

1. S tal vržemo hkrati dve krogli z enako začetno hitrostjo 10 m/s. Prvo kroglo vržemo pod kotom 60° proti vodoravnici, drugo pa pod kotom 70° proti vodoravnici. Kakšna je razdalja med obema kroglama v trenutku, ko druga krogla doseže najvišjo lego?

1992 For

$$d = 1.65 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\varphi_1 = 60^\circ$$

$$\varphi_2 = 70^\circ$$

$$v_{y2} = v_0 \sin \varphi_2 - g t_0 = 0$$

↓

$$t_0 = \frac{v_0 \cdot \sin \varphi_2}{g} = \underline{0.96 \text{ s}}$$

$$x_1 = v_0 \cos \varphi_1 \cdot t_0 = \underline{4.8 \text{ m}}$$

$$y_1 = v_0 \sin \varphi_1 \cdot t_0 - \frac{g t_0^2}{2} = \underline{3.8 \text{ m}}$$

$$x_2 = v_0 \cos \varphi_2 \cdot t_0 = \underline{3.3 \text{ m}}$$

$$y_2 = v_0 \sin \varphi_2 \cdot t_0 - \frac{g t_0^2}{2} = \underline{4.5 \text{ m}}$$

$$d = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \underline{\underline{1.65 \text{ m}}}$$

(3)

u

5. Z vrha klanca višine 1 m in dolžine 10 m spustimo telo mase 2 kg. Kolikšna je kinetična energija telesa pri dnu klanca, če je koeficient trenja 0,06 ?

1896



$$h = 1 \text{ m}$$

$$l = 10 \text{ m}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

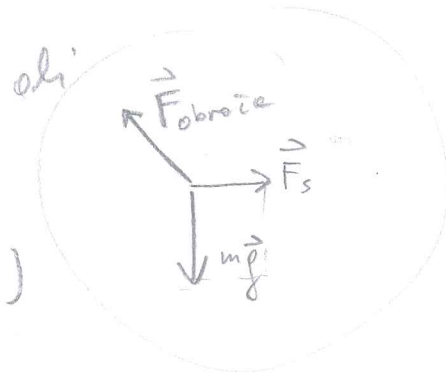
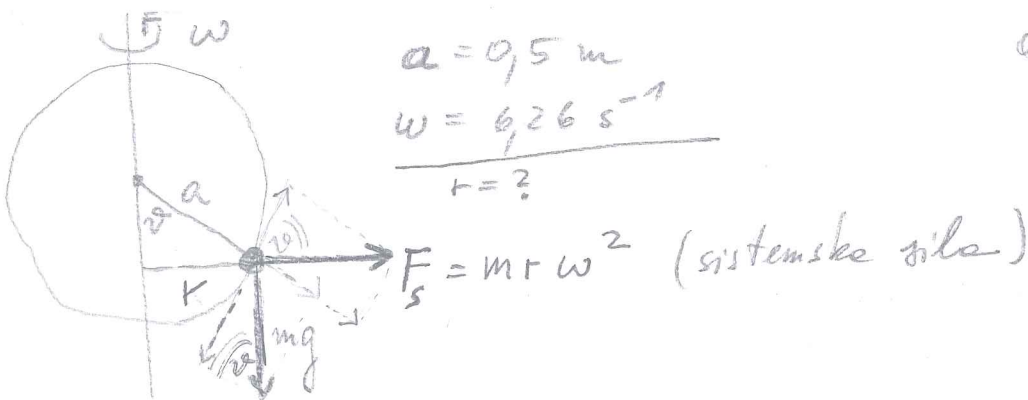
$$\mu_{\text{tr}} = 0,06$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}, \quad \alpha = 5,74^\circ$$

$$W_{\frac{1}{2}} = mgh - mg \cos \alpha \cdot \mu_{\text{tr}} \cdot l = mgl (\sin \alpha - \mu_{\text{tr}} \cdot \cos \alpha) = \underline{\underline{7,91 \text{ J}}}$$

6. Zelo majhna točkasta kroglica se lahko brez trenja giblje po tankem obroču polmera $a = 0,5 \text{ m}$, ki je postavljen vertikalno. Obroč ~~kroži~~ ^{se vrti} okoli vertikalne osi ($\omega = 6,26 \text{ s}^{-1}$), ki poteka skozi njegovo težišče. Na kolikšni razdalji od osi vrtenja je kroglica v ravnovesju ?

1896



$$-mg \sin \vartheta + F_s \cos \vartheta = 0, \quad r = a \sin \vartheta$$

$$-mg \sin \vartheta + m a \sin \vartheta \omega^2 \cos \vartheta = 0$$

$$\sin \vartheta [\omega^2 a \cos \vartheta - g] = 0$$

$$\sin \vartheta = 0 \Rightarrow \vartheta = 0, \pi$$

$$\omega^2 a \cos \vartheta - g = 0 \Rightarrow \cos \vartheta = \frac{g}{\omega^2 a} = \frac{+}{-} \frac{\pi}{3}$$

$$r = a \sin \vartheta = \underline{\underline{0,43 \text{ m}}}$$

1

1) Z 200 m visokega stolpa vržemo kamen z začetno hitrostjo 3 m/s v smeri navpično navzdol. Eno sekundo kasneje vržemo z vrha stolpa drug kamen z začetno hitrostjo 30 m/s v smeri navpično navzgor. Kolikšna je razdalja med kamnoma 3 sekunde po tem, ko smo vrgli drugi kamen? Kamna se ves čas gibljeta po isti navpični premici.

$$s_1 = v_{01} t_1 + \frac{g t_1^2}{2}$$

$$s_2 = v_{02} t_2 - \frac{g t_2^2}{2}$$

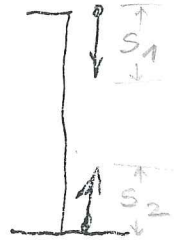
$$s_1 = 92 \text{ m}$$

$$s_2 = 45 \text{ m}$$

$$t_1 = 4 \text{ s} \quad v_{01} = 3 \text{ m/s} \quad h = 200 \text{ m}$$

$$t_2 = 3 \text{ s} \quad v_{02} = 30 \text{ m/s}$$

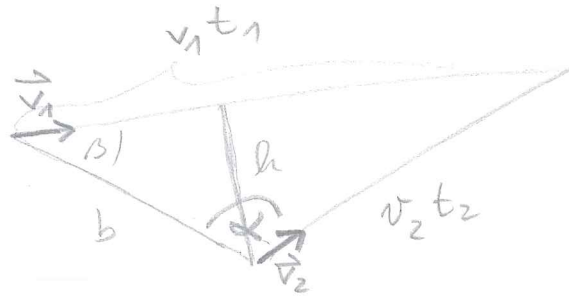
$$d = h - s_1 - s_2 = 200 - 92 - 45 = \underline{\underline{63 \text{ m}}}$$



6. učenje

6. Človek se nahaja na razdalji 50 m od ravne ceste na kateri se mu približuje avtomobil s hitrostjo 10 m/s. V kateri smeri mora hoditi človek, da bi se srečal z avtomobilom, če se človek giblje s hitrostjo 3 m/s, avtomobil pa je od človeka oddaljen 200 m.

$h = 50 \text{ m}$
 $v_1 = 10 \text{ m/s}$ (hitrost avtomobila)
 $b = 200 \text{ m}$
 $v_2 = 3 \text{ m/s}$ (hitrost človeka)



sinusni izreček

$$\frac{\sin \beta}{v_2 t_2} = \frac{\sin \alpha}{v_1 t_1} \Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta \cdot \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{b} \cdot \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2}$$

$$\sin \beta = \frac{h}{b}$$

če $\frac{t_1}{t_2} = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{h}{b} \cdot \frac{v_1}{v_2} = \frac{50}{200} \cdot \frac{10}{3} \Rightarrow \alpha = 56.44^\circ$



$$\tilde{\alpha} = 180 - \alpha = 123.56^\circ$$

$$\alpha_2 = 123.56 - 56.44 = \alpha_1$$

$$\alpha_2 = 48.03$$

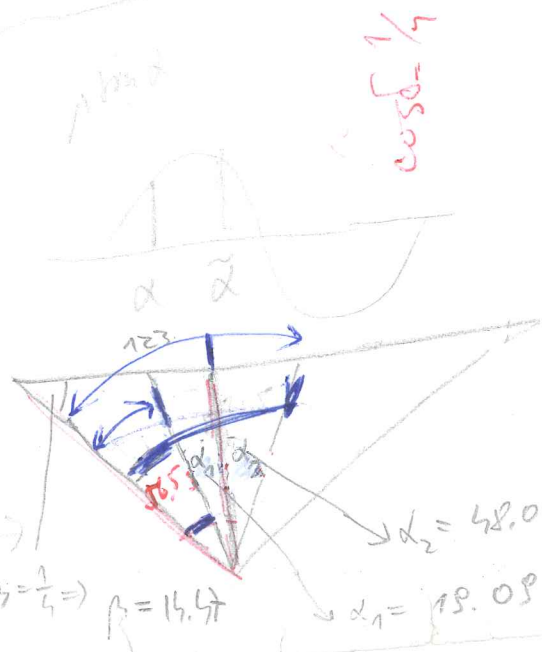
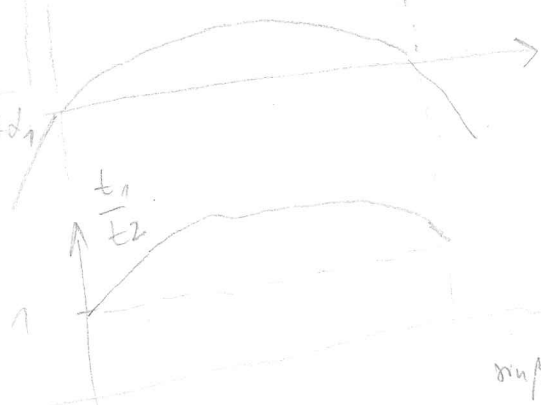
$$123.56 = \alpha_1 + \alpha_2 + 56.44$$

$$180 = \beta + 90 + 56.44 + \alpha_1$$

$$\alpha_1 = 90 - \beta - 56.44$$

$$\alpha_1 = 18.09$$

$$\Delta t = t_1 - t_2$$



cos beta = 3/4

2. Kamen vrzemo pod kotom 50° proti horizontu z začetno hitrostjo 30 m/s. Kakšen je pospešek kamna v smeri njegovega gibanja 2 s po metu? Kolikšen je a_t v R?



$$\vec{a} = (0, -g)$$

$$\varphi = 50^\circ$$

$$v' = 30 \text{ m/s}$$

$$t = 2 \text{ s} \leftarrow \text{?}$$

$$\vec{v} = (v' \cos \varphi, v' \sin \varphi - gt)$$

$$v = \sqrt{v'^2 \cos^2 \varphi + (v' \sin \varphi - gt)^2} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{v'^2 \cos^2 \varphi + v'^2 \sin^2 \varphi - 2v'gt \sin \varphi + g^2 t^2}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{-2v'g \sin \varphi + 2g^2 t}{v} = \frac{g(gt - v' \sin \varphi)}{v}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g(gt - v' \sin \varphi)}{v} = \underline{1,53 \text{ m/s}^2} \quad (g = 10 \text{ m/s}^2)$$

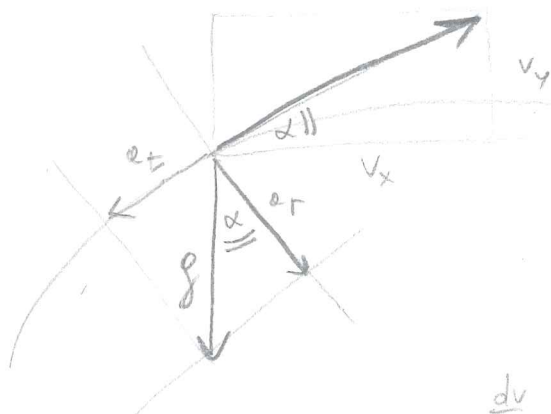
$$= \underline{1,69 \text{ m/s}^2} \quad (g = 9,8)$$

$$v' \cos \varphi = 19,28 \text{ m/s}$$

$$v' \sin \varphi - gt = 2,98 \text{ m/s} \quad (3,38)$$

$$v = \underline{19,5 \text{ m/s}} \quad (19,57)$$

$$v' \sin \varphi = 22,98 \text{ m/s}$$



$$\sin \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{-a_t}{g}$$

$$\frac{dv}{dt} = a_t = -g \sin \alpha = -\frac{g v_y}{v} = \underline{\underline{\frac{g(gt - v' \sin \varphi)}{v}}}$$

1. Avtomobilu, ki se giblje s hitrostjo 4 m/s, se ustavi motor. Kolikšno pot napravi v naslednjih 15 s, če velja za pojemek enačba $a = -q \cdot v^2$ s koeficientom $q = 0,8 \text{ m}^{-1}$? Kolikšna je hitrost avtomobila po 15 s?

$$a = -q v^2$$

$$v_0 = 4 \text{ m/s}$$
$$t = 15 \text{ s}$$
$$q = 0,8 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{dv}{dt} = -q v^2$$

$$\frac{dv}{v^2} = -q dt \Rightarrow -\frac{1}{v} \Big|_{v_0}^v = -q t \Big|_0^t \Rightarrow -\frac{1}{v} + \frac{1}{v_0} = -q t$$

$$v = \frac{v_0}{1 + q \cdot v_0 \cdot t} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} + q \cdot t$$

$$= 0.082 \text{ m/s}$$

$$s = \int_0^t v dt = \int_0^t \frac{v_0}{1 + q v_0 t} dt = \int_1^{1 + q v_0 t} \frac{v_0}{u} \frac{du}{q v_0} =$$

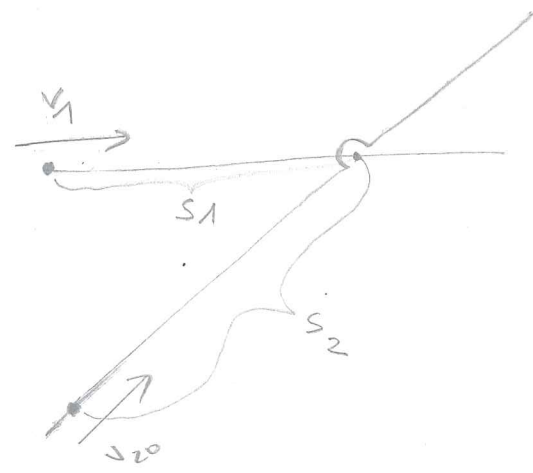
$$u = 1 + q v_0 t$$
$$du = q v_0 dt$$

$$= \frac{1}{q} \ln(1 + q v_0 t)$$

$$s = \frac{1}{q} \ln(1 + q \cdot v_0 \cdot t) = 4.86 \text{ m}$$

1. Ravni cesti se križata s podvozom pod kotom 30° . Prvi avtomobil na prvi cesti ima hitrost 5 m/s , ko je 30 m oddaljen od križišča. Prvi avtomobil vozi s to hitrostjo enakomerno vso pot do križišča. Istočasno je na drugi cesti drugi avtomobil na oddaljenosti 70 m od križišča in ima enako hitrost kot prvi avtomobil, vendar vozi enakomerno pospešeno. Kakšen mora biti pospešek drugega avtomobila, da se v sečišče pripeljeta istočasno?

$$\begin{array}{l} v_1 = 5 \text{ m/s} \\ s_1 = 30 \text{ m} \end{array} \quad , \quad \begin{array}{l} v_{20} = 5 \text{ m/s} \\ s_2 = 70 \text{ m} \end{array}$$



$$v_1 \cdot t = s_1 \Rightarrow t = \frac{s_1}{v_1} = 6 \text{ s}$$

$$v_2 = v_{20} + at, \quad s_2 = \int v dt = v_{20} \cdot t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2(s_2 - v_{20} \cdot t)}{t^2} = \underline{a} = \underline{2.22 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

1. Ko se vlak približuje postaji, se začne enakomerno pojemačo ustavljati, tako da prvih 50 m po začetku zaviranja prevozi v 5 s, začetna hitrost vlaka pred zaviranjem pa je $v_0 = 40 \text{ km/h}$. Kolikšen je pojemek vlaka ?
2. Ko se vlak približuje postaji, se začne enakomerno pojemačo ustavljati tako, da prvih 50 m po začetku zaviranja prevozi v 5 s, sledečih 50 m pa v 7 s. Kolikšen je pojemek vlaka ?

Iz uvjeta u zadatku dobiva se

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{a}{2} t_1^2$$

$$s_1 + s_2 = v_0 (t_1 + t_2) + \frac{a}{2} (t_1 + t_2)^2.$$

Iz tih se dviju jednadžbi može eliminirati početna brzina v_0 i odrediti akceleracija vlaka

$$a = \frac{2(s_2 t_1 - s_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)} = -0,48 \text{ m/s}^2.$$

Predznak minus kaže da je gibanje usporeno.

Početna je brzina

$$v_0 = \frac{s_1}{t_1} - a \frac{t_1}{2} = 11,2 \text{ m/s} = 40 \text{ km/h}.$$

$$\frac{2s_1 - 2v_0 t}{t_1^2} =$$

7. Navpično navzdol vržemo telo z začetno hitrostjo 19,62 m/s. Telo napravi četrtino poti v zadnji sekundi. Koliko časa telo pada? FF $t=6s$

$g = 9,8 \text{ m/s}^2$

$v_0 = 19,62 \text{ m/s}$
 $t_{1/4} = 1 \text{ s}$

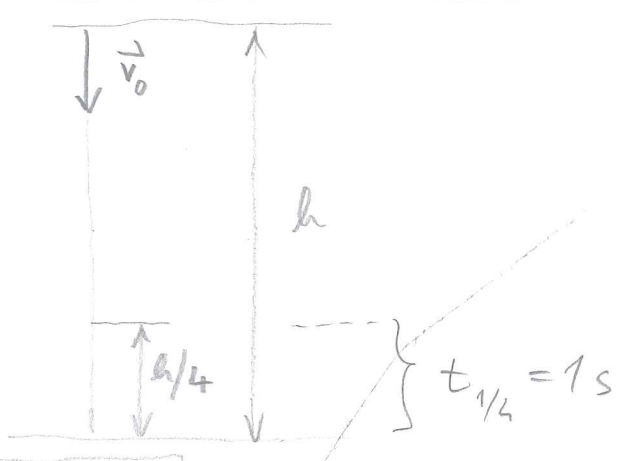
 $h = ?$

$h = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$

$\frac{3h}{4} = v_0 (t - t_{1/4}) + \frac{g (t - t_{1/4})^2}{2}$

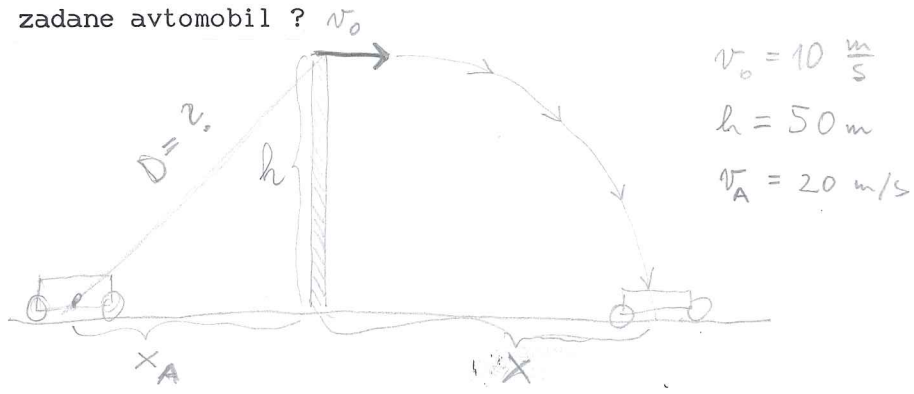


$t = 4t_1 - \frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + 12t_1^2} = \underline{\underline{6 \text{ s}}}$



$$D = 59 \text{ m}$$

1. Kamen vržemo v vodoravni smeri s hitrostjo 10 m/s s 50 m visokega stolpa. Po cesti, ki vodi pod stolpom, se v trenutku meta v isti smeri pelje avtomobil s stalno hitrostjo 20 m/s. Kolikšna je v trenutku meta razdalja med kamnom in avtomobilom, če kamen zadane avtomobil?



$$v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h = 50 \text{ m}$$

$$v_A = 20 \text{ m/s}$$

$$h = \frac{g t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \underline{3.16 \text{ s}}$$

$$v_A t = x_A + v_0 t \Rightarrow x_A = (v_A - v_0) t = (v_A - v_0) \sqrt{\frac{2h}{g}} = \underline{31.6 \text{ m}}$$

$$D = \sqrt{x_A^2 + h^2} = \sqrt{(v_A - v_0)^2 \frac{2h}{g} + h^2} = \underline{59 \text{ m}} \quad (59.2)$$

1. Telo najprej enakomerno kroži s kotno hitrostjo $\omega_0 = 0.02 \text{ s}^{-1}$, ob času $t=0$ pa se mu začne kotna hitrost neenakomerno povečevati: $\omega = \omega_0 + k \cdot t^{1/2}$ ($k = 0.5 \cdot \text{s}^{-3/2}$). Kolikšno hitrost in tangetni pospešek ima telo po 10 sekundah, če kroži po krogu z radijem 5 m ? Kolikšen je takrat radialni pospešek?

M8

$$t = 10 \text{ s}$$

$$r = 5 \text{ m}$$

$$\underline{v} = \omega r = (\omega_0 + k t^{1/2}) \cdot r = (0.02 + 0.5 \cdot \sqrt{10}) 5 = \underline{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2} k t^{-1/2} = 0.5 \cdot 0.5 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \underline{0.078 \text{ s}^{-2}}$$

$$\underline{a}_t = \alpha \cdot r = \underline{0.395 \text{ m s}^{-2}}$$

$$\underline{a}_r = \frac{v^2}{r} = \underline{12.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

FOR I

4. Letalski propeler se vrti s frekvenco 50 s^{-1} . Po izključitvi motorja se zaradi trenja vrti enakomerno pojemajoče in se ustavi v 100 sekundah. Koliko vrtljajev naredi propeler do prenehanja vrtenja šteto od izključitve motorja?

$$\gamma_0 = 50 \text{ s}^{-1}, \omega_0 = 2\pi\gamma_0 = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega = \omega_0 - \alpha t$$

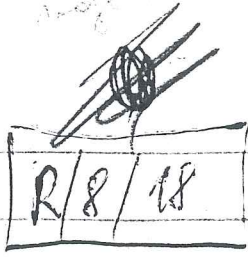
$$t_s = 100 \text{ s} \quad (\omega = 0)$$

$$0 = \omega_0 - \alpha t_s \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_0}{t_s} = \underline{\underline{3.14 \text{ s}^{-2}}}$$

$$n = ?$$

$$\varphi_s = \omega_0 t_s - \frac{\alpha \cdot t_s^2}{2} = \omega_0 t_s - \frac{\omega_0 t_s^2}{2 t_s} = \frac{\omega_0 t_s}{2}$$

$$\underline{\underline{n}} = \frac{\varphi_s}{2\pi} = \frac{2\pi\gamma_0 t_s}{2\pi \cdot 2} = \frac{\gamma_0 \cdot t_s}{2} = \underline{\underline{2500}}$$



Tocilasta telesa najprej s hitrostjo 20 cm/s enakomerno kroži po krogu z radijem 10 cm . Nato začne krožiti enakomerno pospešeno s kotnim pospeškom 3 s^{-2} . Kolikšna sta velikost pospeška in kot med pospeškom in radijem $1/12$ obhoda po začetku pospeševanja? Kolikšen pa bi moral biti kotni pospešek, da bi v navedenem položaju ~~merila~~ merila velikost pospeška 1 m/s^2 ?

1

2

$v_0 = 0.2 \text{ m/s}$
 $r = 0.1 \text{ m}$
 $\alpha = 3 \text{ s}^{-2}$

ENAKOMERNO KROŽENJE
 POSPEŠENO KROŽENJE

$v_0 = \omega_0 r$

$\varphi = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$

$\omega = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha}$

$\varphi = \frac{1}{12} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{6}$

R2

$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\varphi\alpha$

1

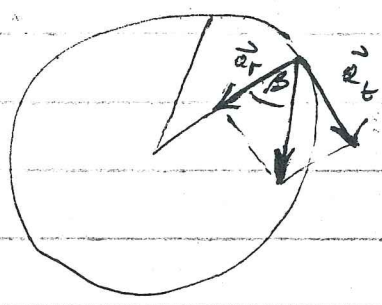
$\varphi = \frac{\pi}{6} : \omega^2 = \omega_0^2 + 2\left(\frac{\pi}{6}\right)\alpha = \omega_0^2 + 2\varphi\alpha$

$a_t = r\alpha$

$a_r = \omega^2 r$

$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}$

$\sin \beta = \frac{a_t}{a}$



2) Kolikšen α , da v tem času $a = 1 \text{ m/s}^2$

$1 \text{ m/s}^2 = a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(\omega^2 r)^2 + r^2 \alpha^2} = \sqrt{(\omega_0^2 + 2\varphi\alpha)^2 r^2 + r^2 \alpha^2} = \text{m/s}^2$

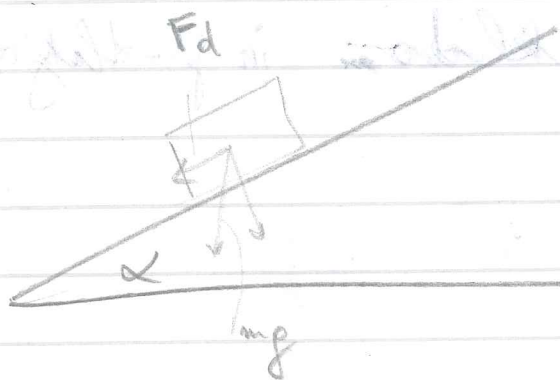
$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{\pi}{6}$

KVADRATNA ENAČBA ZA α

R/10/3

Pri gibanju navzgor po klancu
z nagibom 10° imajo sani na
zčetnem hitrost 14 m/s . Kolikšna je
njihova hitrost po tem, ko napravijo
pot 20 m ? Koeficient trenja je 0.1 .

25



$$\alpha = 10^\circ$$

$$v_0 = 14 \text{ m/s}$$

$$s = 20 \text{ m}$$

$$k_{tr} = 0.1$$

$$F_{tr} = k_{tr} \cdot mg \cos \varphi$$

$$F_d = mg \sin \varphi$$

$$ma = mg \sin \varphi + k_{tr} \cdot mg \cdot \cos \varphi$$

$$a = g (\sin \varphi + k_{tr} \cdot \cos \varphi)$$

} pojemele

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 - at \\ s &= v_0 t - \frac{at^2}{2} \end{aligned} \right\}$$

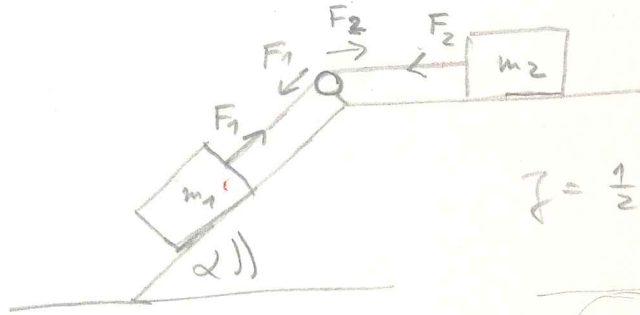
$$v^2 = v_0^2 - 2as$$

R2

3. Železni kladi z masama 2 kg in 3 kg sta zvezani z zelo lahko vrvjo, ki teče preko homogenega valjastega škripca z maso 3 kg in radijem 10 cm. Prva klada drsi s pospeškom $0,2 \text{ ms}^{-2}$ navzdol po klancu z nagibom 40° , druga klada pa se giblje po vodoravni podlagi tako, da je vrv ves čas napeta. Kakšen je koeficient trenja med posamezno klado in podlago? Predpostavimo, da sta koeficienta trenja enaka za obe kladi. En podatek je odveč! (A-L)

let 1991

velj. $\left\{ \begin{array}{l} m_1 = 2 \text{ kg} \\ m_2 = 3 \text{ kg} \\ \alpha = 40^\circ \\ R = 0,1 \text{ m} \\ m = 3 \text{ kg}, a = 0,2 \text{ ms}^{-2} \\ \mu_t = ? \end{array} \right.$



$$J = \frac{1}{2} m R^2$$

$$\begin{array}{l} v = R \omega \\ a = R \cdot \alpha \end{array}$$

$$m_2: F_2 - m_2 g \cdot \mu_t = m_2 a$$

$$m_1: -F_1 - m_1 g \cos \alpha \cdot \mu_t + m_1 g \sin \alpha = m_1 a$$

$$m: F_1 - F_2 = \frac{1}{2} m a$$

$$\leftarrow (F_1 - F_2) R = \left(\frac{1}{2} m R^2 \right) \frac{\alpha}{R}$$

$$\text{vse tri en. seštejimo} \Rightarrow -m_2 g \mu_t - m_1 g \cos \alpha \mu_t + m_1 g \sin \alpha = a (m_2 + m_1 + \frac{1}{2} m) \Rightarrow$$

$$- \mu_t (m_2 g + m_1 g \cos \alpha) + m_1 g \sin \alpha = a (m_2 + m_1 + \frac{1}{2} m)$$

$$\mu_t = \frac{m_1 g \sin \alpha - a (m_2 + m_1 + \frac{1}{2} m)}{m_2 g + m_1 g \cdot \cos \alpha} = \underline{\underline{0.26}}$$

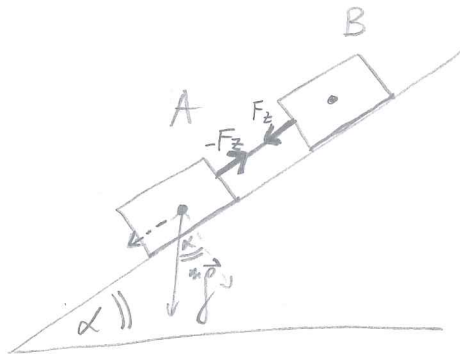
- VS → 2. Dve kladi A in B enakih mas sta zvezani z neraztegljivo vrvjo zanemarljive mase in se gibata po klancu z nagibom 35° . Klada A se giblje pred klado B. Koeficient trenja med klado A in podlago je $k_A = 0.35$, koeficient trenja med klado B in podlago je $k_B = 0.42$.
- (VS) Kolikšna sta pospeška klad A in B? Masa obeh klad skupaj je 4 kg.
- (VS) Kolikšna sila napenja vrv?

$$m_A = m_B = m = 2 \text{ kg}$$

$$k_A = 0.35$$

$$k_B = 0.42$$

$$\alpha = 35^\circ$$



$$\{a, F_z\} = ?$$

$$A: ma = mg \sin \alpha - k_A \cdot mg \cos \alpha - F_z$$

$$B: ma = mg \sin \alpha - k_B \cdot mg \cos \alpha + F_z$$

$$a = \frac{g}{2} [2 \sin \alpha - \cos \alpha (k_A + k_B)] = \underline{\underline{2,5 \frac{m}{s^2}}} \quad (VS)$$

$$F_z = \frac{1}{2} mg \cos \alpha (k_B - k_A) = \underline{\underline{0,56 \text{ N}}}$$

(VS)

- (VS) 3. Kolikšen mora biti koeficient trenja med kocko in podlago, da bi bilo delo pri premikanju kocke enako pri potiskanju kocke kot pri prevračanju kocke? $k_t = ?$

$$A_1 = k_t \cdot mg \cdot a$$

$$A_2 = mg \Delta h = mg \cdot \frac{a}{2} (\sqrt{2} - 1)$$

$$A_1 = A_2$$

$$k_t \cdot mg \cdot a = mg \cdot \frac{a}{2} (\sqrt{2} - 1)$$

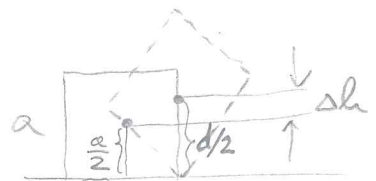
$$k_t = \frac{1}{2} (\sqrt{2} - 1) = \underline{\underline{0,207}}$$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$\frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Delta h = \frac{d}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{a}{2}$$

$$\Delta h = \frac{a}{2} (\sqrt{2} - 1)$$



1. Človek potiska klado mase 10 kg s konstantno hitrostjo po klanecu navzgor. Nagib klanca je 30° , koeficient trenja med klado in podlago je 0.2. Kolikšno delo opravi človek, ko napravi pot 3 m?

S kolikšno silo človek potiska klado?

Na predmet deluje sila teže $\vec{G} = m\vec{g}$, normalna reakcija podloge \vec{F}_N , sila \vec{F} kojom deluje človek i sila trenja \vec{F}_{tr} (sl. 4.1). Te sile valja rastaviti u komponente uzduž osi x i y , tj. s obzirom na smjer paralelan, odnosno okomit na kosinu. Komponenta sile teže \vec{G}_2 i sila \vec{F}_N okomite su na kosinu tj. na pomak tijela pa je njihov rad jednak nuli. Nadalje, budući da je tijelo u ravnoteži, bit će

$$\Sigma F_y = F_N - mg \cos \alpha = 0$$

odnosno

$$F_N = 85 \text{ N.}$$

Paralelno s kosinom djeluju sila \vec{F} , komponenta sile teže \vec{G} i sila trenja \vec{F}_{tr} . Budući da se tijelo giba jednoliko po pravcu i te su sile uravnotežene:

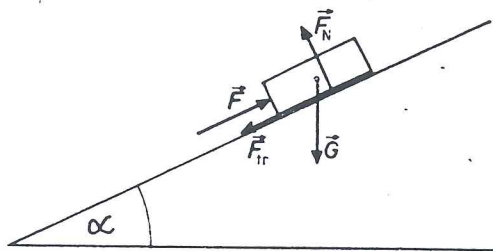
$$\Sigma F_x = F - mg \sin \alpha - \mu F_N = 0.$$

Odatle je

$$F = 66 \text{ N.}$$

Rad sile kojom čovek gura predmet jest

$$W_1 = Fs = 198 \text{ J.}$$



7. Preko dveh homogenih valjev, ki sta vrtljiva okoli fiksniranih geometrijskih osi, je napeta vrv na katere koncih visita dve uteži. Masi uteži sta $m_1 = 2 \text{ kg}$ in $m_2 = 1 \text{ kg}$, masi valjev pa $M_1 = 1 \text{ kg}$ in $M_2 = 5 \text{ kg}$. Izračunajte pospešek uteži !

Rješenje zadatka

Za sistem na crtežu će vrijediti

$$m_1 g - m_1 a - F_1 - F_2 - m_2 g - m_2 a = 0. \quad (1)$$

Momenti sila F_1 i F_2 su $F_1 R_1$ i $F_2 R_2$, tj.

$$F_1 R_1 = I_1 \alpha_1 = \frac{M_1}{2} R_1^2 \frac{a}{R_1} \quad (2)$$

$$F_2 R_2 = I_2 \alpha_2 = \frac{M_2}{2} R_2^2 \frac{a}{R_2}$$

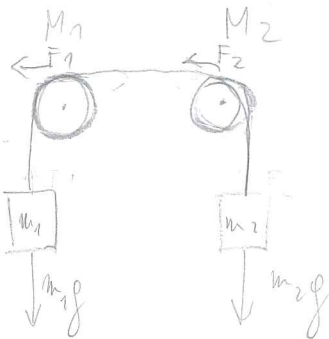
Iz relacija (2) se vidi da su sile

$$F_1 = \frac{M_1}{2} a, \quad F_2 = \frac{M_2}{2} a. \quad (3)$$

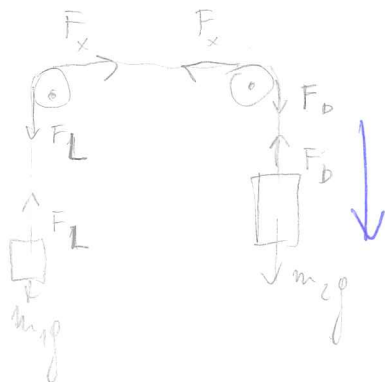
Uvrštavanjem relacija (3) u relaciju (1) dobija se

$$a = \frac{2(m_1 - m_2)g}{2(m_1 + m_2) + M_1 + M_2}$$

$$a = 1,635 \text{ m/s}^2.$$



$$(m_1 + m_2) a = m_2 g - m_1 g - F_1 - F_2$$



$$F_L - m_1 g = m_1 a$$

$$(F_x - F_L) R = \frac{M_1}{2} R^2 \alpha$$

$$(F_D - F_x) R = \frac{M_2}{2} R^2 \alpha$$

$$+ m_2 g - F_D = m_2 a$$

$$F_1 = F_x - F_L$$

$$F_2 = F_D - F_x$$

$$m_2 g - m_1 g + F_L - F_D = (m_1 + m_2) a$$

$$m_2 g - m_1 g - \underbrace{(F_x - F_L)}_{F_1} - \underbrace{(F_D - F_x)}_{F_2} = (m_1 + m_2) a$$

ALI:

1. Mož, ki stoji na začetku zelo dolgega klanca s konstantno strmino 45° , vrže kamen v smeri naraščajoče strmine klanca z začetno hitrostjo 20 m/s . Pod kakšnim kotom glede na klanec mora mož vreči kamen, da bo le ta priletel na tla pod pravim kotom? (M-ž)

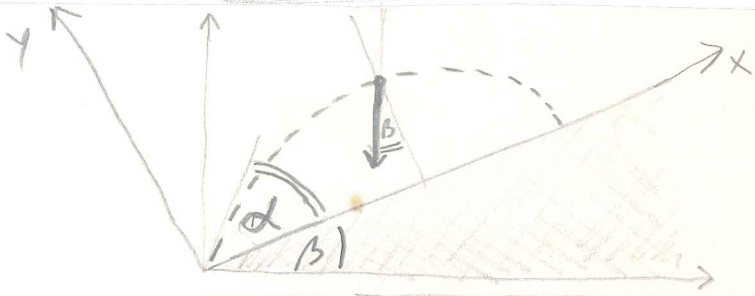
test 1001

$\alpha = 26.26^\circ$

$v_0 = 20 \text{ m/s}$

$\beta = 45^\circ$

$\alpha = ?$



$v_x = v_0 \cos \alpha - (g \sin \beta) \cdot t \Rightarrow x = v_0 \cos \alpha t - \frac{1}{2} (g \sin \beta) \cdot t^2$

$v_y = v_0 \sin \alpha - (g \cos \beta) \cdot t \Rightarrow y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} (g \cos \beta) \cdot t^2$

Popozi:

$v_x = 0$

$y = 0$

$v_0 \cos(\alpha) = g \cdot \sin \beta \cdot t$

$v_0 \sin(\alpha) t = \frac{1}{2} g \cos \beta \cdot t^2$

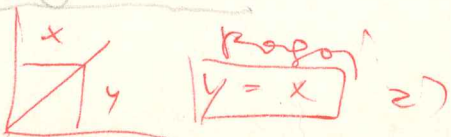
$t = \frac{2 v_0 \cdot \sin(\alpha - \beta)}{g \cdot \cos \beta}$

$v_0 \cos(\alpha) = g \cdot \sin \beta \cdot \frac{2 v_0 \sin(\alpha)}{g \cdot \cos \beta}$

$1 = 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \beta}$

$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{2 \operatorname{tg} \beta} \right) = 26.56 = 26^\circ 34'$

drugi način:



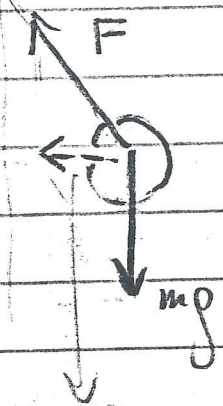
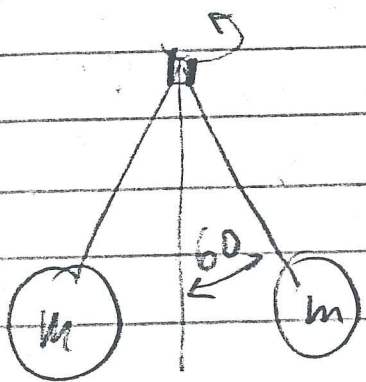
60

M: nal 4. mehanika

dvuh

gibljivih

Na koncih 0.8 m dolgih lahkih palic sta pritrjeni dve krogli tole
de, kot kaže slike. S kakšno
frekvenco krožita + krogli okoli
osi, če se nosilni palici odmakneta
zarad kroženja od nje za
60°?



l = 0.8 m

r = l sin phi

horizontalna
komponenta:

F sin phi = m r omega^2 = m l sin phi omega^2

F = m l omega^2

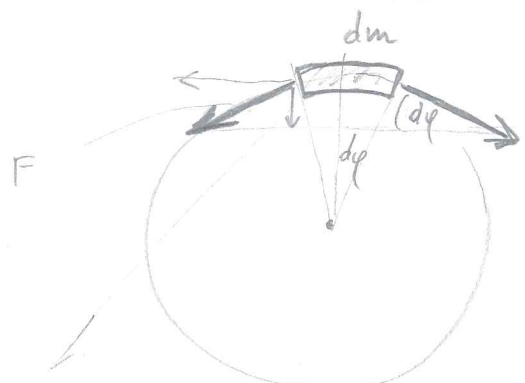
omega^2 = F / m l = (m g / cos phi) / (m l cos phi) = g / (l cos^2 phi)

vertikalna komponenta:

F cos phi = m g => F = m g / cos phi

omega^2 = g / (l cos^2 phi)

3. S kakšno frekvenco lahko vrtimo obroč z gostoto 3 kg/dm^3 in radijem 15 cm , da ne bo počil? Presek obroča je 1 cm^2 . Maksimalna sila, ki jo obroč še prenese pa je 850 N .



$$S = 1 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 3 \text{ kg/dm}^3$$

$$R = 15 \text{ cm}$$

$$F_m = 850 \text{ N}$$

$$F \cdot \sin(d\varphi) \approx F d\varphi$$

$$dm = dl \cdot S \cdot \rho = R(2 \cdot d\varphi) \cdot S \cdot \rho$$

$$\text{sila} = m \cdot a$$

$$dF_c = dm \cdot R \cdot \omega^2$$

$$2F d\varphi = \overbrace{R(2d\varphi) S \cdot \rho}^{dm} \cdot R \cdot \omega^2$$

$$F = R^2 \cdot S \cdot \rho \cdot \omega^2$$

$$\omega_m^2 = \frac{F_m}{R^2 \cdot S \cdot \rho} \Rightarrow 18.9 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1} \quad (?)$$

$$v = \omega r$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$\frac{850}{15 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot 3000} = \frac{850 \cdot 10^8}{45 \cdot 10^3} = \frac{850}{45} \cdot 10^5$$

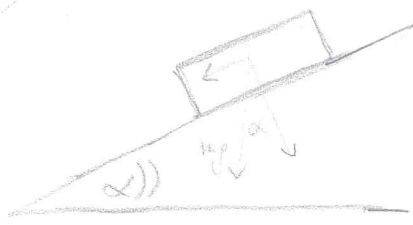
3. Zaleđeneli klanec ima nagib 10° . Po njemu navzgor se giblje ploščat kamen, ki se potem ko doseže neko maksimalno višino pručne gibati navzdol proti izhodiščni točki. Kolišen je koeficient trenja med kamnom in klanecem, če je čas spuščanja kamna dvakrat večji od časa ^{upogovorne} dvigovanja? **A - M**

$\alpha = 10^\circ$

$n = 2$

$t_2 = 2t_1$

$t_2 = n t_1$



Sa 20/3-12

$\tilde{v}_1 = v_0 - |a_1|t$

$\tilde{v}_1 = 0 = v_0 - |a_1|t_1$, $v_0 = |a_1|t_1$

$s_1 = v_0 t_1 - \frac{|a_1|t_1^2}{2} = |a_1|t_1^2 - \frac{|a_1|t_1^2}{2}$

gibanje navzgor: $ma_1 = -mg \sin \alpha - k_T \cdot mg \cos \alpha$, $s_1 = |a_1|t_1^2 / 2$

gibanje navzdol: $ma_2 = mg \sin \alpha - k_T \cdot mg \cos \alpha$, $s_2 = a_2 t_2^2 / 2$

$s_1 = s_2 \Rightarrow \frac{|a_1|t_1^2}{2} = \frac{a_2 \cdot t_2^2}{2} \Rightarrow \frac{t_2^2}{t_1^2} = \frac{|a_1|}{a_2} = \frac{n^2 t_1^2}{t_1^2} = n^2$

$n^2 = \frac{g(\sin \alpha + k_T \cos \alpha)}{g(\sin \alpha - k_T \cos \alpha)} = \frac{\sin \alpha + k_T \cos \alpha}{\sin \alpha - k_T \cos \alpha}$

$n^2(\sin \alpha - k_T \cos \alpha) = (\sin \alpha + k_T \cos \alpha)$

$n^2 \sin \alpha - k_T n^2 \cos \alpha = \sin \alpha + k_T \cos \alpha$

$n^2 \sin \alpha - \sin \alpha = k_T (\cos \alpha + n^2 \cos \alpha)$

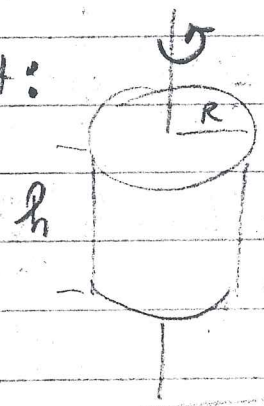
$k_T = \frac{n^2 \sin \alpha - \sin \alpha}{n^2 \cos \alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha (n^2 - 1)}{\cos \alpha (n^2 + 1)} = \tan \alpha \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$

$k_T = \tan \alpha \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} = 0.106$

M - analoge

3

Vetrojnostni moment:

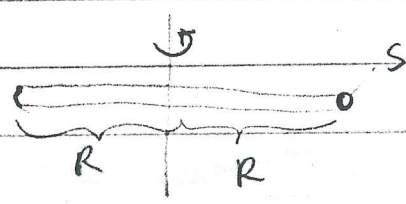


$$J = \int r^2 dm = \int_0^R r^2 \rho h \cdot 2\pi r dr = \rho \cdot \pi \cdot h \cdot \frac{R^4}{2} = M \frac{R^2}{2}$$

$M = \rho \cdot \pi R^2 \cdot h$

4 Vetrojnostni moment polne deleli tetivice:

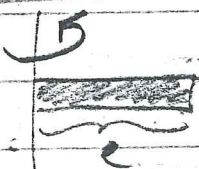
$$J = \int_{-R}^R r^2 dm = \int_{-R}^R r^2 \rho dV = \int_{-R}^R r^2 \rho S dr = \rho S \frac{R^3}{3} = \underbrace{2R \rho S}_M \cdot \frac{R^2}{3} = \frac{MR^2}{3}$$



$l = 2R$

M - vol. 11 (MEHANIKA)

5



$J = \frac{ml^2}{3}$

u pota



$J = \frac{ml^2}{12}$

1. Delec se giblje s konstantnim tangentskim pospeškom po krožnici s polmerom 10 cm. Izračunajte radialni pospešek delca po 10 s od začetka gibanja, če je po petem obratu hitrost delca v smeri tangente na krožnico enaka 20 cm/s ?

$$r = 10 \text{ cm} \quad \left| \quad \varphi_5 = 5 \cdot 2\pi \right.$$

$$a_t = \text{konst.} \Rightarrow d = \text{konst.} \quad \left| \quad v_5 = 20 \text{ cm/s} \right.$$

$$a_r = ? \text{ ob } t = 10 \text{ s} \quad \boxed{\omega = d \cdot t}$$

$$\boxed{v = \omega r = d \cdot t \cdot r}$$

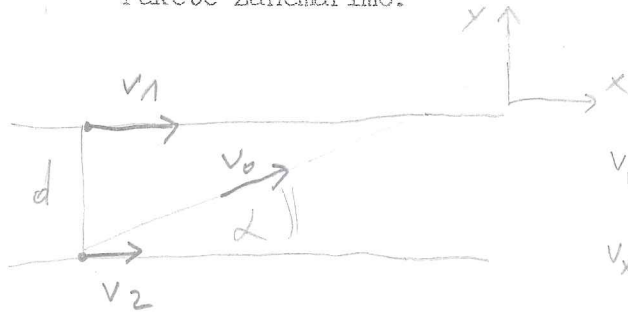
$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{d^2 r^2 t^2}{r} = d^2 r t^2 = \frac{v_5^4 r t^2}{4 r^4 \varphi_5^2} = \frac{v_5^2 t^2}{16 \cdot \pi^2 \cdot 25 \cdot r^3} = \underline{\underline{0,04 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$\omega_5^2 = 2 d \varphi_5 / t^2$$

$$t^2 \omega_5^2 = 2 d r^2 \varphi_5$$

$$v_5^2 = 2 d r^2 \varphi_5 \Rightarrow \boxed{d = \frac{v_5^2}{2 r^2 \varphi_5}}$$

1. Dva aviona letita po vzporednih linijah, ki sta oddaljeni 50 m. Prvi avion leti s hitrostjo 2100 km/h, drugi pa s hitrostjo 1000 km/h. Ob času, ko letita oba aviona vzporedno, izstrelji drugi avion raketo s hitrostjo 1400 km/h glede na avion. Pod kakšnim kotom glede na smer leta aviona mora biti izstreljena raketa, da bi zadela prvi avion? Kolikšna je hitrost rakete glede na prvi avion v trenutku zadetka rakete? Kolikšen čas poteče od trenutka izstrelitve rakete do zadetka? Vpliv težnosti in upora na gibanje rakete zanemarimo.



$$\vec{v}_r = (v_x, v_y) \equiv \text{hitrost rakete}$$

$$v_x = v_2 + v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$$

$$v_1 = 2100 \text{ km/h} = 583 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 1000 \text{ km/h} = 278 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_0 = 1400 \text{ km/h} = 389 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$d = 50 \text{ m}$$

$$x: v_1 \cdot t = (v_2 + v_0 \cos \alpha) \cdot t \Rightarrow \cos \alpha = \frac{v_1 - v_2}{v_0} \Rightarrow \alpha = 38,2^\circ$$

$$y: v_0 \sin \alpha \cdot t = d \Rightarrow t = d / (v_0 \cdot \sin \alpha) = 0,208 \text{ s}$$

$$\vec{v}_r = (v_2 + v_0 \cos \alpha, v_0 \sin \alpha), \quad \vec{v}_1 = (v_1, 0)$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_r - \vec{v}_1 = (v_2 + v_0 \cos \alpha - v_1, v_0 \sin \alpha)$$

\ominus

865,77 km/h

$$\Delta v = |\Delta \vec{v}| = 865,77 \text{ km/h}$$

(hitrost rakete glede na prvi avion)

$$= 240,5 \text{ m/s}$$

3) Čolnu se pokvari motor. Zaviralna sila je sorazmerna s kvadratom hitrosti čolna. Po kolikšnem času se hitrost čolna zmanjša na četrtno začetne vrednosti, če se po 5 sekundah zmanjša na polovico?

1442/93

$t = 15 \text{ s}$

$$v(t_{1/2}) = v_0/2, \quad F = -k v^2$$

$$m \frac{dv}{dt} = -k v^2$$

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = -\frac{k}{m} dt = \int_0^t -\beta dt$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = -\beta t \Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} + \beta t$$

$$\frac{1}{2} : \quad \frac{2}{v_0} = \frac{1}{v_0} + \beta t_{1/2} \Rightarrow \frac{1}{v_0} = \beta t_{1/2} \Rightarrow \beta = \frac{1}{v_0 t_{1/2}}$$

$$\frac{1}{4} : \quad \frac{4}{v_0} = \frac{1}{v_0} + \left(\frac{1}{v_0 t_{1/2}}\right) t_{1/4}$$

$$\frac{3}{v_0} = \left(\frac{1}{v_0 t_{1/2}}\right) t_{1/4} \Rightarrow t_{1/4} = 3 t_{1/2} = 15 \text{ s}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1 + \beta v_0 t}{v_0}$$

$$v = \frac{v_0}{1 + \beta v_0 t}$$

$$s = \int_0^t v dt = v_0 \int_0^t \frac{1}{1 + \beta v_0 t} dt = v_0 \frac{1}{\beta v_0} \ln(1 + \beta v_0 t) \Big|_0^t = \frac{1}{\beta} [\ln(1 + \beta v_0 t) - \ln 1]$$

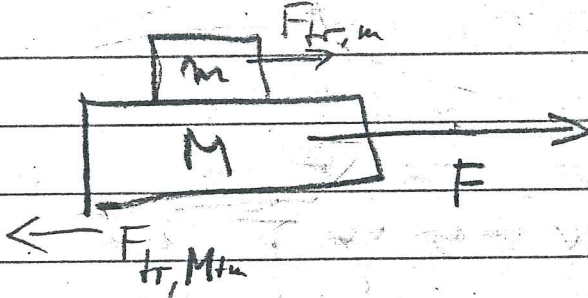
resnikovi:
 $me = -k v^2 = 0$
 $v = 0$

2. Na ravni podlagi je dvokilogramska deska, na deski pa ploščata utež z maso 1 kg. Kolikšno mejo mora preseči sila, s katero potegnemo desko v vodoravni smeri, da zdrsne utež z deske? Koeficient trenja med desko in podlago je 0,4, koeficient lepenja med utežjo in desko pa je 0,3.

1113

$$M = 2 \text{ kg}, m = 1 \text{ kg}, g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$k_{DP} = 0,4, \quad \xi_{UD} = 0,3$$



$$F_{tr(M+u)} = k_{DP} (m+M)g$$

$$F_{tr, m} = k_{UD} (m \cdot g)$$

gibanji (m+M) : $F - F_{tr, M+u} = (m+M) a$

gibanji m : $F_{tr, m} = m a \Rightarrow a = \frac{F_{tr, m}}{m}$

$$F = F_{tr, M+u} + (m+M) \frac{F_{tr, m}}{m}$$

$$F = \xi_{DP} (m+M)g + (m+M) \xi_{UD} g = (m+M)g (\xi_{DP} + \xi_{UD}) =$$

$$= \underline{\underline{20,6 \text{ N}}}$$

7. V nekem trenutku je hitrost avtomobila, ki vozi enakomerno pospešeno (pospešek v smeri gibanja $a_t = 0,5 \text{ m/s}^2$) po krogu polmera $r = 500 \text{ m}$, enaka $v_1 = 54 \text{ km/h}$. Izračunajte celotni pospešek avtomobila čez 10 s .

$$v_1 = 54 \text{ km/h}$$

$$a_t = 0,5 \text{ m/s}^2$$

$$r = 500 \text{ m}$$

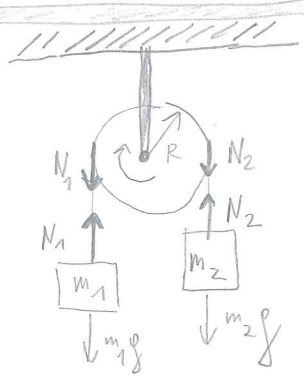
$$t = 10 \text{ s}$$

$$v_2 = v_1 + a_t \cdot t = \underline{72 \text{ km/h}} = \underline{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \underline{0,8 \text{ m/s}^2}$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \underline{0,94 \text{ m/s}^2}$$

6. Preko valjastega diska ($m_v = 0,3 \text{ kg}$, $R = 0,1 \text{ m}$), ki je vrtljiv okoli geometrijske osi, je vržena tanka jeklena nitka na katere koncih visita uteži mase $m_1 = 0,18 \text{ kg}$ in mase $m_2 = 0,22 \text{ kg}$. Izračunajte pospešek uteži, če se začeta gibati? ~~Uteži~~ ne podrsava.



$$\textcircled{1} \quad N_1 - m_1 g = m_1 a$$

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

$$\textcircled{2} \quad m_2 g - N_2 = m_2 a$$

$$(N_2 - N_1)R = J \cdot \alpha = \frac{1}{2} m_v R^2 \frac{a}{R} \Rightarrow \textcircled{3} \quad N_2 - N_1 = \frac{1}{2} m_v a$$

⇓

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \frac{m_v}{2}} \cdot g = \underline{0,73 \text{ m/s}^2} \quad (g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$$0,71 \text{ m/s}^2 \quad (g = 9,82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

1. Letalo leti horizontalno na višini 1000 m s hitrostjo 720 km/h. V trenutku, ko leti nad ~~raketnim~~ izstreliščem, le to proti njemu izstrelijo ~~raketo~~ ^{izstrelka}, ki ga čez čas tudi zadane. Koliko časa poteče od trenutka izstrelitve ~~rakete~~ ^{izstrelka} do njenega srečanja z letalom, če je bila začetna hitrost ~~rakete~~ ^{izstrelka} 400 m/s?

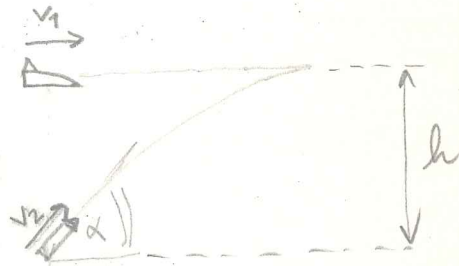
ROR
test 1897

$$h = 1000 \text{ m}$$

$$v_1 = 720 \text{ km/h} (200 \text{ m/s})$$

$$v_2 = 400 \text{ m/s}^{-1}$$

$$\alpha = ?$$



$$v_1 t = v_2 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow \cos \alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$h = v_2 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Downarrow$$

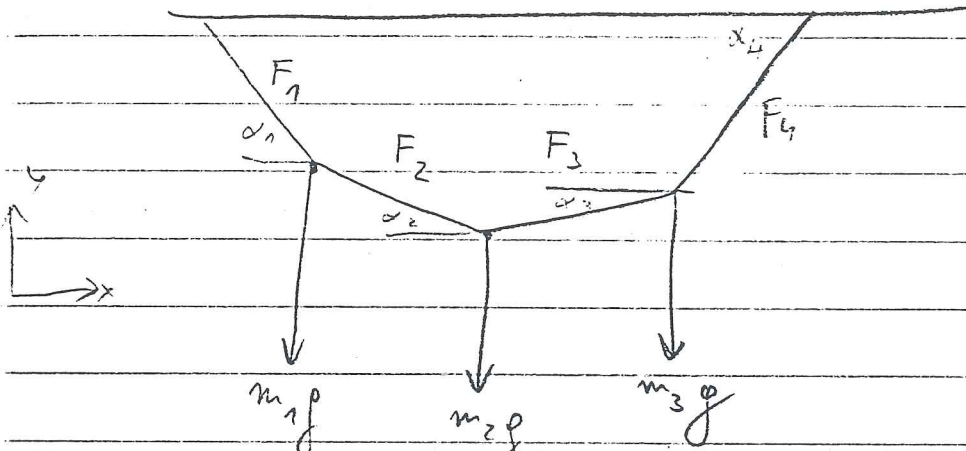
$$t = \frac{v_2 \cdot \sin \alpha}{g} \pm \sqrt{\frac{v_2^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g^2} - \frac{2h}{g}} = \underline{\underline{3 \text{ s}}}$$

$$35.776 \pm 32.26$$

R/1/13

moji 10/12/13 (V)

Na zelo lahki vrvni mrežo pritujna tri bremena, od katerih je srednji teže 20 N. Kati med deli vrvni in vodoravnico so po vrsti 40° , 20° , -10° , -50° . Določi teže posameznih bremen in napetosti v posameznih delih vrvni?



$$\alpha_1 = 40^\circ$$

$$\alpha_2 = 20^\circ$$

$$\alpha_3 = -10^\circ$$

$$\alpha_4 = -50^\circ$$

$$m_2 g = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = mg \quad (\text{komponente})$$

$$F_1 \sim F_2 = m_1 g$$

$$F_2 \sim F_3 = m_2 g$$

$$F_3 \sim F_4 = m_3 g$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad (\text{x-komponente})$$

$$\sim F_1 + \sim F_2 = 0$$

$$\sim F_2 + \sim F_3 = 0$$

$$\sim F_3 + \sim F_4 = 0$$

START

6 enačb

neznane: $F_1, F_2, F_3, F_4, m_1, m_3$ (6)