambda'} \right) \cos \Theta + P \cos \varphi, \quad (8.4.2)$$

$$\text{y - os: } \left( \frac{h}{\lambda'} \right) \sin \Theta = P \sin \varphi \quad (8.4.3)$$

$h \equiv$  Planckova konstanta

$c \equiv$  hitrost svetlobe v vakuumu

$W_0 \equiv$  lastna energija elektrona

$W \equiv$  polna energija elektrona

### Opomba:

Najšibkeje vezani elektroni v atomih so vezani z energijo nekaj eV, zato jih v prvem približku vzamemo za »proste«, to je nevezane delce.

Enačbe (8.4.1) – (8.4.3) zapišemo v obliki:

$$c \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \right) + W_0 = W, \quad (8.4.4)$$

$$\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \Theta = P \cos \varphi, \quad (8.4.5)$$

$$\frac{h}{\lambda'} \sin \Theta = P \sin \varphi, \quad (8.4.6)$$

in kvadriramo na obeh straneh enačajev:

$$\left[ c \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \right) + W_0 \right]^2 = W^2 , \quad (8.4.7)$$

$$\left[ \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \Theta \right]^2 = P^2 \cos^2 \varphi , \quad (8.4.8)$$

$$\left( \frac{h}{\lambda'} \sin \Theta \right)^2 = P^2 \sin^2 \varphi . \quad (8.4.9)$$

V nadaljevanju enačbo (8.4.7) samo prepisemo, enačbi (8.4.8) in (8.4.9) pa seštejemo in še množimo na obeh straneh enačaja s  $c^2$ :

$$\left[ c \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \right) + W_0 \right]^2 = W^2 , \quad (8.4.10)$$

$$c^2 \left[ \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \Theta \right]^2 + \left[ \frac{h}{\lambda'} \sin \Theta \right]^2 c^2 = c^2 P^2 . \quad (8.4.11)$$

Enačbi (8.4.10) in (8.4.11) zapišemo kot:

$$\left[ c \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \right) + W_0 \right]^2 = W^2 , \quad (8.4.12)$$

$$\left( \frac{h}{\lambda} \right)^2 c^2 - 2c^2 \left( \frac{h}{\lambda} \right) \left( \frac{h}{\lambda'} \right) \cos \Theta + c^2 \left( \frac{h}{\lambda'} \right)^2 \left[ \cos^2 \Theta + \sin^2 \Theta \right] = c^2 P^2 . \quad (8.4.13)$$

Torej:

$$c^2 \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \right)^2 + 2c \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \right) W_0 + W_0^2 = W^2 , \quad (8.4.14)$$

$$\left( \frac{h}{\lambda} \right)^2 c^2 - 2c^2 \left( \frac{h}{\lambda} \right) \left( \frac{h}{\lambda'} \right) \cos \Theta + c^2 \left( \frac{h}{\lambda'} \right)^2 = c^2 P^2 . \quad (8.4.15)$$

Enačbi (8.4.14) in (8.4.15) med sabo odštejemo in upoštevamo še zvezo  $W^2 - c^2 P^2 = W_0^2$ . Tako dobimo:

$$-2c^2 \left( \frac{h}{\lambda} \right) \left( \frac{h}{\lambda'} \right) + 2c \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \right) W_0 + 2c^2 \left( \frac{h}{\lambda} \right) \left( \frac{h}{\lambda'} \right) \cos \Theta = 0 ,$$

oziroma

$$2ch \frac{(\lambda' - \lambda)}{\lambda \lambda'} W_0 = 2c^2 \left( \frac{h}{\lambda} \right) \left( \frac{h}{\lambda'} \right) (1 - \cos \Theta) ,$$

ali

$$\lambda' - \lambda = \frac{hc}{W_0} (1 - \cos \Theta) \quad (8.4.16)$$

Enačbo (8.4.16) imenujemo **Compton-ova enačba**, konstanto

$$\lambda_c = \frac{hc}{W} = 0.0024 \text{ nm} \quad (8.4.17)$$

pa **Compton-ova valovna dolžina**, torej:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \Theta) \quad (8.4.18)$$

Enačbe (8.4.18) ne moremo izpeljati v okviru klasične fizike.

**Opomba:**

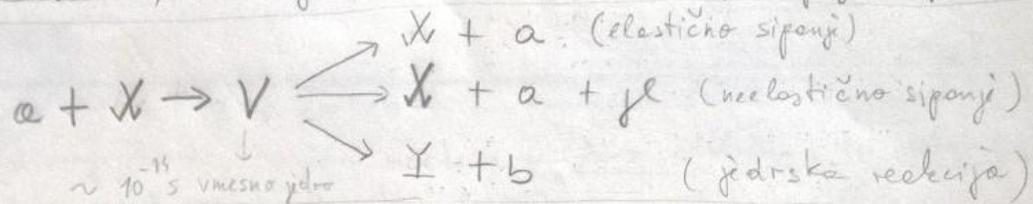
Elektron v resnici absorbira foton z valovno dolžino  $\lambda$  in takoj za tem odda foton z nekoliko večjo valovno dolžino  $\lambda'$ .

## JEDRSKE REAKCIJE :

spremembe v at. jedrih, ki jih bombardiramo s fotoni ali delci

- mase delcev pred reakcijo so v splošnem različne od mase delcev po reakciji

- delec, ki x zariji v jedro, vzburi in spremeni jedro, nastane vmesno jedro, ki dlje časa močno vzbujeno in sledi ko prej rozpade



① ohranitev polne energije:

$$W_a + W_X = W_Y + W_b$$

② ohranitev gib. količine

$$P_a = P_Y + P_b$$

③ OHRANITEV CELOTNEGA ŠTEVILA NUKLEONOV

④ OHRANITEV NABOJA

Če reakcijska energija

$$Q = (m_Y + m_b - m_a - m_X) c^2 < 0 \Rightarrow \text{del mase se pretvori v energijo}$$

EKSDOTERMA REAKCIJA

ENDOTERMA REAKCIJA

$$Q > 0$$

$\Rightarrow$  masa se poveča po reakciji

$\Rightarrow$  reakcijo lahko sproži delec, ki ima dovolj energije, da krije povečanje mase

$$T_a + m_a c^2 + m_X c^2 = T_Y + m_Y c^2 + T_b + m_b c^2$$

energ. bilanca

$$m_a v_a = m_Y v_Y + m_b v_b$$

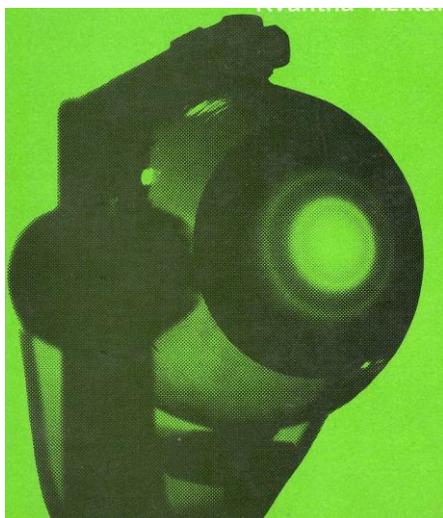
ohranitev gibalne količine

Opomba: v enačbi za ohranitev polne energije

$T_i$  označuje kinetično energijo delca/jedra

## INTERFERENČNI POJAVI PRI ELEKTRONIH

**Interferenčni kolobarji curka elektronov:**



**Louis de Broglie**  
(1892 – 1987)

slika: J. Strnad, Fizika III

**Fotoni:**

$$W^2 = W_0^2 + c^2 P^2 \quad W = h\nu$$

$$W_0 = 0 \Rightarrow P = \frac{W}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$P = \frac{h}{\lambda} \text{ od koder sledi: } \lambda = \frac{h}{P}$$

$$P = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

$$W = h\nu = \frac{h}{2\pi} 2\pi\nu = \hbar\omega$$

$$P = \hbar k$$

$$W = \hbar\omega$$

$P \equiv$  gibalna količina fotona

$W \equiv$  energija fotona

**Elektroni:**

$$\lambda_B = \frac{h}{P} = \frac{h}{mv}$$

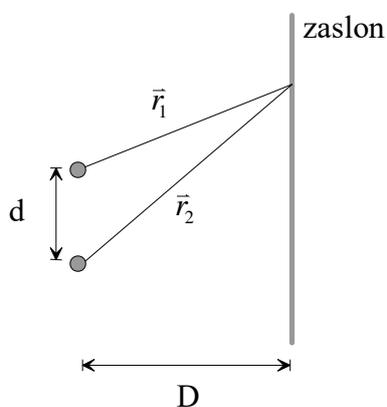
de Broglie-eva valovna dolžina

$m \equiv$  masa elektrona

$v \equiv$  hitrost elektrona

## Interferenca dveh koherentnih EM valovanj:

Gostota energijskega toka EM valovanja v vakuumu:  $\vec{j} \propto |E_1 + E_2|^2$



$$E_1 = E_0 e^{i(kr_1 - \omega t)}$$

$$E_2 = E_0 e^{i(kr_2 - \omega t)}$$

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$$

$$e^{-i\alpha} = \cos \alpha - i \sin \alpha$$

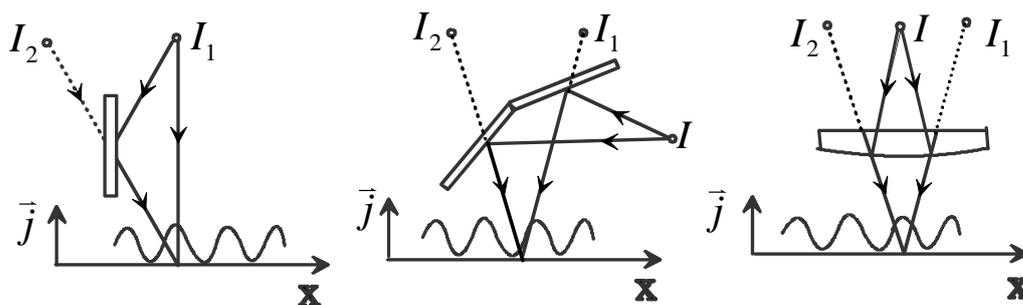
$$E_1 = E_0 \cos(kr_1 - \omega t)$$

$$E_2 = E_0 \cos(kr_2 - \omega t)$$

$$\begin{aligned} |E_1 + E_2|^2 &= (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* = (E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*) = \\ &= E_1 E_1^* + E_2 E_2^* + E_1 E_2^* + E_1^* E_2 = E_0^2 (2 + e^{ik(r_1 - r_2)} + e^{-ik(r_1 - r_2)}) = \\ &= 4 E_0^2 \cos^2 \left[ \frac{k(r_1 - r_2)}{2} \right] \end{aligned}$$

Pogoj za maksimum (svetle interferenčne proge):

$$\frac{k(r_1 - r_2)}{2} = n\pi \Rightarrow r_1 - r_2 = \frac{n2\pi}{k}, n=0, 1, 2$$



## VALOVNA FUNKCIJA ZA DELEC (funkcija stanja)

○ Fotoni :

$$\begin{array}{l} P = \hbar k \\ W = \hbar \omega \end{array} \quad \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ c = \nu \lambda \end{array}$$

$E = E_0 \cos(kr - \omega t)$  zaradi lažjega računanja uvedemo :  $E = E_0 e^{i(kx - \omega t)}$

povprečna gostota energijske toka ni odvisno od frekvence

$$\bar{j} = \bar{w} c = \varepsilon_0 \overline{E^2} c = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 c$$

- **Delci:** po **zgledu fotonov** poskusimo zapisati **valovno funkcijo** za **čurek delcev** z ostro **določeno gibalno** količino ( $P$ ) v smeri  $x$ :

$$\Psi_p(x, t) \propto e^{i(kx - \omega t)}$$

fotoni

elektroni

$$\boxed{P = \hbar k} \rightarrow \boxed{k = \frac{P}{\hbar} = \frac{mv}{\hbar}} \quad \left( k = \frac{2\pi}{\lambda_B} = \frac{P 2\pi}{h} \Rightarrow \lambda_B = \frac{h}{P} = \frac{h}{mv} \right)$$

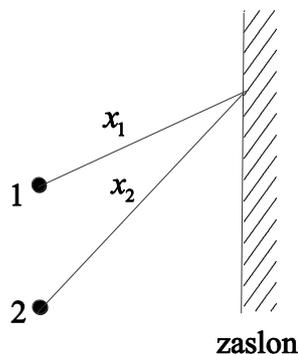
$$\boxed{W = \hbar \omega} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{W}{\hbar}} \quad \boxed{W = W_{kin} + W_{pot}}$$

torej:

$$\Psi_p(x, t) \propto e^{i(kx - \omega t)} = e^{i\left(\frac{P}{\hbar}x - \frac{W}{\hbar}t\right)} = e^{i(px - Wt)/\hbar}$$

Z uporabo  $\Psi_p(x, t)$  lahko opišemo interferenčni poskus z elektroni:

- curek elektronov iz oddaljenega izvira z **določeno** gibalno količino razdelimo na **dva** delna curka z isto gibalno količino  $p$  in energijo  $W$ .



verjetnostna gostota elektronov na zaslonu  $\rho \propto \Psi^* \Psi$ , po analogiji z EM valovanjem kjer je  $j \propto E^* E$  :

$$\Psi_p(x, t) \propto e^{i(kx - \omega t)} = e^{i\left(\frac{p}{\hbar}x - \frac{W}{\hbar}t\right)} = e^{i(px - Wt)/\hbar}$$

curek 1:  $\Psi_p(x_1) \propto e^{ipx_1/\hbar} \cdot e^{-i\frac{W}{\hbar}t}$

$$k = \frac{p}{\hbar} = \frac{mv}{\hbar} \quad \omega = \frac{W}{\hbar}$$

curek 2:  $\Psi_p(x_2) \propto e^{ipx_2/\hbar} \cdot e^{-i\frac{W}{\hbar}t}$

$$W = W_{kin} + W_{pot}$$

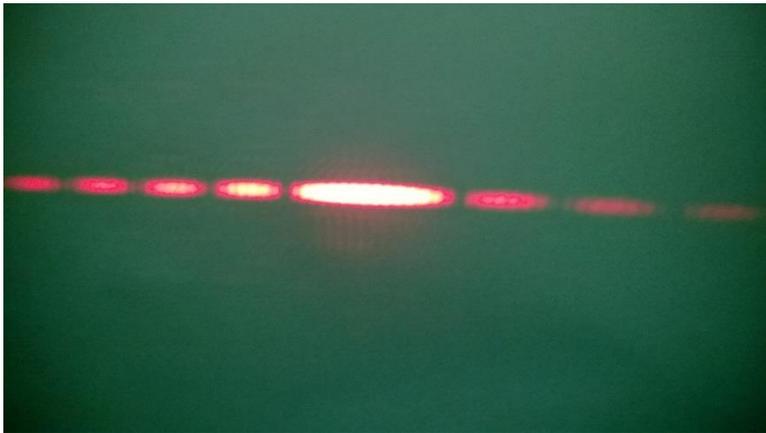
skupno:  $\Psi = \Psi_p(x_1) + \Psi_p(x_2)$

$$\begin{aligned} \rho &= [\Psi_p(x_1) + \Psi_p(x_2)]^* [\Psi_p(x_1) + \Psi_p(x_2)] \propto \\ &\propto 2 \left[ 1 + \cos \left[ (x_2 - x_1) p / \hbar \right] \right] = 4 \cos^2 \left[ \frac{1}{2} (x_2 - x_1) p / \hbar \right] \end{aligned}$$

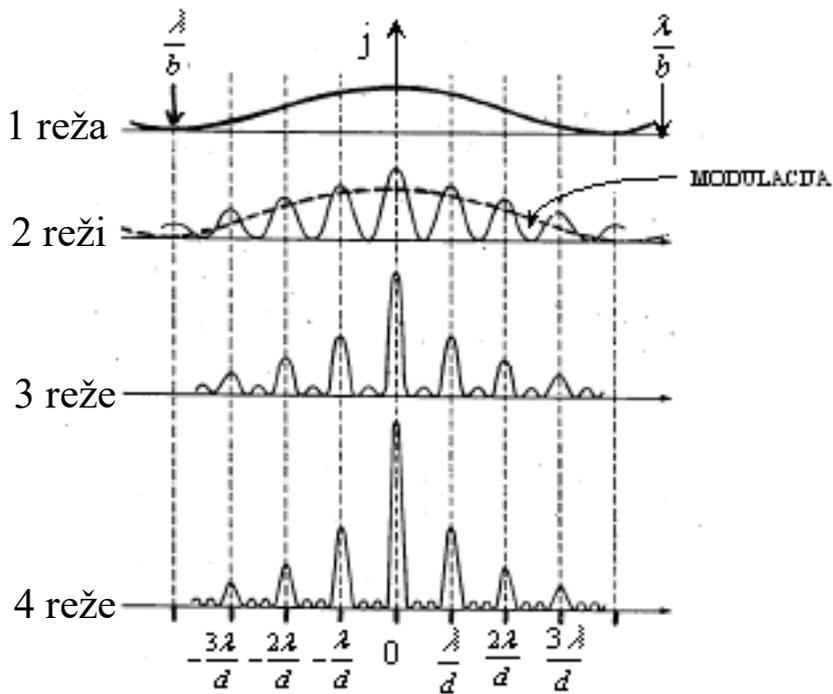
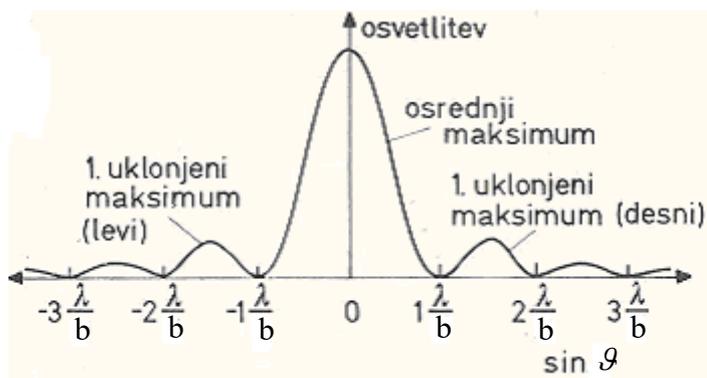
- **pogoj za maksimum (ojačanje):**

$$\frac{1}{2} (x_2 - x_1) p / \hbar = n\pi \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{n 2\pi \hbar}{p}, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

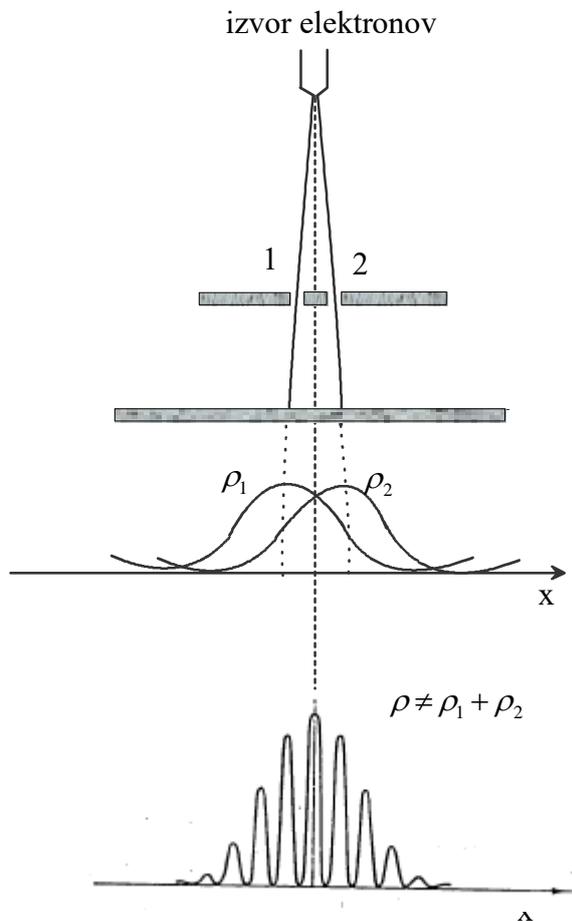
UKLON svetlobe (EM valovanja):



reža :



## Uklon curka elektronov na dveh režah



Interferenčni vzorec elektronov pri prehodu skozi **dve reži**.

$\rho_1 \equiv$  verjetnostna gostota, če bi bila reža 2 zaprta

$\rho_2 \equiv$  verjetnostna gostota, če bi bila reža 1 zaprta

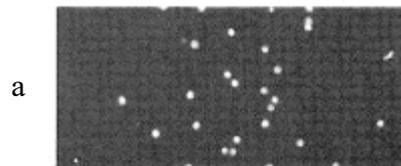
$\rho \equiv$  verjetnostna gostota, če sta obe reži odprti

delež elektronov v pasu

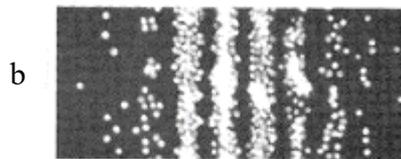
med  $x - \frac{1}{2} dx$  in  $x + \frac{1}{2} dx$  je:

$$\frac{dN}{N} = \rho dx$$

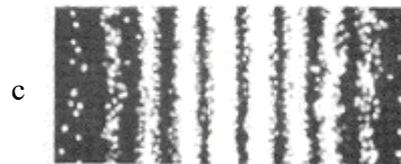
a,b,c: računalniška simulacija (Higgins, 1968)



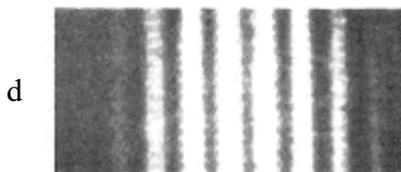
po 28 elektronih



po 1000 elektronih



po 10 000 elektronih



d: **fotografija** interferenčnega vzorca uklona elektronov na dveh režah (C. Jönsson, Zeitschrift für Physik, 161:454, 1961)

# Osnove kvantne mehanike

## NAČELA KVANTNE MEHANIKE

### Načelo statističnega opisa

- Izida poskusa s posameznim kvantnim delcem **ne** moremo z gotovostjo napovedati (npr. ne moremo napovedati v kateri točki bo zadel zaslon naslednji elektron pri poskusu, ki smo ga predhodno opisali.
- V splošnem pa **so možne** napovedi za množico delcev.
- Vpeljemo **verjetnostno gostoto**  $\rho = \Psi^* \Psi$

Bistvene lastnosti interferenčne slike elektronov na 2 režah razložimo s seštevanjem valovnih funkcij.

### Valovna funkcija (funkcija stanja)

$$\Psi = \Psi_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (9.1.1)$$

$\vec{p} = \hbar \vec{k}$	gibalna količina elektrona
$\hbar \omega = W = W_k + V_p$	polna (celotna) energija elektrona

(9.1.2)

Uvedli smo funkcijo stanja  $\Psi(\vec{r}, t)$ , ki vsebuje vse informacije o stanju kvantnega delca. Verjetnost, da se delec nahaja na izbranem mestu v volumnu  $dV$  okoli točke s krajevnim vektorjem  $\vec{r}$  je  $\Psi^* \Psi dV$ , kjer velja:

$$\int_V \Psi^* \Psi dV = 1 \quad (9.1.3)$$

**Pričakovana vrednost koordinate**  $x$  (povprečna koordinata  $x$ ):

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \rho dx = \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi^* \Psi dx = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* x \Psi dx, \quad (9.1.4)$$

kjer je  $\rho = \Psi^* \Psi$  verjetnostna gostota.

## Heisenbergovo načelo nedoločenosti



**Werner Heisenberg**  
(1901 - 1976)

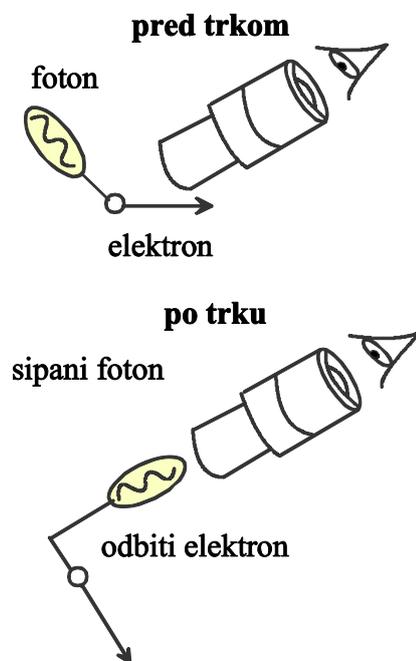
$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar$$

(9.1.5)

**Načelo nedoločenosti** brani kvantno mehaniko. Heisenberg je ugotovil, da bi se kvantna mehanika zrušila vase, če bi mogli hkrati natančneje izmeriti lego in gibalno količino. Zato je predlagal, naj to ne bi bilo mogoče. Fiziki so se zamislili in poskušali, če jim morda to le ne bi uspelo. A nihče od njih ni mogel najti poti, po kateri bi bilo mogoče hkrati natančneje izmeriti lego in gibalno količino česarkoli – zaslonke, elektrona, biljardne krogle. In tako kvantna mehanika še nadalje obstaja. (R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands: The Feynman Lectures in Physics. Quantum Mechanics, New York, Addison – Wesley, 1965, str. A-3 III).

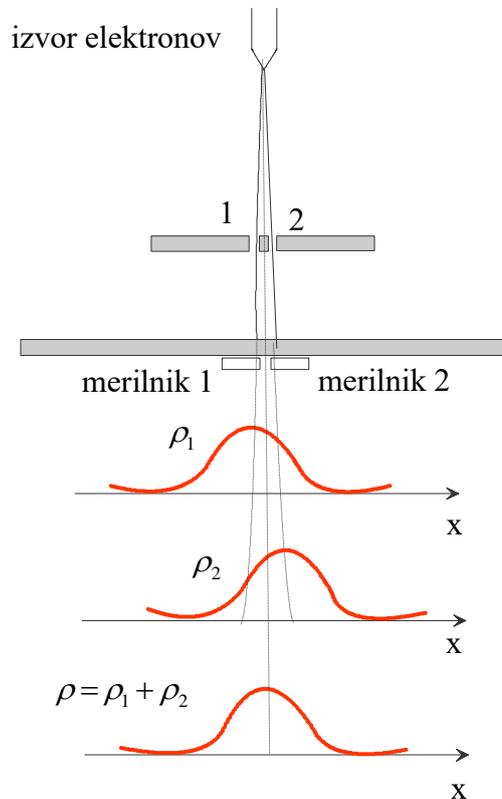


Ocena produkta nedoločenosti lege elektrona ( $\Delta x$ ) in nedoločenosti gibalne količine elektrona ( $\Delta p$ ):

$$\lambda_{\Delta x} \left( \frac{h}{\lambda} \right) \sim h$$

$\Delta p$

Če pri poskusu s curkom elektronov **poskusimo izmeriti skozi katero režo je šel kateri elektron** skupna verjetnostna gostota  $\rho = \rho_1 + \rho_2$  nima za dve reži značilnih interferenčnih vrhov in dolin (str.181). Verjetnostna gostota za elektrone, ki so šli skozi desno režo je  $\rho_2$ , verjetnostna gostota za elektrone, ki so šli skozi levo režo pa je  $\rho_1$ .



### Načelo superpozicije

Če smo hoteli pojasniti interferenčne poskuse z elektroni smo morali privzeti, da se **funkcije stanja**  $\Psi$  (imenovane tudi valovne funkcije – od tod ime »valovna mehanika«) **lahko seštevajo**.

To pomeni: če sta  $\Psi_1$  in  $\Psi_2$  funkciji stanja je tudi vsaka **linearna kombinacija**

$$\Psi = c_1 \Psi_1 + c_2 \Psi_2 \quad (9.1.6)$$

tudi funkcija stanja, kjer sta  $c_1$  in  $c_2$  kompleksni števili.

Če pišemo:

$$\Psi_1 = |\Psi_1| e^{i\alpha_1} \quad \text{in} \quad \Psi_2 = |\Psi_2| e^{i\alpha_2} \quad (9.1.7)$$

potem je

$$|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi = (c_1 \Psi_1 + c_2 \Psi_2)^* (c_1 \Psi_1 + c_2 \Psi_2) =$$

$$= |c_1 \Psi_1|^2 + |c_2 \Psi_2|^2 + c_2^* \Psi_2^* c_1 \Psi_1 + c_1^* \Psi_1^* c_2 \Psi_2$$

torej:

$$|\Psi|^2 \neq |c_1 \Psi_1|^2 + |c_2 \Psi_2|^2$$

Verjetnostna gostota:

$$\rho = \Psi^* \Psi$$

posledica : interferenčni vzorec za delce

