

Merske napake

Miha Fošnarič

6. oktober 2014

Pogosto študentje med reševanjem računskih nalog sprašujejo: “Na koliko decimalnih mest moramo zapisati rezultat?” Pričujoče kratko besedilo je povzetek nekaterih osnovnih pojmov. Nekoliko daljši povzetek lahko bralec najde npr. v [1] ali v prvem poglavju knjige [2].

1 Merske napake

Vsaka meritev je obremenjena z napako. Zato je rezultat meritve uporaben le, če poznamo zanj vsaj približno oceno merske napake.

Glede na vzrok delimo merske napake na:

- *slučajne*, ki so posledica negotovosti merilnih pogojev in se jih ne moremo povsem znebiti, lahko pa jih zmanjšujemo s ponavljanjem meritve in
- *sistemske*, ki so posledica nenatančnosti same merilne naprave in jih ne moremo zmanjšati s ponavljanjem merjenja.

Rezultat meritve lahko zapišemo z *absolutno napako*:

$$d = \bar{d} \pm \delta d, \quad \text{npr. } d = 16.3 \text{ cm} \pm 0.2 \text{ cm} \quad (1)$$

ali pa z *relativno napako*:

$$d = \bar{d} \left(1 \pm \frac{\delta d}{\bar{d}} \right), \quad \text{npr. } d = 16.3 (1 \pm 0.01) \text{ cm.} \quad (2)$$

2 Računanje z merskimi napakami

Izmerimo, na primer, med seboj pravokotni stranici pravokotnika:

$$a = \bar{a} \pm \delta a = 4.0 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ cm} = 4.0 (1 \pm 0.03) \text{ cm}, \quad (3)$$

$$b = \bar{b} \pm \delta b = 3.8 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ cm} = 3.8 (1 \pm 0.03) \text{ cm.} \quad (4)$$

Izračunajmo obseg takšnega pravokotnika:

$$o = 2(a + b) = 2(\bar{a} \pm \delta a + \bar{b} \pm \delta b) = 2 [\bar{a} + \bar{b} \pm (\delta a + \delta b)] = \quad (5)$$

$$= 15.6 \text{ cm} \pm 0.4 \text{ cm} = 15.6 (1 \pm 0.03) \text{ cm}. \quad (6)$$

Pri seštevanju in odštevanju se seštevajo absolutne napake.

Tukaj velja opozoriti, da se pri odštevanju lahko zelo poveča relativna napaka, če odštevamo vrednosti, ki so blizu skupaj! Na primer, razlika stranic iz našega primera ima 100% napako:

$$a - b = 0.2 \text{ cm} \pm 0.2 \text{ cm} = 0.2 (1 \pm 1) \text{ cm}. \quad (7)$$

Izračunajmo sedaj še ploščino takšnega pravokotnika:

$$S = ab = (\bar{a} \pm \delta a)(\bar{b} \pm \delta b) \approx \bar{a}\bar{b} [1 \pm (\delta a/\bar{a} + \delta b/\bar{b})] = \quad (8)$$

$$= 15.2 (1 \pm 0.06) \text{ cm}^2. \quad (9)$$

Pri množenju in deljenju se seštevajo relativne napake.

3 Število relevantnih mest

Če napake eksplicitno ne pišemo velja dogovor, da vsak podatek zapišemo na toliko mest, da je zadnje mesto negotovo kvečjemu za nekaj enot.

V tem primeru pride prav *znanstveni zapis* (angl. scientific notation). Na primer, če imamo podatek $v = 150 \text{ km/h}$ ne vemo, kaj je zadnje relevantno mesto, saj ničle v nobenem primeru ne smemo izpustiti. Znanstveni zapis $v = 1.50 \cdot 10^2 \text{ km/h}$ nam pove, da je tudi ničla še relevantna številka.

Približno vodilo pri računanju je lahko:

- pri seštevanju in odštevanju je število relevantnih mest rezultata enako najmanjšemu številu relevantnih mest posameznih členov (npr.: $2.127 \text{ m} + 0.3 \text{ m} \approx 2.4 \text{ m}$)
- pri množenju in deljenju je število relevantnih števk rezultata enako najmanjšemu številu relevantnih števk posameznih členov (npr.: $2.127 \text{ m} \cdot 0.3 \text{ m} \approx 0.6 \text{ m}^2$)

Literatura

- [1] B. Golli. Osnove merjenj. <http://www.pef.uni-lj.si/bojang/napake.pdf>, 2009.
- [2] Raymond Serway and John Jewett. *Physics for scientists and engineers*. Cengage Learning, 2013.