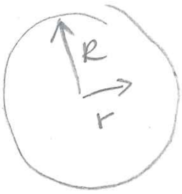
M18

kolokvij 90/91

3. Homogena ~~krožna~~ valjasta plošča z radijem 1,8 m in maso 170 kg je brez trenja vrtljiva okoli geometrij~~e~~ske osi. Na plošči stoji 1,4 m od osi mož z maso 65 kg. Na začetku plošča in mcž mirujeta. S kakšno hitrostjo glede na ploščo mcra začeti hoditi mcž po krogu z radijem 1,4 m, da bo plošča napravila v 15 sekundah en vrtljaj?



$R = 1{,}8\ m$ $\qquad t_0 = 15\ s$

$M = 170\ kg$ $\qquad r = 1{,}4\ m$

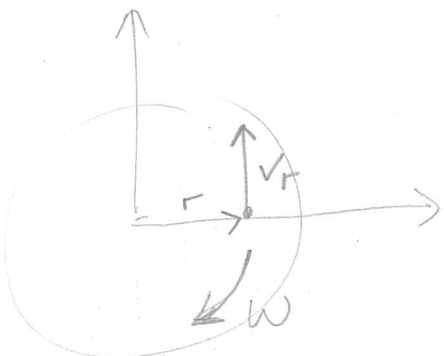
$m = 65\ kg$

$$-J\omega + mrv = 0 \qquad \boxed{v = v_r - r\omega}$$

$$-\frac{1}{2}MR^2\omega + mr(v_r - r\omega) = 0 \qquad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{t_0} = 0{,}42\ s^{-1}}$$

$$\Downarrow$$

$$v_r = \omega\left[\frac{mr^2 + \frac{1}{2}MR^2}{mr}\right] \approx 1{,}8\ \frac{m}{s}$$



$$\vec{\Gamma} = m\vec{r} \times \vec{v}$$

3). : Na zelo gladki površini mirujе homogena ~~?~~ plošča s premerom 1 m in maso 100 kg. Na njenem robu stojita drug nasproti drugemu moža, prvi z maso 63 kg in drugi z maso 70 kg. ~~Drugi~~ Prvi mož odskoči s plošče v tangentni smeri in drugi s hitrostjo ~~1.~~5 m/s proti ledu. S kolikšno hitrostjo se začne gibati težišče plošče in s kolikšno frekvenco se začne vrteti plošča in mož na njej? Trenje med ploščo in ledom zanemarimo.

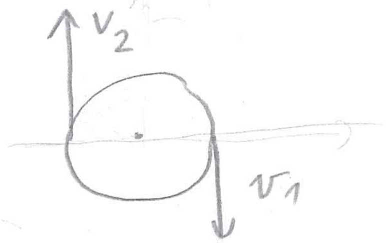
M24

kolokvij 90/91

N – 7

+1,0 m/s

$$\boxed{\vec{\Gamma} = m\vec{r}\times\vec{v}}$$



$$-m_2 R v_2 - m_1 R v_1 + J\omega = 0 \quad (1)$$

$$J = \frac{MR^2}{2} = 12,5$$

$$+m_2 v_2 - m_1 v_1 + M v^* = 0 \quad (2)$$

$R = 0.5\,m$

$M = 100\,kg$

$m_1 = 63\,kg,\ v_1 = 1\,\frac{m}{s}$

$m_2 = 70\,kg,\ v_2 = +1,5\,\frac{m}{s}$

$$\omega = \frac{m_2 R v_2 + m_1 R v_1}{J}$$

$$= \frac{70\cdot 0,5\cdot 1,5 + 63\cdot 0,5}{12,5} = 6,72\,s^{-1}$$

$$\omega = \frac{(m_2 R v_2 + m_1 R v_1)2}{MR^2}$$

$$\omega = 2\pi\nu \Rightarrow \boxed{\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 1,07\,s^{-1}}$$

$$\boxed{\omega = \frac{2(m_2 v_2 + m_1 v_1)}{MR}}$$

$$v^* = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{M} = \frac{63 - 70\cdot 1,5}{100} = -0,42\,\frac{m}{s}$$

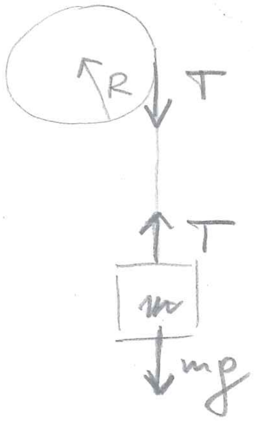
kolokvij 80/81

M15

2. Na vreteno je navita vrv na kateri visi 7 kg težka utež. Vreteno je na začetku mirovalo. Ko vreteno sprostimo, se spusti ~~pade~~ utež v prvih 5 sekundah za 5 m nižje. Kolikšna je masa vretena ? Maso vrvi zanemarimo.

$$\boxed{\begin{aligned} t_1 &= 5\,s \\ h_1 &= 5\,m \end{aligned}} \qquad \boxed{J = \frac{1}{2} M R^2}$$

$$\underline{m = 7\,kg}$$



$$\begin{aligned} mg - T &= ma \\ T \cdot R &= J \cdot \alpha \end{aligned} \qquad \boxed{J = \frac{1}{2} M R^2} \qquad \boxed{R \cdot \alpha = a}$$

$$\left.\begin{aligned} mg - T &= ma \\ TR^2 &= J \cdot a \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} mg - T = ma &\Rightarrow \boxed{T = mg - ma} \\ TR^2 = \frac{1}{2} M R^2 \cdot a &\Rightarrow \boxed{2T = M \cdot a} \end{aligned}$$

$$h = \frac{a t^2}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\underline{a}} = \frac{2h}{t^2} = \underline{\underline{0{,}4\,m\,s^{-2}}}$$

$$\underbrace{2(mg - ma) = Ma}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{M = \frac{2m(g-a)}{a}} =$$

$$\frac{2 \cdot 1 \cdot (9.8 - 0.08)}{0.08} = 243$$

$$= \underline{329\,kg} \quad (336\,kg)$$

$g = 9{,}8\,m\,s^{-2}$ $\qquad$ $g = 10\,m\,s^{-2}$

4. Izstrelek z maso 10 g in hitrostjo 300 m/s, ki se giba horizontalno, zadane leseno kroglo z maso 1 kg, ki se nahaja na robu mize. Po zadetku izstrelek ostane v krogli, krogla pa pade z roba mize 1 m nižje na tla. Koliko dela opravi sila upora zraka, če je hitrost krogle pri tleh 4 m/s. Izstrelek zadane kroglo v smeri njenega središča. Trenje med kroglo in površino mize zanemarimo.

(M ~ $\frac{v}{8}$)

test 1991

Konstante $g = 9{,}82 \ \mathrm{ms^{-2}}$

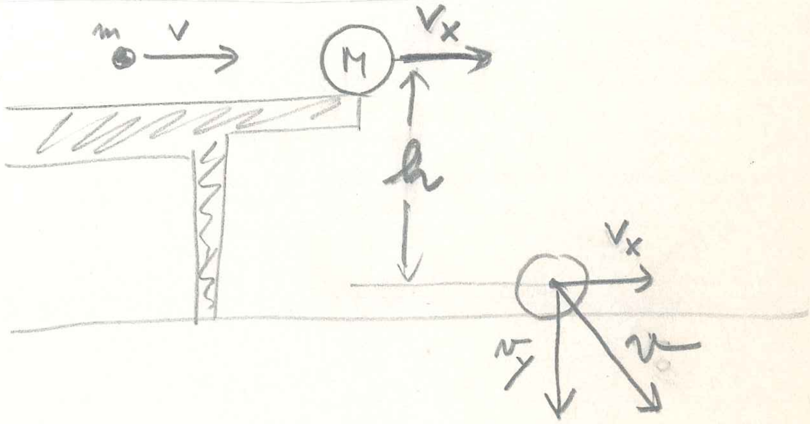
$m = 0{,}01$ kg

$v_0 = 300$ m/s

$M = 1$ kg

$v = 4$ m/s

$h = 1$ m



$$\boxed{mv = (m+M)\,v_x} \Rightarrow \boxed{v_x = \frac{mv}{m+M}}$$

$$\Downarrow$$

če ni upora zraka je $\boxed{\tilde{v}_y = \sqrt{2gh}} \Rightarrow \tilde{v} = \sqrt{v_x^2 + \tilde{v}_y^2} = \underline{\underline{5{,}33 \text{ m/s}}}$

$$A = \frac{(m+M)}{2}\left(\tilde{v}^2 - v^2\right) = \underline{\underline{6{,}283 \text{ J}}}$$

---

ohranitev energije

v_y $\quad \dfrac{(m+M)\,v_x^2}{2} + (m+M)\,g\,h = (m+M)\dfrac{(v_x^2 + v_y^2)}{2}$; $v^2 = v_x^2 + v_y^2$

$$\Downarrow$$

$$v_y = \sqrt{2gh}$$

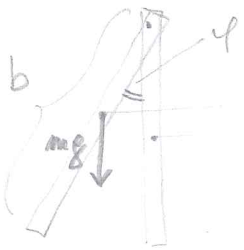
2. Metrski drog z maso 1 kg je vrtljiv okrog pravokotne osi skozi krajišče. Os je vodoravna in drog v mirovalni legi. Po spodnjem krajišču droga udarimo s kladivom pravokotno na os in pravokotno na drog. Pri tem je sunek sile kladiva na drog enak 1 Ns. S kolikšno hitrostjo se začne gibati prosti konec droga ? Sunek sile je tako kratek, da se palica med sunkom praktično ne premakne. 14.9.

1992

$m = 1\ kg$

$b = 1\ m$

$\int F dt = 1\ Ns$



$\boxed{J = m\frac{b^2}{3}}$ $v = \omega b$

$$\int M dt = b \int F dt = J\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{b} = \frac{b\int F dt}{J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{b^2}{J}\int F dt = \frac{3 \cdot b^2}{m b^2}\int F dt = \frac{3}{m}\int F dt$$

$$\boxed{v = \frac{3}{m}\int F dt = \underline{3\ m/s}}$$

3. 2 m dolgo palico obesimo na enem koncu in jo spustimo iz vodoravne lege. S kolikšno hitrostjo in kotnim pospeškom gre prosti konec palice skozi mirovno lego ?

1995
M-7

De 12/48

l

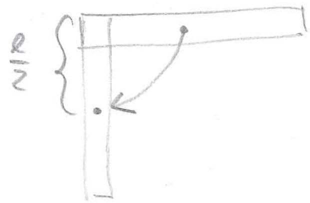
$\boxed{l = 2\,m}$

$$J = \int_0^l r^2\,dm = \int_0^l r^2 \rho S\,dr = \rho S \frac{l^3}{3} = \frac{ml^2}{3}$$

$m = \rho S \cdot l$

$$\boxed{mgh = \frac{J\omega^2}{2}}$$

$h \to \frac{l}{2}$



$$mg\frac{l}{2} = \frac{ml^2}{3 \cdot 2}\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{3g}{l} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}} = 3.87\,s^{-1}$$

3.837

$$v = \omega r = v = \sqrt{\frac{3g}{l}} \cdot l = \sqrt{3gl} = 7.75\,m/s \quad (g = 10)$$

$$= 7.68\,m/s \quad (g = 9.82)$$

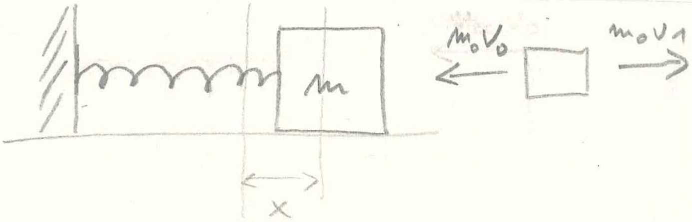
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0$$

3. Aluminijasta kocka leži na izredno gladkih tleh. Kocka ima maso 1 kg in je na enem koncu vpeta z vzmetjo na navpično steno, tako da je vzdolžna geometrijska os vzmeti pravokotna na steno in stranico kocke na katero je vzmet pripeta. V kocko se v smeri vzdolžne geometrijske osi vzmeti z nasprotne strani zaleti telo z maso 0,5 kg in hitrostjo 4 m/s tako, da se pri tem vzmet v skrči za 0,1 m, telo pa se odbije od kocke s hitrostjo 1 m/s. Kakšna je konstanta vzmeti ? Trk telesa in kocke je neelastičen!

ROR

test 1991

[$k = 625\ N/m$]



$v_0 = 4\ m/s$

$v_1 = -1\ m/s$

$x = 0{,}1\ m$

$m_0 = 0{,}5\ kg$

$m = 1\ kg$

$$\boxed{m_0 v_0 = m\tilde{v} - m_0|v_1|}$$

$$m\tilde{v} = m_0 v_0 + m_0|v_1| = m_0(v_0 + |v_1|)$$

$$\Downarrow$$

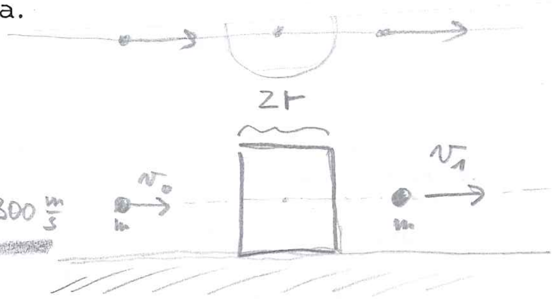
$$\boxed{\tilde{v} = \frac{m_0}{m}(v_0 + |v_1|)} = 2{,}5\ m/s$$

$$\boxed{\frac{m\tilde{v}^2}{2} = \frac{kx^2}{2}} \Rightarrow k = \frac{m\tilde{v}^2}{x^2} = 625\ N/m$$

3

FOR 93

3. Na ledu stoji na osnovni ploskvi lesen valj s premerom 10 cm in maso 1 kg. Izstrelek z maso 2 g zadane valj s hitrostjo 300 m/s in ga prebije tako, da gre ~~gre~~ skozi težišče. Kolikšna je končna hitrost valja ? Predpostavite, da je pri gibanju po valju na izstrelek deloval les s konstantno silo 500 N. Valj drsi po ledu brez trenja.



$2r = 0.1\ m$

$m_v = 1\ kg$

$m = 2\ g,\ v_0 = 300\ \frac{m}{s}$

$F = 300\ N$

$$\boxed{a = \frac{F}{m}}$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2a(2r)} = \sqrt{v_0^2 - 4F \cdot r/m} = 200\ \frac{m}{s}$$

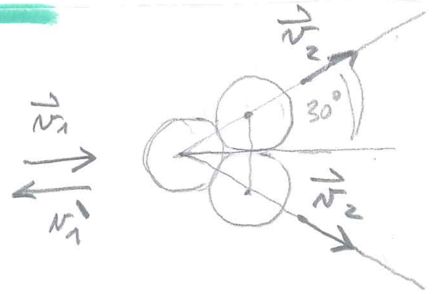
$$\boxed{mV_0 = mV_1 + m_v \cdot v_x}$$

$$v_x = \frac{mV_0 - mV_1}{m_v} = \frac{m}{m_v}(v_0 - v_1) = \cancel{0.2}\ \frac{m}{s}$$

Izpit 1991

4. Ploščica na ledu elastično trči z dvema enakima ploščicama, ki odletita po trku simetrično na obe strani. Prva ploščica prileti v smeri, ki je pravokotna na premico skozi središči druge in tretje ploščice. S kakšno hitrostjo odleti prva ploščica nazaj, če so centri v začetku mirujočih ploščic na razdalji 2 R, kjer je R polmer posamezne ploščice? $(v_1 = 1\,m/s)$ FI

$$|\vec{v}_1| = 1\,m/s$$



$\alpha = 30^\circ$

$$\boxed{m v_1 = 2 m v_2 \cos\alpha - m|v_1'|}$$
$$\boxed{\frac{m v_1^2}{2} = 2\frac{m v_2^2}{2} + m\frac{v_1'^2}{2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (v_1 + |v_1'|) = 2 m v_2 \cos\alpha \Rightarrow (v_1 + |v_1'|)^2 = 4 v_2^2 \cos^2\alpha \\ (v_1^2 - v_1'^2) = 2 v_2^2 \Rightarrow (v_1 + |v_1'|)(v_1 - |v_1'|) = 2 v_2^2 \end{cases}$$

deliš eno en. z drugo enačbo

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{v_1 + |v_1'|}{v_1 - |v_1'|} = 2\cos^2\alpha}$$

$$\boxed{|v_1'| = v_1 \cdot (2\cos^2\alpha - 1)/(2\cos^2\alpha + 1)} = \frac{1}{5} v_1 = \underline{\underline{0.2\ m/s}}$$

$$v_1 \frac{0.5}{2.5} =$$

mol4

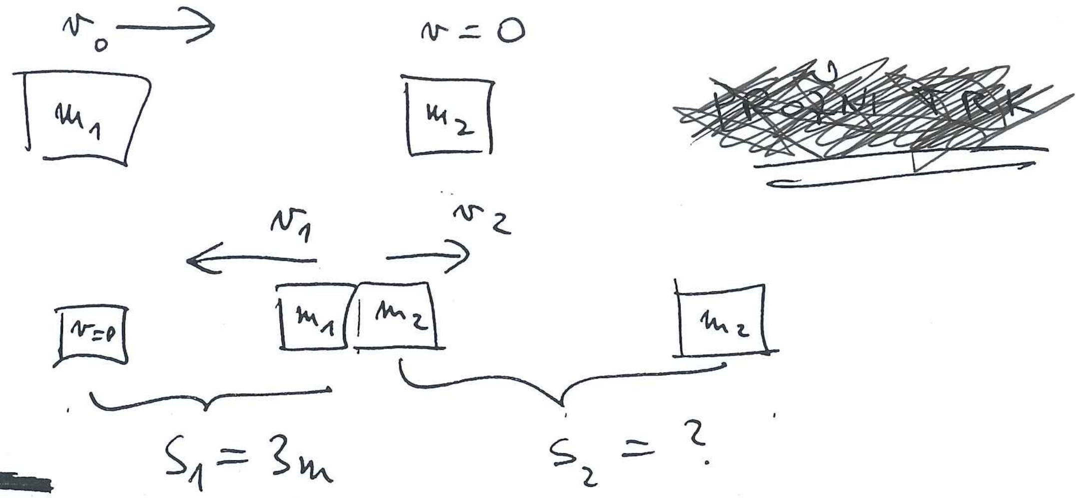
$s_1 = 3\,m$

$k_t = 0.1$

$v_0 = 5\,m/s$

$m_1 = 1\,kg$

$m_2 = 3\,kg$



I $\left[\quad \dfrac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g k_t s_1 \Rightarrow v_1 = -\sqrt{2 g k_t \cdot s_1} = -2.426\ \dfrac{m}{s}\right.$

$v_1 < 0$

II $\left[\begin{array}{l} m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\[2ex] v_2 = \dfrac{m_1 v_0 + m_1 |v_1|}{m_2} = 2.43\ \dfrac{m}{s} \end{array}\right.$

III $\left[\quad \dfrac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 g k_t \cdot s_2 \Rightarrow s_2 = \dfrac{v_2^2}{2 g k_t} = 3.12\,m\right.$

4. Klada z maso $m_1 = 1$ kg in hitrostjo 5 m/s se zaleti v mirujočo klado z maso $m_2 = 3$ kg ([redacted]). Koeficient trenja med kladama in podlago $k_{tr} = 0.1$. Po trku se prva klada odbije nazaj in se ustavi, ko napravi pot $s_1 = 3$ m. Kolikšno pot napravi druga klada (s_2) ?

4. Lesena klada z maso 2 kg leži na ravni podlagi tako da je z vzmetjo s koeficientom 1000 N/m povezana z nepremično steno. V klado se zapiči izstrelek z maso 5 g in hitrostjo v_0 = 100 m/s, v vodoravni smeri. Za koliko se največ skrči vzmet, če je koeficient trenja med klado in podlago 0,2 ?

1992 FOK

$g = 9.8\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

$m = 2\ \mathrm{kg}$

$k = 1000\ \mathrm{N/m}$

$m_0 = 5\ \mathrm{g}$

$v_0 = 100\ \mathrm{m/s}$

$k_t = 0.2$

$$\Delta G = 0 \Rightarrow \boxed{m_0 v_0 = (m_0 + m) v} \Rightarrow \boxed{v = \frac{m_0 v_0}{(m_0 + m)}} = 0.25\ \mathrm{m/s}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}(m + m_0) v^2 = (m + m_0) g k_t \cdot x + \frac{1}{2} k x^2}$$

$$x^2 + \frac{2}{k}(m + m_0) g \cdot k_t \cdot x - \frac{1}{k}(m + m_0) v^2 = 0$$

$$x^2 + \underbrace{\frac{2}{k}(m + m_0) g \cdot k_t}_{B = 0.008} \cdot x - \underbrace{\frac{m_0^2 v_0^2}{k(m_0 + m)}}_{1.25 \cdot 10^{-4}\ C} = 0$$

$$x = \frac{1}{2}\left[-B + \sqrt{B^2 + 4C}\right] = 0.008\ \mathrm{m}$$

$$x_{21} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. S kolikšno začetno hitrostjo mora natakarica pognatiti vrček piva po gostilniškem pultu, da bo vrček dosegel 5 m oddaljenega ~~pivca~~ goste ? Koeficient trenja med vrčkom in pultom je 0.1.

$x = 5\ m$

$k_t = 0.1$

$v_0 = ?$

$$A = \frac{m v_0^2}{2}$$

$$F_{tr} \cdot x = \frac{m v_0^2}{2}$$

$$\cancel{m} g k_t x = \frac{\cancel{m} v_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot k_t \cdot x} =$$

$$= \underline{\underline{3.13\ \frac{m}{s}}}$$

5. Otroci se sankajo po 3 m visokem hribu s strmino 45° navzdol. Kako daleč od vznožja se ustavijo sanke z otrokom, če je koeficient trenja med sanmi in snegom 0,2 ? Ali bi se dva otroka peljala dlje? Koeficient trenja med sanmi in snegom ni odvisen od teže bremena na saneh.

1994

$k_t = 0{,}2$, $h = 3\,m$, $\varphi = 45^\circ$

$\sin\varphi = \frac{h}{s_k}$

$$\cancel{m}\cancel{g}h = k_T \cancel{m}\cancel{g}\cos\varphi \cdot \frac{h}{\sin\varphi} + \cancel{m}\cancel{g} k_t \cdot s$$

$$\boxed{s = h\left(\frac{1}{k_t} - \cancel{k} \cdot \mathrm{ctg}\,\varphi\right) = \underline{\underline{12\ m}}}$$

4. Na dveh metrskih zelo lahkih vzporednih vrvicah sta obešeni kroglici mase 0,2 kg in 0,4 kg tako, da ležita središči obeh kroglic v isti ravnini, ki je vzporedna s tlemi. Manjšo kroglico odklonimo za kot 60° in spustimo. Na katero maksimalno višino se bo dvignila težja kroglica, če je trk elastičen ? (A–L)

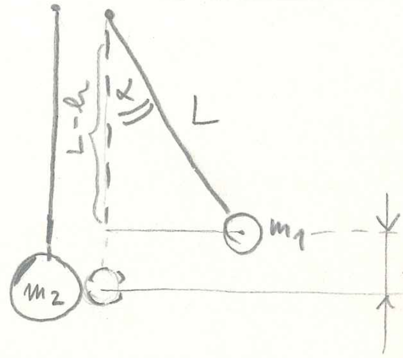
test 1991

$m_1 = 0,2\ kg$

$m_2 = 0,4\ kg$

$\alpha = 60^{\circ}$

$L = 1\ m$



$$\cos\alpha = \frac{L-h}{L} \Downarrow h = L(1-\cos\alpha)$$

pred trkom:

$$m_1 g h = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} v_1^2 = 2gL(1-\cos\alpha) \\ v_2 = 0 \end{array}}$$

po trku:

$$\boxed{\begin{array}{l} m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \end{array}} \Rightarrow \boxed{v_2' = v_1 \frac{2m_1}{m_1 + m_2}}$$

$$\frac{m_2 v_2'^2}{2} = m_2 g h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{v_2'^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} \frac{4m_1^2}{(m_1+m_2)^2} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\alpha = \frac{1}{2} \\ m_2 = 2m_1 \end{array} \right\} \rightarrow \quad = \frac{2gL(1-\cos\alpha)}{2g} \cdot \frac{4m_1^2}{(m_1+m_2)^2} =$$

$$= \frac{L}{2} \frac{4}{9} = \frac{2}{9} L$$

$$\boxed{h_2 = \frac{2}{9} \cdot L = 0,222\ m}$$

kolokvij 80/81

M23

2) Izstrelek z maso m_1 in hitrostjo v_0 zadane utež mase m_2, ki visi na zelo dolgi vrvici ($v_0 \gg 0$, $m_1 \ll m_2$). Obstajajo tri možnosti : (1.) izstrelek izstopi iz uteži in pri tem izgubi del svoje hitrosti, (2.) izstrelek ostane v uteži in (3.) izstrelek se odbije od uteži. V katerem od teh primerov bo odklon vrvice največji in v katerem najmanjši (odgovor argumentiraj z enačbami) ?

N-7

$v_0 \gg 0$

$m_1 \ll m_2$

1.) $\boxed{m_1 v_0 = m_2 v_2 + m_1 v_1}$ (gre skozi)

$\boxed{v_2 = \frac{m_1 v_0 - m_1 v_1}{m_2}}$

$v_1 = v_2 + \Delta V$

$m_1 v_0 = m_2 v_2 + m_1 (v_2 + \Delta v)$

$v_2 (m_1 + m_2) = m_1 (v_0 - \Delta V)$

1.) $\boxed{v_2 = \frac{m_1 (v_0 - \Delta V)}{m_1 + m_2}}$ minimum

2) $m_1 v_0 = (m_2 + m_1) v_2$

$\boxed{v_2 = \frac{m_1 v_0}{m_2 + m_1}}$ (ostane v uteži)

3) $m_1 v_0 = m_2 v_2 - m_1 |v_1|$ (se odbije)

$\boxed{v_2 = \frac{m_1 v_0 + m_1 |v_1|}{m_2}}$ maximum

MAKSIMUM : se odbije

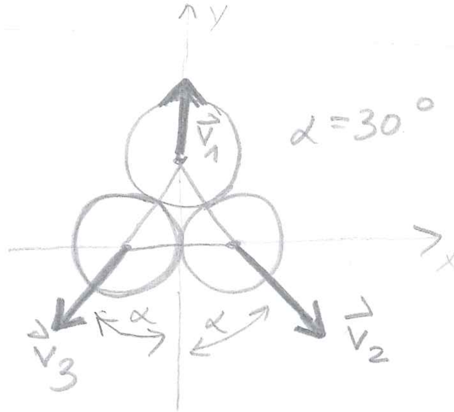
MINIMUM : gre skozi

izpit 1997/98

M22

3. Tri enake, prožne kroglice visijo na treh enako dolgih vzporednih vrvicah, tako da se dotikajo in so njihova središča v ogliščih enakostraničnega trikotnika. Prvo kroglico odmaknemo v smeri, ki je pravokotna na premico skozi središči druge in tretje kroglice, in jo spustimo. Kolikšni sta velikosti hitrosti druge in tretje kroglice po trku, če je velikost hitrosti prve kroglice pred trkom 2 m/s ?

$m_1 = m_2 = m_3 \equiv m \quad , \quad v_0 = 2\,m/s$



prožen trk $\Rightarrow$ ohranitev W_k $\quad \Big| \; v_1 \equiv |v_1| \;,\; v_2 \equiv |v_2|$

$x: \quad m v_2 \sin\alpha - m v_3 \sin\alpha = 0 \Rightarrow \boxed{v_2 = v_3}$

$y: \quad \boxed{m v_0 = 2 m v_2 \cos\alpha - m v_1}$

$W_k: \quad \boxed{\frac{m v_0^2}{2} = 2 \cdot \frac{m v_2^2}{2} + m \cdot \frac{v_1^2}{2}}$ $\Bigg\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} (v_0 + v_1) = 2 v_2 \cos\alpha \\ (v_0 + v_1)(v_0 - v_1) = 2 v_2^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} (v_0 + v_1)^2 = 4 v_2^2 \cos^2\alpha \\ (v_0 + v_1)(v_0 - v_1) = 2 v_2^2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_0 + v_1}{v_0 - v_1} = 2\cos^2\alpha \Rightarrow (v_0 + v_1) = 2\cos^2\alpha\,(v_0 - v_1)$$

$$v_1 (1 + 2\cos^2\alpha) = v_0 (2\cos^2\alpha - 1)$$

$$v_1 = v_0 (2\cos^2\alpha - 1)/(2\cos^2\alpha + 1) = 0{,}4 \; m/s$$

$$v_2 = \frac{v_0 + v_1}{2\cos\alpha} = \frac{v_0}{2\cos\alpha}\left[1 + \frac{2\cos^2\alpha - 1}{2\cos^2\alpha + 1}\right] =$$

$$= \frac{v_0}{2\cos\alpha}\left[\frac{2\cos^2\alpha + 1 + 2\cos^2\alpha - 1}{2\cos^2\alpha + 1}\right] = \frac{v_0}{2\cos\alpha}\left[\frac{4\cos^2\alpha}{2\cos^2\alpha + 1}\right]$$

$$= \frac{2 v_0 \cos\alpha}{2\cos^2\alpha + 1}$$

$$\boxed{v_2 = v_3 = 2 v_0 \cos\alpha/(2\cos^2\alpha + 1) = 1{,}39 \; m/s}$$

Izbirni 90/91

M20

2. Mož sedi v čolnu, ki je 10 m oddaljen od brega. Vsakih 5 sekund vrže jabolko. Čez koliko časa bo čoln pristal ob bregu? Masa čolna, moža (in jabolk) je $m_1 = 200$ kg, masa jabolka $m_2 = 0{,}20$ kg, hitrost jabolka pa $v_2 = 25$ m/s. Ali bo prej zmanjkalo jabolk?

Dodatek: Oceni popravek, če bi upošteval:

a) da se skupna masa zmanjšuje

b) da je začetna hitrost jabolka podana relativno na čoln.

OHRANITEV GIBALNE KOLIČINE:

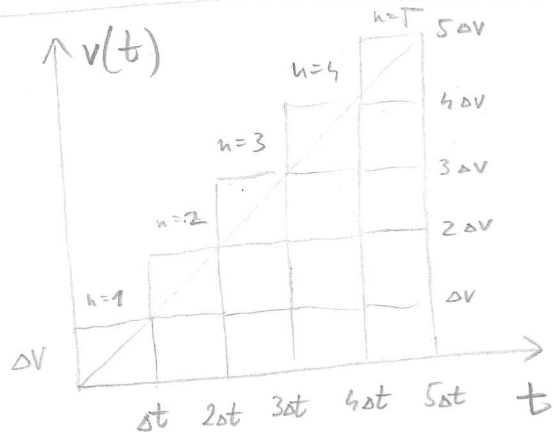
$$m_1 \Delta V = m_2 V_2 \Rightarrow \Delta V = \frac{m_2 V_2}{m_1} = 0.025\ \frac{m}{s}$$

približek:

$$\boxed{a = \frac{\Delta V}{\Delta t}} = \frac{0.025}{5}\ \frac{m}{s^2} = 0.005\ \frac{m}{s^2} \Rightarrow \boxed{s = \frac{a t^2}{2}}$$

$$n = 13 \qquad \boxed{t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 63.25\ s}$$

natančneje:



$$\boxed{s = \int v\,dt = \frac{(n\Delta t)(n\Delta v)}{2} + n\,\frac{\Delta v \cdot \Delta t}{2}}$$

$$s = \frac{\Delta v \cdot \Delta t}{2}(n^2 + n) \Rightarrow$$

$$\boxed{n^2 + n = \frac{2s}{\Delta v \cdot \Delta t} = 160}$$

$n = 12 \Rightarrow n^2 + n = 156$, $s = 9.75\ m$

po 13 jab: $v = 13\,\Delta v$, $t_x = \frac{0.25\,m}{13 \cdot \Delta v} = 0.77\ s$

$$t_c = 12 \cdot \Delta t + t_x = 60 + 0.77 = 60.77\ s$$

3. Moč motorja v 1000 kg težkem vozilu, ki se brez trenja giblje po vodoravnem tiru, narašča sorazmerno s časom. Po 10 s doseže 1 kW. Ocenite kolikšna ~~je~~ bi bila v tem trenutku hitrost vozila, če ne bi bilo izgub zaradi trenja in upora zraka? Vozilo je na začetku mirovalo.

1992/3 FOR

$m = 1000\ kg$

$P_1 = 1\ kW$

$t_1 = 10\ s$

$$P_1 = \alpha \cdot t_1 \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{P_1}{t_1}}$$

$$dA = P\,dt \Rightarrow A = \int_0^{t_1} P\,dt = \int_0^{t_1} \alpha t\,dt = \frac{\alpha t_1^2}{2}$$

$$\frac{\alpha t_1^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{\alpha \cdot t_1^2}{m}} = \sqrt{\frac{P_1 \cdot t_1^2}{t_1 \cdot m}} = \sqrt{\frac{P_1 \cdot t_1}{m}} =$$

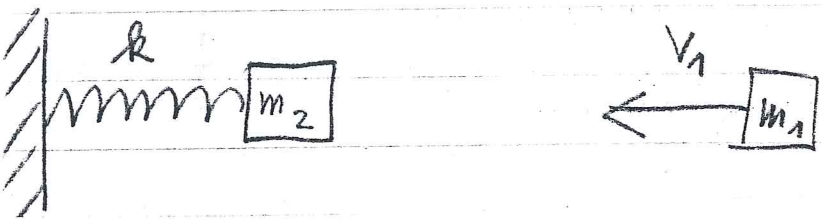
$$= 3.16\ ms^{-1}$$

1994

1. V telo z maso 0,75 kg, ki je pritrjeno na v zid vpeto vzmet se v smeri vzolžne osi vzmeti s hitrostjo 2 m/s zaleti drugo telo z maso 0,5 kg tako, da se z njim sprime. Kolikšna je začetna kinetična energija sprimka? Za koliko se vzmet lahko največ skrči, če je konstanta vzmeti 5 kg/s^2 ?

M – naloge

rapst 1991



$m_2 = 0.75\,kg$
$m_1 = 0.50\,kg$
$v_1 = 2\,m/s$
$k = 5\,kg/s^2$

$$\boxed{\Delta G = 0}$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)} = 0.8\,\frac{m}{s}$$

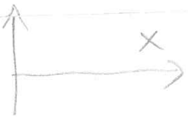
$$\boxed{\Delta W = 0}$$

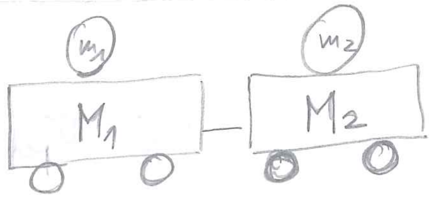
$$\frac{k x^2}{2} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_2^2 \Rightarrow \underline{\underline{x = 0.4\,m}}$$

5. Na postaji stojita povezana lahka vagona, prvi z maso 110 kg in drugi z maso 130 kg. Na prvem vagonu stoji mož z maso 70 kg, na drugem vagonu pa mož z maso 90 kg. Sprva moža in vagona mirujeta. Nato pa se začneta gibati proti težišču obeh vagonov z relativno hitrostjo 2,5 m/s glede na vagona. Kolikšna je hitrost obeh vagonov in obeh mož glede na opazovalca, ki sedi na klopi pred postajo ? 1992

$v_1 = v_{1r} + v_M$

$v_2 = v_{2r} + v_M$





$M_1 = 110$ kg

$M_2 = 130$ kg

$m_1 = 70$ kg

$m_2 = 90$ kg

$v_{1r} = 2{,}5$ m/s

$v_{2r} = -2{,}5$ m/s

$\{v_1, v_2, v_M\} = ?$

$$\Delta G = 0$$

$$\boxed{m_1(v_{1r} + v_M) + m_2(v_{2r} + v_M) + (M_1 + M_2)v_M = 0}$$

$$v_M = \frac{-m_1 v_{1r} - m_2 v_{2r}}{(m_1 + m_2 + M_1 + M_2)} = 0{,}125 \ \frac{m}{s}$$

$$v_1 = 2{,}625 \ \frac{m}{s}$$

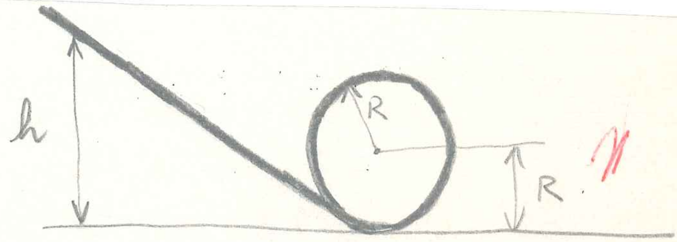
$$v_2 = -2{,}375 \ \frac{m}{s}$$

4

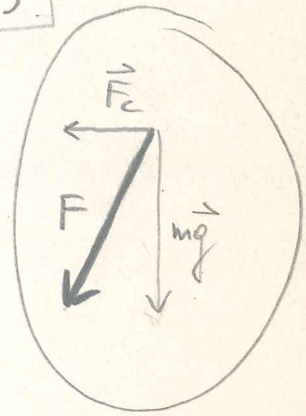
2. Poševni žleb spodaj zavije v navpični krog polmera 0,5 m tako, da je ravnina v kateri žleb leži pravokotna na podlago. Po žlebu spustimo z višine 2,5 m od tal majhno kocko z maso 0,1 kg, ki lahko drsi po njem <u>brez trenja</u>. Kakšna je velikost sile, ki deluje na kocko na polovični višini kroga ? (M – Ž)

test 1041

$R = 0{,}5\ \text{m}$
$h = 2{,}5\ \text{m}$
$m = 0{,}1\ \text{kg}$



$$mgh = mgR + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \boxed{v^2 = 2g(h-R)}$$

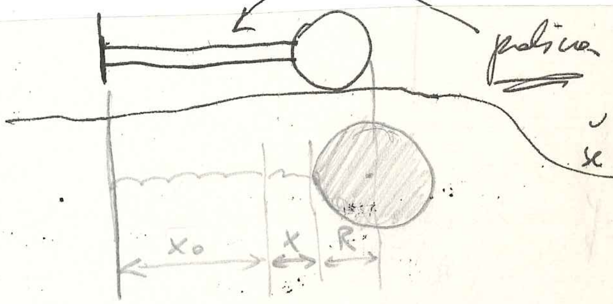


$$F_c = m\frac{v^2}{R} = \frac{m}{R}2g(h-R) = \underline{2mg\left(\frac{h}{R}-1\right)} =$$
$$= 7{,}86\ \text{N}$$

$$F = \left(F_c^2 + m^2g^2\right)^{1/2} = \underline{7{,}92\ \text{N}}$$

2. Kroglica z maso 0,2 kg in polmerom 1,5 cm drsi brez trenja v vodoravni ravnini po krogu tako, da je pripeta na raztegljivo vzmet, katere neraztegnjena dolžina je 2 cm. Konstanta vzmeti je 43 N/m. Izračunaj kinetično energijo kroglice, če le ta enakomerno kroži s frekvenco 1 s^{-1} ? (A–L)

test 1997/98



raje to se $\omega = 3\,s^{-1}$

$m = 0{,}2$ kg
$R = 0{,}015$ m
$x_0 = 0{,}02$ m
$k = 43$ N/m
$\nu = 1\,s^{-1}$

$W_k = ?$

$$W_k = \int \frac{v^2 dm}{2} = \int \frac{r^2\omega^2 dm}{2} = \frac{J\omega^2}{2}$$

$$J_k = \frac{2}{5} m R^2$$

$$J = m(x_0+x+R)^2 + \frac{2}{5} m R^2$$

kroženje: $kx = m\omega^2(x_0+x+R)$

$$\boxed{x = \frac{m\omega^2(x_0+R)}{k - m\omega^2}} = 0{,}00787\text{ m}$$

$\frac{J\omega^2}{2}$

$$W_k = \frac{m}{2}\left[(x_0+x+R)^2 + \frac{2}{5}R^2\right]\omega^2 = 7{,}6 \cdot 10^{-3}\text{ J}$$

---

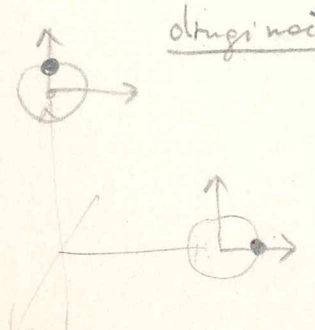
drugi način:

$$\frac{2}{5} m R^2 \cdot \frac{\omega^2}{2} = 3{,}55 \cdot 10^{-4}\text{ J}$$

$$W_k = \frac{1}{2} m v^{*2} + \frac{J^*\omega^2}{2} = 7{,}6 \cdot 10^{-3}\text{ J}$$

$$\frac{mv^{*2}}{2} = \frac{m}{2}\omega^2(x_0+x+R)^2 = 7{,}25 \cdot 10^{-3}\text{ J}$$

2.008



težišče obrača (ista frekvenca)

$$\frac{J^*\omega^2}{2}$$

$$\frac{7.25}{7.6} = 0{,}95 = 95\%$$

1. 400 kg težka košara dvigala za material se začne ob času t=0 dvigati s pospeškom a = k·t (k = 2 m/s^3). Koliko dela opravi motor v prvi sekundi ? Trenja ne upoštevamo. 14.9.

$g = 10\,ms^{-2}$

$m = 400\ kg$

$a = k \cdot t\ ,\ k = 2\,ms^{-3}$

$t = 1\,s$

$v = \int_0^t a\,dt = k \cdot \frac{t^2}{2} = 1\ m/s$

$h = \int_0^t v\,dt = k \cdot \frac{t^3}{6} = 0{,}3\dot{3}\ m$

$A = \int F\,dh = \underbrace{\int ma\,dh}_{\int m \frac{dv}{dt} v\,dt \,=\, m\frac{v^2}{2}} + \underbrace{\int mg\,dh}_{mgh} \Rightarrow$

$\boxed{A = \frac{mv^2}{2} + mgh} = 1533\ J$

$\frac{m}{2} k^2 \frac{t^4}{4} + mgk\frac{t^3}{6}$

1995

$g = 10\ ms^{-2}$

2. Vzdolž 10 m dolge strmine z nagibom 45° spustimo istočasno poln homogen valj in polno homogeno kocko. Pri tem se valj kotali brez podrsavanja, kocka pa drsi brez trenja. V kolikšnem časovnem razmiku doseželta obe telesi dno strmine ?

$\alpha = 45^{\circ}$

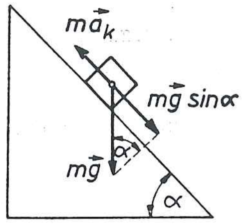
$s = 10\ m$

Za kotrljanje valjka niz strmu ravan vrijedi

$$mg \sin \alpha - ma_v - F = 0, \qquad (1)$$

gdje je sila $F = M/R$, tj.

$$F = \frac{ma_v}{2}. \qquad (2)$$



Iz relacija (1) i (2) slijedi da je ubrzanje valjka

$$a_v = \frac{2}{3} g \sin \alpha.$$

Vrijeme za koje će se valjak spustiti niz strmu ravan dužine s je

$$t_v = \sqrt{\frac{2s}{a_v}}$$

$$\boxed{t_v = \sqrt{\frac{3s}{g \sin \alpha}}.} = 2.06\ s \qquad (3)$$

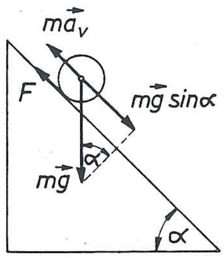
Kocka koja klizi niz strmu ravan bez trenja, ima ubrzanje

$$a_k = g \sin \alpha.$$

Vrijeme spuštanja kocke niz strmu ravan dužine s je

$$t_k = \sqrt{\frac{2s}{a_k}}$$

$$\boxed{t_k = \sqrt{\frac{2s}{g \sin \alpha}}.} \qquad (4)$$



Iz relacija (3) i (4) se dobija odnos

$$\frac{t_k}{t_v} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \qquad \text{odnosno } t_k < t_v.$$

$t_k = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot t_v = \underline{1.68\ s}$

$\Delta t = t_v - t_k = \underline{0.38\ s}$

$\alpha = 10^{\circ}$ $\quad t_v = \sqrt{\frac{30}{g \cdot \sin\alpha}} = \underline{4.2\ s}$

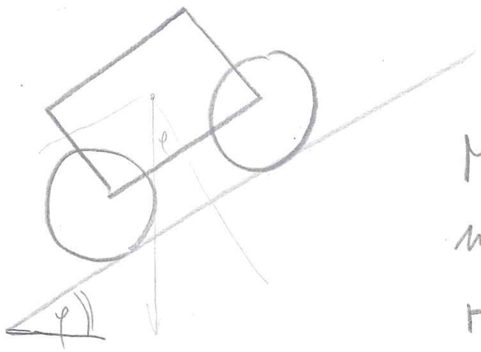
kolokvij 30/91

3. Na klancu z nagibom 3° stoji cestni valjar s skupno maso 15 ton. Valjar ima tri kolesa, ki sta polna homogena valja z masama po 3 tone in premeri 1,3 m. S kolikšnim pospeškom bi se gibal valjar, ko bi popustile zavore, če bi se kolesa kotalila brez podrsavanja ? (M8)

Str 20/11

F_p = sila podlage

$F_p < F_{tr}$ (kotaljenje brez podrsavanja)



$M = 15\,t$

$m = 3\,t$ (3 kolesa)

$r = 0.65\,m$

$$\boxed{J = \frac{1}{2} m r^2}$$

$$M g \sin\varphi - 3F_p = M a^*$$

$$F_p \cdot r = J \cdot \alpha \longleftarrow \boxed{a^* = r\alpha}$$

$$M g \sin\varphi - 3F_p = M a^*$$

$$F_p \cdot r = J \cdot \frac{a^*}{r}, \Rightarrow F_p = J \frac{a^*}{r^2}$$

$$\frac{3}{2}\frac{m r^2}{r^2} = \frac{3m}{2}$$

$$M g \sin\varphi - 3J \frac{a^*}{r^2} = M a^*$$

$$\underline{M g \sin\varphi} = a^*\left(M + \frac{3J}{r^2}\right) = \underline{a^*\left(M + \frac{3}{2}m\right)}$$

$$\boxed{a^* = \frac{M g \sin\varphi}{M + \frac{3}{2}m}}$$

$$\frac{M}{M + \frac{3}{2}m} = \frac{15}{15 + \frac{3}{2}\cdot 3} = \frac{15}{\underline{19.5}}$$

$$\underline{\underline{a^*}} = \frac{15000 \cdot \sin\varphi \cdot g}{15000 + 4500} = \underline{\underline{0.385\,\frac{m}{s^2}}}\ (g = 9.82)$$

$$\underline{\underline{0.403\,\frac{m}{s^2}}}\ (g = 10)$$

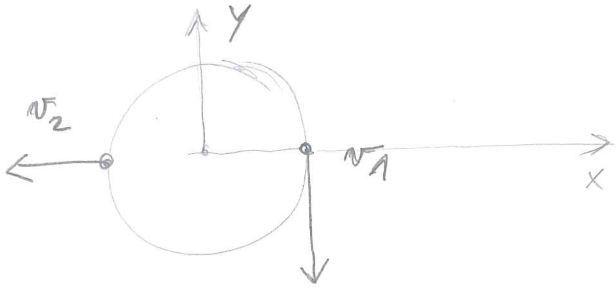
7. Na ledu miruje valjasta plošča s polmerom 0,7 m in maso 45 kg. Na njenem robu stojita drug nasproti drugemu dva človeka z maso po 75 kg. Človeka istočasno odskočita s plošče s hitrostima 1 m/s glede na led, prvi v radialni smeri in drugi v tangentni smeri. S kolikšno kotno frekvenco se začne vrteti plošča in s kolikšno hitrostjo se začne gibati težišče plošče ? 1982

$2R = 1{,}4\ m$

$m = 45\ kg$

$m_m = 75\ kg$

$v_m = 1\ m/s$



$$x: \quad m v_x^* - m_m v_m = 0 \Rightarrow v_x^* = m_m \cdot v_m / m = \underline{\underline{1{,}66\ \tfrac{m}{s}}}$$

$$y: \quad m v_y^* - m_m v_m = 0 \Rightarrow v_y^* = m_m \cdot v_m / m = \underline{\underline{1{,}66\ \tfrac{m}{s}}}$$

$$v^* = \sqrt{v_x^{*2} + v_y^{*2}} = \underline{\underline{2{,}36\ \tfrac{m}{s}}} \quad \checkmark$$

obr. vrtilne količine :

$$-m_m \cdot R \cdot v_m + \left(m \frac{R^2}{2}\right) \omega = 0$$

$$\nu = \frac{m_m \cdot v_m}{\pi \cdot m \cdot R} = \underline{\underline{0{,}76\ s^{-1}}}$$

$\omega \cong 4{,}77\ s^{-1}$

$\boxed{R/15/34}$ vaje 1982/83 * 43

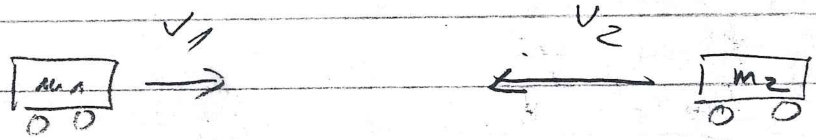
Na vodoravnem tiru se gibljeta drug proti drugemu dva vagončka. Prvi vagonček z maso 2 kg ima hitrost 3 m/s proti desni. Drugi vagonček z maso 5 kg ima hitrost 1.5 m/s proti levi. Kolikšna je velikost hitrosti po trku, če se vozička med trkom sklopita? V katero smer se gibljeta?

$m_1 = 2\,kg$ $\rightarrow$

$v_1 = 3\,m/s$

$m_2 = 5\,kg$ $\leftarrow$

$v_2 = -1.5\,m/s$



$v_{12} = -0.21\,\frac{m}{s}$

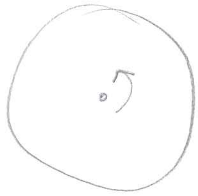
$$\boxed{m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v_{12}} \Rightarrow$$

7. Na robu vodoravne valjaste plošče z maso 100 kg in premerom 2 m stoji človek z maso 80 kg. Plošča se spočetka vrti s frekvenco 15 obratov v minuti okoli fiksne osi, ki se ujema z geometrijsko osjo plošče. Ocenite kolikšno delo mora opraviti človek, da pride v srediče plošče ? Trenje zanemarimo ? 1992

$M = 100\ kg$

$v_1 = \omega_1 R$

$J = \frac{1}{2} M R^2$



$R = 1\ m$

$m = 80\ kg$

$\nu_1 = 15 \frac{obr}{min} = 0{,}25\ s^{-1} \quad (\omega_1 = 1{,}57\ s^{-1})$

$$\boxed{m R v_1 + J\omega_1 = J\omega_2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{mR^2\omega_1}{\frac{1}{2}MR^2} + \omega_1 = \omega_1\left(1 + 2\frac{m}{M}\right) =$$

$$= 4{,}08\ s^{-1}$$

$$\boxed{A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \left[\frac{mv_1^2}{2} + \frac{J\omega_1^2}{2}\right]} = \frac{1}{4}MR^2\omega_2^2 - \frac{mR^2\omega_1^2}{2} - \frac{MR^2\omega_1^2}{4} =$$

$$= 256{,}3\ J$$

6

074

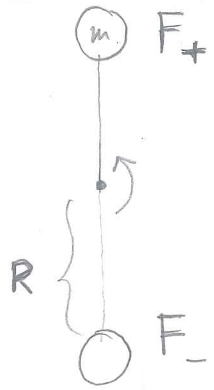
2

5. Svinčena kroglica mase 0,1 kg je privezana na vrvico in se vrti v navpični ravnini. Kolikšna je sila v vrvici pri najnižjem položaju kroglice, če je sila pri najvišjem položaju enaka 2 N ? Izgube zaradi upora zraka in trenja v osi vrtenja zanemarimo ! 1992

$m = 0{,}1\ kg$

$F_+ = 2N$

$F_- = ?$



$$\boxed{mg + F_+ = m \cdot \frac{V_+^2}{R}}$$

$$\boxed{F_- - mg = m \cdot \frac{V_-^2}{R}}$$

ohranitev energije

$$\boxed{\frac{mV_+^2}{2} + 2mgR = \frac{mV_-^2}{2}}$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\frac{mV_+^2}{R}} + 4mg = \frac{mV_-^2}{R}$$

$$\boxed{mg + F_+ + 4mg = \frac{mV_-^2}{R}}$$

$$F_- = mg + m\frac{V_-^2}{R} \Rightarrow$$

$$F_- = mg + mg + F_+ + 4mg$$

$$\boxed{F_- = F_+ + 6mg \cong \underline{\underline{8N}}}$$

1143

2) Raketa z maso 1200 kg se giblje s hitrostjo 9 km/s. Na njej je vesoljec z maso 120 kg. Po isti premici ji sledi druga raketa z maso 800 kg in hitrostjo 11 km/s. S kolikšno hitrostjo se mora vesoljec izstreliti s prve rakete na drugo, da se bosta na koncu, ko bo vesoljec v drugi raketi, gibali obe z enako hitrostjo? Kolikšna bo ta hitrost? Vse podatke meri nepospešeni opazovalec, ki od daleč opazuje prehod vesoljca.

(2) $m_1 = 1200$ kg (raketa 1)

$m_2 = 800$ kg (raketa 2)

$m_3 = 120$ kg (človek)

$v_1 = 9$ km/s (hitrost rak. 1)

$v_2 = 11$ km/s (hitrost rak. 2)

skupaj:

$$\Delta G_s = 0$$

$$\boxed{(m_1 + m_3) v_1 + m_2 v_2 = (m_2 + m_3) v + m_1 v}$$

$$v = \frac{(m_1 + m_3) v_1 + m_2 v_2}{(m_1 + m_2 + m_3)} = 9.75 \ \frac{km}{s}$$ (končna hitrost raket)

9,757717

2. raketa + vesoljec po izstrelitvi

$$\boxed{m_2 v_2 + m_3 v_3 = (m_2 + m_3) v}$$

$$v_3 = \frac{(m_2 + m_3) v - m_2 v_2}{m_3} = 1{,}45 \ km/s$$ (absolutna hitrost vesoljca)

2. Palica z dolžino 1.5 m in maso 1 kg je vrtljiva okrog pravokotne vodoravne osi, ki jo prebada na 3/4 njene dolžine. Ko je palica v ravnovesni legi, jo udarimo po spodnjem krajišču pravokotno na os in pravokotno na palico tako, da se palica v skrajni legi odmakne za 10°. Kakšen je bil sunek sile s katerim smo delovali na spodnje krajišče palice ? Predpostavimo, da je sunek sile tako kratek, da se palica med sunkom praktično ne premakne iz ravnovesne lege.

FOR

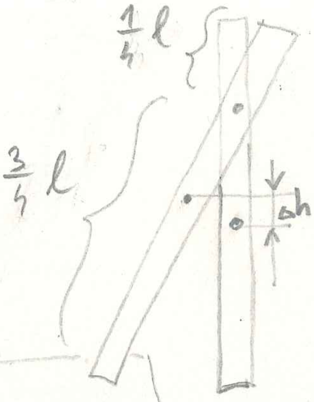
Test 1991

$l = 1{,}5\,m$

$m = 1\,kg$

$\varphi_0 = 10^{\circ}$

$\int F\,dt = ?$



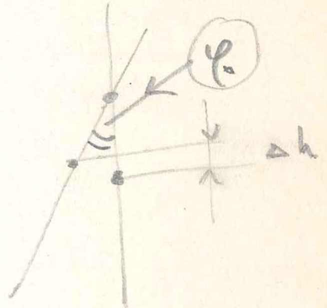
$\rightarrow J = \frac{ml^2}{12}$

$J = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{4}\right)^2 \Rightarrow$

$$J = \frac{4+3}{48} ml^2 = \frac{7}{48} ml^2$$

$$\boxed{\int M\,dt = \frac{3}{4} l \int F\,dt = J \cdot \omega_0}$$

$$\omega_0^2 = \frac{\frac{9}{16} l^2}{J^2} \left[\int F\,dt\right]^2$$



$$\boxed{\frac{J\omega_0^2}{2} = mg\Delta h}$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{\frac{l}{4} - \Delta h}{l/4}$$

$$\frac{l}{4}\cos\varphi_0 = \frac{l}{4} - \Delta h$$

$$\boxed{\Delta h = \frac{l}{4}(1 - \cos\varphi_0)}$$

$$\frac{\cancel{J} \cdot \frac{9}{16_4} \cdot \cancel{l^2} \left[\int F dt\right]^2}{2 \cdot J^{\cancel{2}}} = mg \cdot \frac{\cancel{l}}{\cancel{4}} (1 - \cos\varphi_0)$$

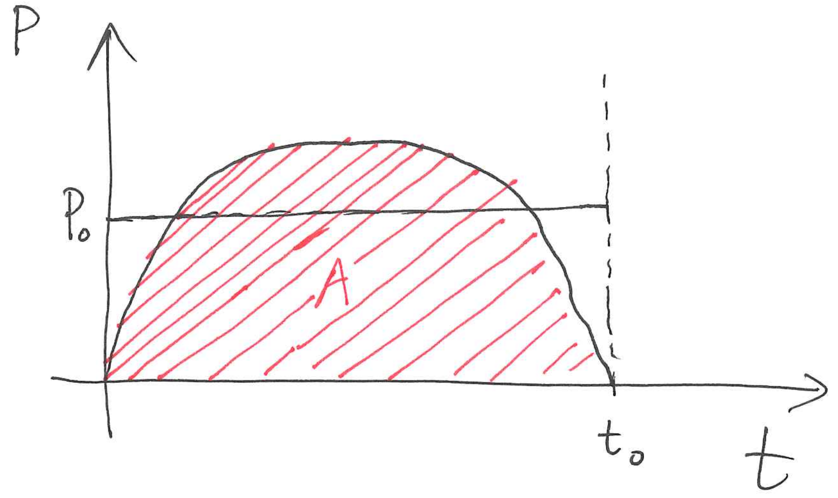
$$\int F\,dt = \left(\frac{mg(1-\cos\varphi_0) \cdot 8 \cdot 7ml^2}{9 \cdot \cancel{l} \cdot \cancel{48}_6}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{\int F\,dt = \left[\frac{7}{54} \cdot m^2 g l (1 - \cos\varphi_0)\right]^{1/2}} = \underline{0{,}170\,Ns}$$

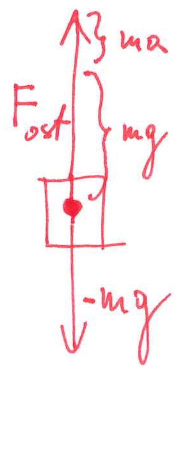
2. Motor ~~z~~ s povprečno močjo P_o = 10 kW poganja vitel, ki dviguje breme mase m = 100 kg do višine h = 20 m. Ocenite ~~v~~ kolikšnem času se breme dvigne do te višine, če je izkoristek motorja 80 % ?

$\eta = 0.8$

$P_o = 10\ kW$



$$P_{dej} = \eta P_o \cong \frac{mgh}{t_o} \Rightarrow t_o = \frac{mgh}{\eta P_o} \cong \underline{\underline{2.5\ s}}$$



$$\Rightarrow \boxed{F_{ost} = mg + ma},$$

$a > 0$, na začetku

$a < 0$, na koncu

$\Downarrow$

$F_{ost} > mg$, na začetku

$F_{ost} < mg$, na koncu

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (\vec{F}_{ost} + m\vec{g}) \cdot d\vec{r} = \frac{mv^2}{2}$$

z vitlom ne moreš zavirati !

0

$$\int \vec{F}_{ost} \cdot d\vec{r} = \underbrace{\frac{mv^2}{2}}_{=0} + mgh$$

izpit: 1997 Det 5/19

N6

4. V 3 kg težko leseno **kroglo, ki** visi na 6 m dolgi zelo lahki vrvici ustrelimo 4 g težak izstrelek s hitrostjo 300 m/s. Za koliko se bo **krogla** odklonila ? **Kolikšen je** njen **maksimalen** pospešek ? **Kolikšen del začetne** kinetične energije izstrelka se spremeni v deformacijsko energijo ?

$m_1 = 4\,g$

$m_2 = 3\,kg$

$v_1 = 300\,m/s$

$l = 6\,m$

$\sqrt{\frac{g}{l}}$

$\downarrow$

$\omega_0 = \varphi_0 (2\pi\nu)$ $\Longleftarrow$

$\boxed{\omega_0 = \varphi_0 \sqrt{\frac{g}{l}}}$

$\varphi = \varphi_0 \sin(2\pi\nu t)$

$\omega = \dot\varphi = \underbrace{\varphi_0 (2\pi\nu)}_{\omega_0} \cos(2\pi\nu t)$

$\alpha = \ddot\varphi = -\varphi_0 (2\pi\nu)^2 \sin(2\pi\nu t)$

$\boxed{\alpha = -(2\pi\nu)^2 \varphi}$

mat. nihalo

l

$\underbrace{l\,mg \sin\varphi}_{M} = l mg\,\varphi = \overbrace{mR^2}^{J} \cdot \alpha$

$-g\varphi = l\alpha$

$-\frac{g}{l}\cdot\varphi = \alpha$

$\boxed{2\pi\nu = \sqrt{\frac{g}{l}}}$

$m_1 << m_2$

$\Downarrow$

$m_1 v_1 = m_2 v_2$

$\boxed{v_2 = l \cdot \omega_0}$

$v_2 = \underbrace{\frac{m_1}{m_2}\cdot v_1} = l\cdot\omega_0 = \overbrace{l\,\varphi_0}^{s_0}\underbrace{\sqrt{\frac{g}{l}}}_{\omega_0} = 0{,}4\,\frac{m}{s}$

$v_2 = l\,\omega_0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{v_2}{l} = \frac{0.4}{6} = 0.066\,s^{-1}$

$s_0 = l\cdot\varphi_0 = \left(\frac{m_1 v_1}{m_2}\right) / \sqrt{\frac{g}{l}} = 0.316\,m$

$\varphi_0 = 3^\circ$ (0.05)

$a_{max} = l\cdot\overbrace{\varphi_0 (2\pi\nu)^2}^{\alpha_0} = \overbrace{l\,\varphi_0}^{s_0}\,\frac{g}{l} = 0.52\,\frac{m}{s^2}$

$\Delta W = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 =$ J (?)

$v_2 = s_0 \sqrt{\frac{g}{l}} =$

$\frac{\Delta W}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = 0.996 = 99{,}6\,\%$ (?)

5

(1)

1. Iz valjaste gumijaste vrvice dolžine l = 0,62 m in polmera r = 4 mm napravimo fračo. V fračo namestimo kamen mase m = 10 g in ga izstrelimo vertikalno navzgor tako, da gumijasto vrvico raztegnemo za polovico njene prvotne dolžine. Ocenite modul elastičnosti gume (E), če vemo, da je kamen dosegel višino h = 32 m. Upor zraka zanemarimo. ($F/S = E\cdot\Delta x/x$)

Kinetička energija kamena koju kamen dobija rastezanjem gume za Δx je

$$\frac{mv^2}{2}=\boxed{\frac{k\,(\Delta x)^2}{2}=mgh}$$

Pošto je $v=\sqrt{2gh}$, slijedi da je

$$k=\frac{2mgh}{(\Delta x)^2}.$$

Iz

$$\frac{F}{S}=E\frac{\Delta x}{x} \text{ i } F=k\cdot\Delta x \Rightarrow \boxed{k=\frac{SE}{x}}$$

slijedi da je modul elastičnosti gume

$$E=\frac{2mghx}{S\,(\Delta x)^2}.$$

Ako dužinu gume označimo sa $x=l$, tada je iz uslova zadatka $\Delta x=l/2$ i $S=r^2\pi$

$$E=\frac{8mgh}{r^2\pi l},$$

gdje je r radijus poprečnog presjeka gume

$$E=8{,}058\cdot10^5\ \mathrm{N/m^2}.$$

(2) $T = 17.8\,^\circ C$

273

$\Rightarrow$ 290.8 K

3. Polni valj (vreteno) mase m_1 = 1 kg in polmera R = 0.1 m se lahko vrti okoli horizontalne osi, ki je hkrati tudi geometrijska os valja. Okoli vretena je namotana vrv, na katere prostem koncu je pritrjena utež mase m_2 = 0.1 kg. Kolikšna je hitrost uteži, po tem ko vreteno sprostimo, utež pa napravi pot h = 1.22 m ? Trenje v osi vretena in težo vrvi zanemarimo ?

3. Polni valj (vreteno) mase m_1 = 1 kg in polmera R = 0.1 m se lahko vrti okoli horizontalne osi, ki je hkrati tudi geometrijska os valja. Okoli vretena je namotana vrv, na katere prostem koncu je pritrjena utež mase m_2 = 0.1 kg. Kolikšna sila napenja vrv, ko vreteno sprostimo, da se prosto vrti ? Trenje v osi vretena in težo vrvi zanemarimo ?

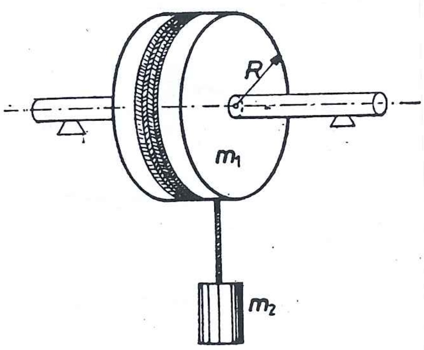
a) Sile na valjak jesu: $m_1\vec{g}$, napetost užeta $\vec{T}$, reakcijska sila u ležajevima $\vec{F}_N$. Valjak rotira oko glavne osi inercije koja je nepomična, pa je $M = I\alpha = TR$ jer su momenti ostalih sila ($m\vec{g}$ i $\vec{F}_N$) s obzirom na centar mase jednaki nuli. Jednadžba gibanja utega jest

$$\boxed{m_2 a = m_2 g - T.}$$

Uzevši u obzir da je $\alpha = a/R$ dobiva se:

$$\boxed{TR = I\alpha} = \frac{1}{2} m_1 R^2 \alpha = \frac{1}{2} m_1 R^2 \frac{a}{R} = \frac{1}{2} m_1 R a$$

$$T = \frac{1}{2} m_1 a$$



Slika 6.8.

$$a = \frac{m_2 g}{m_2 + \frac{m_1}{2}} = 1{,}64\ \text{m/s}^2.$$

b) Gibanje je jednoliko ubrzano:

$$v = \sqrt{2ah} = 2\ \text{m/s}.$$

c) Kutna je akceleracija valjka

$$\alpha = \frac{a}{R} = 16{,}4\ \text{rad/s}^2.$$

d) Kutna je brzina valjka

$$\omega = \alpha t = \alpha \sqrt{\frac{2h}{a}} = 20\ \text{s}^{-1}.$$

e) Napetost niti je

$$T = \frac{1}{2} m_1 a = 0{,}82\ \text{N}.$$

0.072

izpit 1991 N8

5. Na zelo lahki vijačni vzmeti (k=0,1 N/cm) visi utež z maso ~~0,12 kg~~. Utež začnemo poganjati s silo 2,5 N, ko gre le ta skozi ravnovesno lego. Čas delovanja sile je vsakič 0,001 s. Po katerem sunku je amplituda nihanja uteži 100 krat večja od amplitude po prvem sunku ? Utež niha nedušeno.

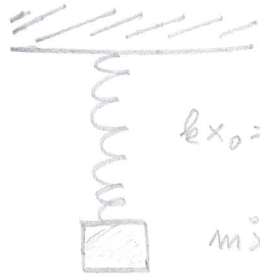
$m = 0{,}12$ kg

$k = 0{,}1$ N/cm = N/m

$F = 2$ N

$\Delta t = 10^{-3}$ s

$s' = 100\, s_0$



$x = x_0 \sin(\omega_0 t)$

$v = \dot{x} = \omega_0 x_0 \cos(\omega_0 t)$

$a = \ddot{x} = -\omega_0^2 x_0 \sin(\omega_0 t)$

$k x_0 = mg$

$m\ddot{x} = -k(x + x_0) + mg$

$m\ddot{x} = -kx, \quad \ddot{x} = -\frac{k}{m} x$

$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$

$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}63$ s

$t_0 \gg \Delta t \Rightarrow$ deluje v rav. legi, kjer $v = v_0$

$m \Delta v_0 = F \Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta v_0 = F \cdot \Delta t / m}$

v rav. legi: $\boxed{v_0 = \omega_0 \cdot x_0} \Longrightarrow \boxed{\Delta v_0 = \omega_0 \cdot \Delta x_0}$

$\Downarrow$

$\boxed{\Delta x_0 = F \cdot \Delta t / (\omega_0 \cdot m)}$

$\Downarrow$

$x_0 \propto$ številu sunkov

$\Downarrow$

100 krotna vrednost začetne amplitude po 100 sunku

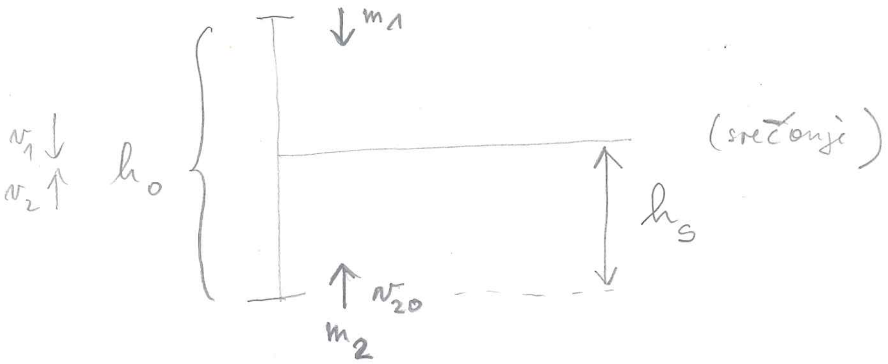
6. Istočasno spustimo 100 g kepo ilovice z višine 15 m in vržemo s tal 200 g kepo ilovice navpično navzgor s hitrostjo 22 m/s. Kepi v zraku trčita in se sprimeta. S kolikšno hitrostjo pade sprimek na tla? $g = 10\,m\,s^{-2}$

$m_1 = 0{,}1\,kg$

$m_2 = 0{,}2\,kg$

$V_{20} = 22\,m/s$

$h_0 = 15\,m$



I.

$m_1: \; v_1 = -g t_s$

$m_2: \; v_2 = v_{20} - g t_s$

$\Downarrow$

$v_1 = -g t_s = -g \frac{h_0}{V_{20}} = -6{,}82\,\frac{m}{s}$

$v_2 = v_{20} + v_1 = 15{,}18\,\frac{m}{s}$

$h_s = h_0 - \frac{g t_s^2}{2} = 12{,}68\,m$

$h_s = v_{20} \cdot t_s - \frac{g t_s^2}{2}$

$\boxed{0 = v_{20} \cdot t_s - h_0}$

$\Downarrow$

$\boxed{t_s = \frac{h_0}{V_{20}}} = 0{,}682\,s$

II $\boxed{m_1 v_1 + m_2 V_2 + (m_1 + m_2) \cdot v_{12} = 0} \Rightarrow v_{12} = \frac{-m_1 v_1 - m_2 V_2}{(m_1 + m_2)} = -7{,}85\,\frac{m}{s}$

$$\boxed{\frac{(m_1 + m_2)}{2} v_{12}^2 + (m_1 + m_2) g h_s = \frac{(m_1 + m_2)}{2} v_p^2}$$

$\Downarrow$

$$\boxed{v_p = \sqrt{v_{12}^2 + 2 g h_s} = 17{,}75\,\frac{m}{s}}$$

M Mehanika nal. 5

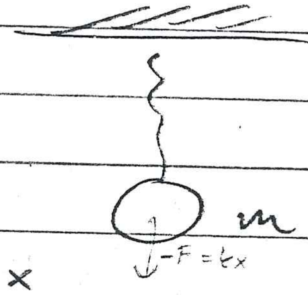
Prožna vijačna vzmet se podaljša za 3 cm, če obesimo nanjo kilogramsko utež. Koliko dela opravimo, če podaljšamo vzmet za 12 cm?

$x_1 = 3\,cm$

$m_1 = 1\,kg$

$F = -kx$

$k = \frac{F_1}{x_1} = \frac{m_1 g}{x_1} =$

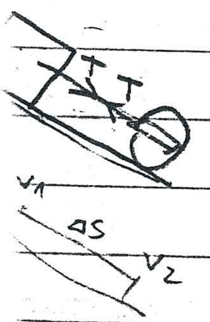


$A = \int_0^x kx = k\frac{x^2}{2} = 2.35\,J$

Naloga podolžni kot Hribar str. 28 A.20

podaljšek nagib

Na klancu sta z ~~lahko~~ palico povezana homogen valj z maso 10 kg ter kvader z maso 6 kg? Koeficient trenja med kvadrom in klancem je 0.2. Valj se giblje brez podrsavanja. Izgube zaradi trenja v preoli valja in izgube pri kotaljenju zanemarimo! Hitrost kvadra v izbranem trenutku je 3 m/s, v 5 m nižji točki pa je 3.5 m/s. Kolikšen je nagib klanca?



$3\,m/s$

$3.5\,m/s$

$\boxed{5\,m = \Delta s}$

$= 6\,kg$

$= 10\,kg$

$\frac{m_k v_1^2}{2} +$

$$\frac{m_v v_1^2}{2} + \frac{J\omega_1^2}{2} + (m_k + m_v) g \Delta h - F_{tr} \cdot \Delta s = \frac{m_k v_2^2}{2} + \frac{m_v v_2^2}{2} + \frac{J\omega_2^2}{2}$$

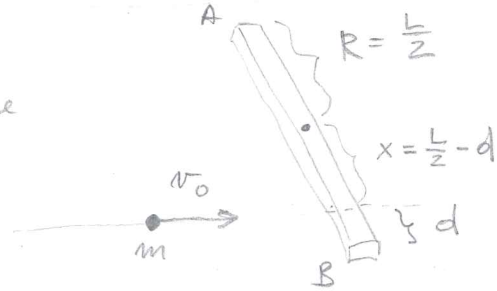
$J = \frac{1}{2} m r^2 \Rightarrow \frac{J\omega_1^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{m r^2 v_1^2}{r^2}$

1PP3

4. Homogena palica dolžine L=9 cm (s krajiščema A in B) miruje na izredno gladkih tleh. Naboj zadane palico in ostane v njej. Smer hitrosti naboja je pravokotna na vzdolžno os palice. Točka, kjer ~~krogla~~ naboj zadane ~~naboj~~ palico, leži na razdalji d od krajišča B (d < L/2). Največ ~~Kolikšna~~ ~~mora~~ sme biti razdalja d, da se po trku začne gibati krajišče palice A vzvratno glede na tla ?

$L = 9$ cm

M = masa palice



Ko naboj zadane palico in se v njej ustavi ima hitrost: $\boxed{v + \omega R}$

hitrost težišča palice — rotacija okoli težišča

OHRANITEV GIBALNE KOLIČINE:

(1) $\boxed{m v_0 = m(v + \omega x) + M v}$ $/ \cdot x$

$$\boxed{\vec{\Gamma} = m \vec{r} \times \vec{v}}$$

OHRANITEV VRTILNE KOLIČINE:

(2) $\boxed{m v_0 x = m(v + \omega x)x + J\omega}$

(1) množiš z x odšteješ od (2) $\Rightarrow$ $0 = J\omega - Mvx \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{Mvx}{J}}$ $J = \frac{MR^2}{3}$

$$\omega = \frac{3Mvx}{MR^2} = \frac{3vx}{R^2} \quad /R$$

v točki A je $\boxed{\tilde{V} = \omega R}$ hitrost zaradi vrtenja

$$\boxed{\tilde{V} = \frac{3vx}{R}} \Rightarrow \boxed{\frac{\tilde{V}}{V} = \frac{3x}{R}}$$

če $\frac{\tilde{v}}{v} > 1 \Rightarrow x > \frac{R}{3}$ $= 1.5$ cm

$$\frac{L}{2} - d \geq \frac{L}{6}$$

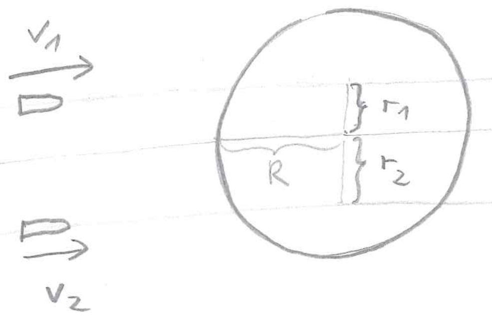
$$\frac{L}{2} - \frac{L}{6} \geq d$$

$$\frac{L}{3} \geq d \Rightarrow \boxed{d_{max} = 3 \text{ cm}}$$

Kolokvij 90/91

M17

3. Homogen lesen valj, ki ima premer 46 cm in višino 16 cm miruje na osnovni ploskvi na izredno gladkih tleh. Valj hkrati zadaneta dva naboja in v njem ostaneta. Prvi naboj ima maso 3 g in hitrost 300 m/s, drugi naboj pa ima maso 5 g in hitrost 400 m/s. Naboja priletita v valj po vzporednih premicah v ravnini, ki je pravokotna na os valja in razdeli valj na dve enaki polovici. Prvi izstrelek prileti po premici, ki je 14 cm oddaljena od osi valja, drugi pa po premici, ki je 32 cm oddaljena od premice prvega naboja. S kolikšno hitrostjo se začne valj vrteti? S kolikšno hitrostjo se začne gibati težišče valja? Gostota lesa je 0.75 g/cm^3.



$m_1 = 3\,g$

$v_1 = 300\,m/s$

$r_1 = 14\,cm$

$m_2 = 5\,g$

$v_2 = 400\,m/s$

$r_2 = 18\,cm$

$\boxed{2R = 46\,cm}$ $\boxed{h = 16\,cm}$

$\boxed{\rho_{lesa} = 0.75\,g/cm^3}$

$$m_v = \pi R^2 \cdot h \cdot \rho_{lesa} = 19.942\,kg$$

$$\Delta G = 0: \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m \cdot v$$

$$v = (m_1 v_1 + m_2 v_2)/m$$

$$v = (m_1 v_1 + m_2 v_2)/(\pi R^2 h \cdot \rho) = 0.155\,\frac{m}{s}$$

$$\Delta \Gamma = 0: \quad m_2 v_2 r_2 - m_1 v_1 r_1 = J\omega \Rightarrow$$

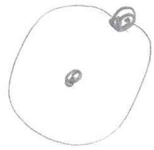
$$\Rightarrow \omega = 2(m_2 v_2 r_2 - m_1 v_1 r_1)/(\pi R^2 h \rho R^2) \Rightarrow$$

$$= \boxed{\omega = 0.445\,s^{-1}}$$

$m_v = 19.942\,kg$

test 1991

3. Na robu valjaste homogene plošče s premerom 2 m stoji mož z maso 80 kg. Na začetku se plošča z možem na njenem robu vrti s frekvenco 10 s^{-1} okoli fiksne osi vrtenja, ki gre skozi središči obeh osnovnih ploskev plošče. Nato se začne mož v radialni smeri približevati središču plošče. Ko pride v središč se vrti plošča s frekvenco ~~14~~ ν_2 s^{-1}. Kolikšno delo mora opraviti mož, da pride v središč plošče? Upoštevaj, da ni trenja med podlago in spodnjo osnovno ploskvijo plošče. Masa plošče je 100 kg. (M−Ž)



P1

$R = 1\,m$, $m_p = 100\,kg$, $m = 80\,kg$ mož ji „točkast"

$\nu_1 = 10\,s^{-1}$, $\nu_2 = 26\,s^{-1}$

$$J = \tfrac{1}{2} m R^2, \quad v_1 = \omega_1 R$$

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \left[\frac{m v_1^2}{2} + \frac{J\omega_1^2}{2}\right] =$$

$$= \frac{m_p R^2}{4}\omega_2^2 - \frac{mR^2}{2}\omega_1^2 - \frac{m_p R^2}{4}\omega_1^2 =$$

$$= \frac{m_p R^2}{4}(\omega_2^2 - \omega_1^2) - \frac{mR^2}{2}\omega_1^2$$

og.:

$$\Delta\Gamma = 0 \Rightarrow mRv_1 + J\omega_1 = J\omega_2$$

$$mR^2\omega_1 + \tfrac{1}{2} m_p R^2 \omega_1 = \tfrac{1}{2} m_p R^2 \omega_2$$

$$\nu_2 = \frac{R^2 \nu_1 (m + \frac{1}{2} m_p)}{\frac{1}{2} m_p R^2} =$$

$$= \nu_1 \left(2 \cdot \frac{m}{m_p} + 1\right) = 26\,s^{-1}$$

$R = 1\,m$ mož ni „točkast"

$m_p = 100\,kg$

$m = 80\,kg$

$\nu_1 = 10\,s^{-1}$, $\nu_2 = 14\,s^{-1}$, J^* = vztraj. moment moža

$\Delta\Gamma = 0$:

$$J\omega_1 + (mR^2 + J^*)\omega_1 = J\omega_2 + J^*\omega_2$$

$$J\omega_1 + mR^2\omega_1 + J^*\omega_1 = J\omega_2 + J^*\omega_2$$

$$\tfrac{1}{2} m_p R^2 (\nu_1 - \nu_2) + mR^2\nu_1 = J^*(\nu_2 - \nu_1)$$

$$J^* = \frac{R^2\left[\frac{1}{2} m_p (\nu_1 - \nu_2) + m\nu_1\right]}{\nu_2 - \nu_1} = 150\,kgm^2$$

$\Delta W = 0$:

$$A = \tfrac{1}{4} m_p R^2 (\omega_2^2 - \omega_1^2) + \frac{J^*}{2}\omega_2^2 - \tfrac{1}{2}(mR^2 + J^*)\omega_1^2 =$$

$$= \tfrac{1}{2}(\omega_2^2 - \omega_1^2)\left[\tfrac{1}{2} m_p R^2 + J^*\right] - \tfrac{1}{2} mR^2 \cdot \omega_1^2 =$$

$$= 221\,kJ$$

elektrijada 1991

4. Pločica na ledu sudara elestički sa 2 jednakima pločicama, koje odlete simetrički na obe strane. Kojom brzinom odleti prva pločica natrag, ako je uletila brzinom v = 20 m/s i ako su centri mirujučih pločica u početku na razmaku d = 2,4 R, gde je R radij pločica?

Pločica se odbija natrag brzinom

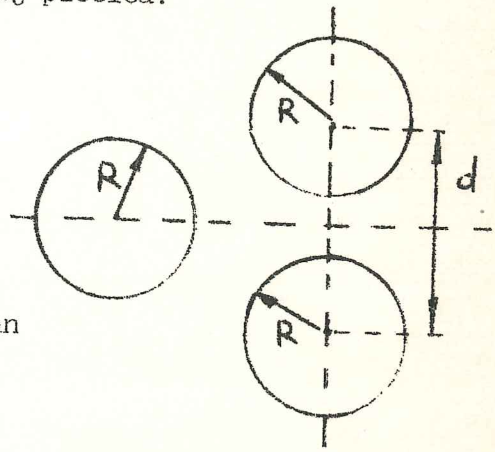
a) 2,1 m/s

b) 2,5 m/s

c) 3,2 m/s

d) 4,0 m/s

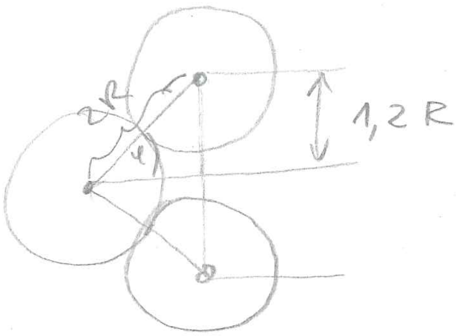
e) ni jedan od gornjih rezultata nije tačan



V_- $\longleftarrow$ $\longrightarrow$ V_+

$$x: \quad \boxed{mv = mv_- + 2mv_+ \cos\varphi} \quad (1)$$

$$\boxed{\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_-^2}{2} + 2\frac{mv_+^2}{2}} \quad (2)$$



$$\Downarrow$$

$$\boxed{v = v_- + 1{,}6\, v_+} \quad (1)$$

$$\boxed{v^2 = v_-^2 + 2v_+^2} \quad (2)$$

$$\underbrace{\sin\varphi = \frac{1.2R}{2R} = 0.6}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\cos\varphi = 0.8}$$

KVADRIRAŠ PRVO ENAČBO:

$$v^2 = v_-^2 + 3.2\, v_- v_+ + 2.56\, v_+^2 \quad (1)$$

$$v^2 = v_-^2 + 2v_+^2 \quad (2)$$

ODŠTEJEŠ (2) od (1)

$$0 = 0 + 3{,}2\, v_- v_+ + (0.56)\, v_+^2 \Rightarrow \boxed{v_+ = -\frac{3.2}{0.56} \cdot v_-}$$

vstaviš v (1)

$$v = v_- - \frac{3{,}2}{0.56} \cdot 1{,}6\, v_-$$

$$\underline{\underline{v_- = \mp 2{,}456 \ m/s}}$$

izpit, 1991

M21

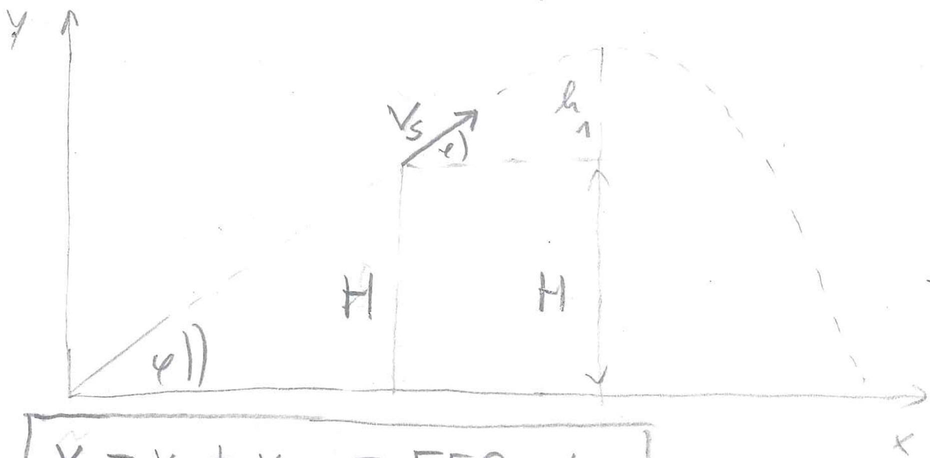
2. Letalo leti poševno navzgor s hitrostjo 250 m/s pod kotom 50^o proti vodoravnici. V višini 400 m izstreli raketo v smeri leta letala s hitrostjo 300 m/s glede na avion. S kolikšno hitrostjo udari raketa na tla (kakšna je vertikalna in kakšna horizontalna komponenta te hitrosti) ? Upor zraka zanemarimo.

$H = 400\ m$

$v_0 = 250\ m/s$

$\varphi = 50^\circ$

$v_r = 300\ m/s$

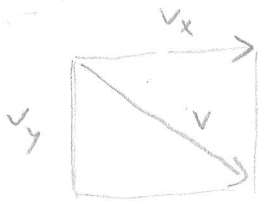


$$\boxed{v_s = v_0 + v_r = 550\ m/s}$$

$$\boxed{\vec{v}_{rakete} = (v_s \cos\varphi,\ v_s \sin\varphi - gt)}$$

$$\boxed{\frac{m v_s^2}{2} + mgH = \frac{m v^2}{2}}$$ ohranitev energije

$$\boxed{v = \sqrt{v_s^2 + 2gH}}$$



$$\vec{v} = (v_x, v_y) = (v_s \cdot \cos\varphi,\ v_y)$$

$$\boxed{v^2 = v_s^2 \cos^2\varphi + v_y^2} \Rightarrow \boxed{v_y = -\sqrt{v^2 - v_s^2 \cos^2\varphi}}$$

$$v = \sqrt{v_s^2 + 2gH} = \underline{557.22\ \tfrac{m}{s}}$$

$$v_x = v_s \cdot \cos\varphi = \underline{353.53\ \tfrac{m}{s}}$$

$$v_y = -\sqrt{v^2 - v_x^2} = \underline{-430.72\ \tfrac{m}{s}}$$

VIS

1995/96

4. Na nitkah dolžine L = 1 m sta obešeni majhni jekleni kroglici mas $m_1 = m$ in $m_2 = 2\cdot m$ tako, da sta prosta konca obeh nitk pritrjena v težišču kroglic. Lažjo kroglico odklonimo za kot 60° in spustimo. Na kolikšni višini (h_1, h_2) se posta povzpeli obe kroglici po popolnoma elastičnem trku? $h_1 = 0.05\dot{5}\ m$, $h_2 = 0.2\dot{2}\ m$

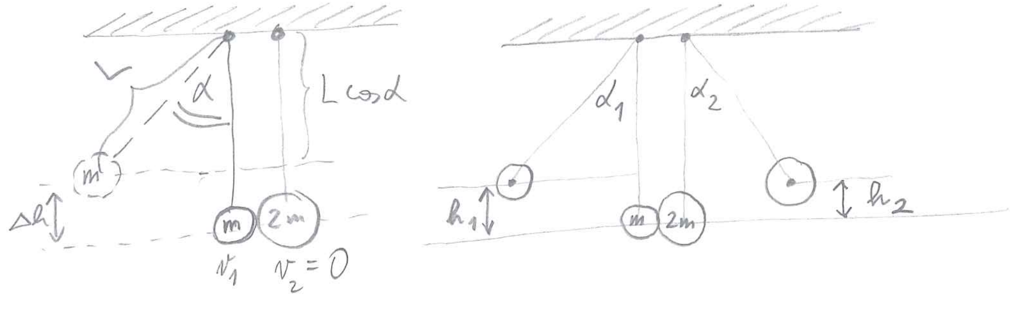
$L = 1\ m$

$m_1 = m$

$m_2 = 2m$

$\alpha = 60^\circ$

$h_1, h_2 = ?$



$$\Delta h = L - L\cos\alpha = L(1-\cos\alpha)$$

$$\frac{mv_1^2}{2} = mg\Delta h = mgL(1-\cos\alpha) \Rightarrow \boxed{v_1^2 = 2gL(1-\cos\alpha)}$$

$$\boxed{\beta = \frac{m_2}{m_1} = 2}$$

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow \boxed{v_1 = v_1' + \beta \cdot v_2'} \Rightarrow v_1' = v_1 - \beta v_2'$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_1^2 = v_1'^2 + \beta v_2'^2}$$

$$v_1^2 = (v_1 - \beta v_2')^2 + \beta v_2'^2 = v_1^2 - 2\beta v_1 v_2' + \beta^2 v_2'^2 + \beta v_2'^2$$

$$2\beta v_1 v_2' = \beta^2 v_2'^2 + \beta v_2'^2 \Rightarrow 2v_1 = v_2'(\beta+1) \Rightarrow \boxed{v_2' = \frac{2v_1}{1+\beta}} > 0$$

$$v_1' = v_1 - \beta\left(\frac{2v_1}{1+\beta}\right) = \frac{v_1(1+\beta) - 2\beta v_1}{1+\beta} = \frac{v_1(1-\beta)}{(1+\beta)} \qquad \boxed{v_1' = v_1 \frac{(1-\beta)}{(1+\beta)}} < 0$$

$$h_1 = \frac{v_1'^2}{2g} = \frac{1}{18}\cdot L = \underline{\underline{0.05\dot{5}\ m}}$$

$$h_2 = \frac{v_2'^2}{2g} = \frac{2}{9}\cdot L = \underline{\underline{0.2\dot{2}\ m}}$$

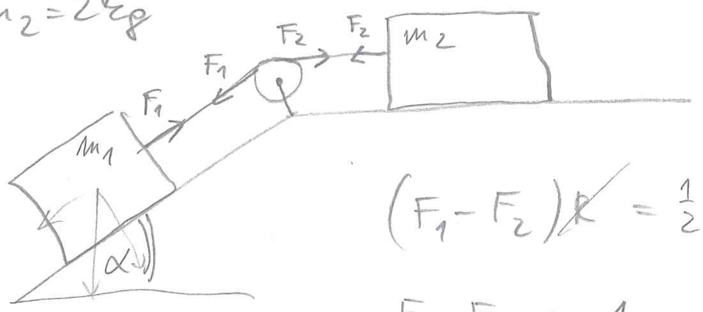
tel. 1895 520

1PR2/93

2) Kladi z masama 2 kg in 3 kg sta povezani z lahko vrvico preko škripca, ki ima obliko valja z maso 1 kg. Težja klada je na strmini z nagibom 30^o, druga pa na vodoravni podlagi. Kolikšen mora biti najmanj koeficient trenja med kladama in podlago, da pospešek s katerim se kladi gibljeta ne preseže 1 m/s^2 ?

$m_1 = 3\,kg$, $m_v = 1\,kg$, $\alpha = 30^\circ$, $a = 1\,ms^{-2}$

$m_2 = 2\,kg$



$$\boxed{a = \alpha R}$$

$$(F_1 - F_2)\cancel{R} = \frac{1}{2} m_v \cancel{R^2} \cdot \frac{a}{\cancel{R}}$$

$$F_1 - F_2 = \frac{1}{2} m_v a$$

$$\left.\begin{aligned} m_1 g \sin\alpha - F_1 - m_1 g \cos\alpha \cdot k_t &= m_1 a \\ F_2 - m_2 g k_t &= m_2 a \\ F_1 - F_2 &= \frac{1}{2} m_v a \end{aligned}\right\} \text{seštejeŝ}$$

$$m_1 g \sin\alpha - (m_1 g \cos\alpha + m_2 g) k_t = a\left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_v\right)$$

$$\boxed{k_t = \frac{-(m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_v) a + m_1 g \sin\alpha}{m_1 g \cos\alpha + m_2 g}} =$$

$$= \underline{\underline{0.21}}$$

S.5